

p-ISSN 2308-5258

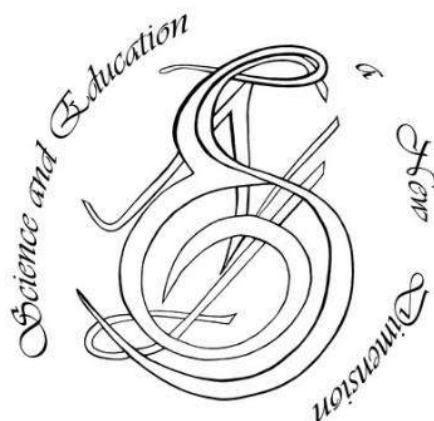
e-ISSN 2308-1996

Natural and Technical Sciences, VI(18), ISSUE 158, 2018 Feb.

SCIENCE AND EDUCATION A NEW DIMENSION

NATURAL  
AND  
TECHNICAL SCIENCES

TECHNICAL SCIENCES



[www.seanewdim.com](http://www.seanewdim.com)

**p-ISSN 2308-5258**

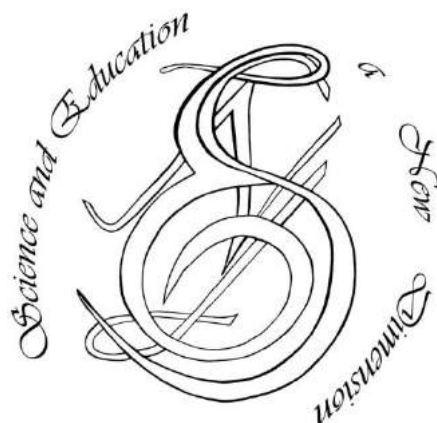
**e-ISSN 2308-1996**

VI(18), Issue 158, 2018

**SCIENCE AND EDUCATION A NEW DIMENSION**

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2018-158VI18>

**Natural and Technical Sciences**



Editorial board

**Editor-in-chief: Dr. Xénia Vámos**

**Honorary Senior Editor:**

**Jenő Barkáts, Dr. habil. Nina Tarasenkova, Dr. habil.**

**Andriy Myachykov**, PhD in Psychology, Senior Lecturer, Department of Psychology, Faculty of Health and Life Sciences, Northumbria University, Northumberland Building, Newcastle upon Tyne, United Kingdom

**Edvard Ayvazyan**, Doctor of Science in Pedagogy, National Institute of Education, Yerevan, Armenia

**Ferenc Ihász**, PhD in Sport Science, Apáczai Csere János Faculty of the University of West Hungary

**Ireneusz Pyrzyk**, Doctor of Science in Pedagogy, Dean of Faculty of Pedagogical Sciences, University of Humanities and Economics in Wrocław, Poland

**Irina Malova**, Doctor of Science in Pedagogy, Head of Department of methodology of teaching mathematics and information technology, Bryansk State University named after Academician IG Petrovskii, Russia

**Irina S. Shevchenko**, Doctor of Science in Philology, Department of ESP and Translation, V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine  
Department of Psychology, Faculty of Health and Life Sciences, Northumbria University, Northumberland Building, Newcastle upon Tyne, United Kingdom

**Kosta Garow**, PhD in Pedagogy, associated professor, Plovdiv University „Paisii Hilendarski”, Bulgaria

**László Kótis**, PhD in Physics, Research Centre for Natural Sciences, Hungary, Budapest

**Larysa Klymanska**, Doctor of Political Sciences, associated professor, Head of the Department of Sociology and Social Work, Lviv Polytechnic National University, Ukraine

**Liudmyla Sokurianska**, Doctor of Science in Sociology, Prof. habil., Head of Department of Sociology, V.N. Karazin Kharkiv National University

**Marian Wloshinski**, Doctor of Science in Pedagogy, Faculty of Pedagogical Sciences, University of Humanities and Economics in Wrocław, Poland

**Melinda Nagy**, PhD in Biology, associated professor, Department of Biology, J. Selye University in Komarno, Slovakia

**Alexander Perekhrest**, Doctor of Science in History, Prof. habil., Bohdan Khmeltsky National University of Cherkasy, Ukraine

**Nikolai N. Boldyrev**, Doctor of Science in Philology, Professor and Vice-Rector in Science, G.R. Derzhavin State University in Tambov, Russia

**Oleksii Marchenko**, Doctor of Science in Philosophy, Head of the Department of Philosophy and Religious Studies, Bohdan Khmeltsky National University of Cherkasy, Ukraine

**Olga Sannikova**, Doctor of Science in Psychology, professor, Head of the department of general and differential psychology, South Ukrainian National Pedagogical University named after K.D. Ushynsky, Odesa, Ukraine

**Oleg Melnikov**, Doctor of Science in Pedagogy, Belarusian State University, Belarus

**Perekhrest Alexander**, Doctor of Science in History, Prof. habil., Bohdan Khmeltsky National University in Cherkasy, Ukraine

**Riskeldy Turgunbayev**, CSc in Physics and Mathematics, associated professor, head of the Department of Mathematical Analysis, Dean of the Faculty of Physics and Mathematics of the Tashkent State Pedagogical University, Uzbekistan

**Roza Uteeva**, Doctor of Science in Pedagogy, Head of the Department of Algebra and Geometry, Togliatti State University, Russia

**Seda K. Gasparyan**, Doctor of Science in Philology, Department of English Philology, Professor and Chair, Yerevan State University, Armenia

**Sokuriaynska Liudmyla**, Doctor of sociological science. Prof. Head of Department of Sociology. V.N. Karazin Kharkiv National University, Ukraine

**Svitlana A. Zhabotynska**, Doctor of Science in Philology, Department of English Philology of Bohdan Khmeltsky National University of Cherkasy, Ukraine

**Tatyana Prokhorova**, Doctor of Science in Pedagogy, Professor of Psychology, Department chair of pedagogics and subject technologies, Astrakhan state university, Russia

**Tetiana Hranchak**, Doctor of Science Social Communication, Head of department of political analysis of the Vernadsky National Library of Ukraine

**Valentina Orlova**, Doctor of Science in Economics, Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine

**Vasil Milloushev**, Doctor of Science in Pedagogy, professor of Department of Mathematics and Informatics, Plovdiv University „Paisii Hilendarski”, Plovdiv, Bulgaria

**Veselin Kostov Vasilev**, Doctor of Psychology, Professor and Head of the department of Psychology Plovdiv University „Paisii Hilendarski”, Bulgaria

**Vladimir I. Karasik**, Doctor of Science in Philology, Department of English Philology, Professor and Chair, Volgograd State Pedagogical University, Russia

**Volodimir Lizogub**, Doctor of Science in Biology, Head of the department of anatomy and physiology of humans and animals, Bohdan Khmeltsky National University of Cherkasy, Ukraine

**Zinaida A. Kharitonchik**, Doctor of Science in Philology, Department of General Linguistics, Minsk State Linguistic University, Belarus

**Zoltán Poór**, CSc in Language Pedagogy, Head of Institute of Pedagogy, Apáczai Csere János Faculty of the University of West Hungary

Managing editor:  
**Barkáts N.**

© EDITOR AND AUTHORS OF INDIVIDUAL ARTICLES

The journal is published by the support of Society for Cultural and Scientific Progress in Central and Eastern Europe  
BUDAPEST, 2015

**Statement:**

By submitting a manuscript to this journal, each author explicitly confirms that the manuscript meets the highest ethical standards for authors and co-authors. Each author acknowledges that fabrication of data is an egregious departure from the expected norms of scientific conduct, as is the selective reporting of data with the intent to mislead or deceive, as well as the theft of data or research results from others. By acknowledging these facts, each author takes personal responsibility for the accuracy, credibility and authenticity of research results described in their manuscripts. All the articles are published in author's edition.

**THE JOURNAL IS LISTED AND INDEXED IN:**

INDEX COPERNICUS: ICV 2014: 70.95; ICV 2015: 80.87; ICV 2016: 73.35

GLOBAL IMPACT FACTOR (GIF): 2013: 0.545; 2014: 0.676; 2015: 0.787

INNO SPACE SCIENTIFIC JOURNAL IMPACT FACTOR: 2013: 2.642; 2014: 4,685;  
2015: 5.278; 2016: 6.278

ISI (INTERNATIONAL SCIENTIFIC INDEXING) IMPACT FACTOR: 2013: 0.465; 2014: 1.215

GOOGLE SCHOLAR

DIRECTORY OF RESEARCH JOURNAL INDEXING

ULRICHS WEB GLOBAL SERIALS DIRECTORY

UNION OF INTERNATIONAL ASSOCIATIONS YEARBOOK

SCRIBD

ACADEMIA.EDU

## CONTENT

<b>PHYSICS.....</b>	<b>7</b>
Зауваження до означення границі функції мовою послідовностей <i>О. О. Курченко, О. О. Сиявська.....</i>	7
Система компьютерного моделирования для решения двумерных краевых задач с использованием бессеточного похода <i>Д. О. Протектор, Д. А. Лусин.....</i>	10
<b>MATHEMATICS.....</b>	<b>14</b>
Mathematical models on the basis of fundamental trigonometric splines <i>V. Denysiuk, E. Negodenko.....</i>	14
Solving the Spectral Problems by the Modified Method of Successive Approximations <i>S. M. Yaroshko, S. A. Yaroshko.....</i>	18
Stability of the solution of stochastic partial differential equation with random parameters <i>I. V. Yurchenko, V. S. Sikora.....</i>	21
<b>TECHNICAL SCIENCE.....</b>	<b>25</b>
Diagnostic model of wireless sensor network based on the random test of checks <i>О. V. Barabash, N. V. Lukova-Chuiko, A. P. Musienko, I. P. Salanda.....</i>	25
Использование тезаурус-ориентированных процедур при управлении качеством подготовки операторов социотехнических систем <i>О. Барабаш, А. Горский, В. Зуйко.....</i>	28
Обеспечение энергоэффективности производства промышленной продукции на основе принципов оптимизации <i>Л. Б. Билоцкая, Н. В. Билей-Рубан, С. Ю. Лозовенко, Ю. М. Харченко.....</i>	31
Теоретичний розрахунок умов заповнення рельєфу при з'єднанні різнорідних металів витягуванням з потоншенням <i>Р. С. Борис, В. А. Тітов, О. В. Холявік.....</i>	34
Алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти для аналізу міського середовища <i>Т. В. Булгакова.....</i>	38
Выбор совместной стратегии расхождения судов изменением параметров движения при их внешнем управлении <i>И. А. Бурмака, С. С. Пасечнюк.....</i>	41
Research of the technical characteristics of the electromechanical drive system of spiral classifier <i>V. Dmitriev.....</i>	46
Magnetic damper for aircraft engine D436T <i>Gulyaeva T.V., Tatarchuk O.V., Gulyaeva L.V. ....</i>	51
The method of transforming algorithms' graphs for tasks mapping in the dynamically reconfigurable computer systems <i>I. Klymenko, O. Storozhuk, Y. Kulakov.....</i>	56
Обоснование допустимого дополнительного теплового износа изоляции трехфазного асинхронного электродвигателя в послепусковой период <i>С. А. Квитка, А. Ю. Вовк, Д. Н. Нестерчук, А. А. Стребков.....</i>	60

Усовершенствование технологии строительства композитных плавучих доков большой подъемной силы <i>К. В. Кириченко, А. В. Щедролосев</i> .....	63
Метод визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів для проектів меліоративного будівництва в степовій зоні України <i>Д. О. Ладичук, Н. М. Шапоринська, М. М. Волошин, В. Д. Ладичук</i> .....	69
Способ определения безопасного маневра расхождения судна изменением курса в ситуации опасного сближения с двумя целями <i>Э. Н. Пятаков, В. Э. Пятаков, Т. Ю. Омельченко</i> .....	72
Dispatching and digital solutions as a concept of urban infrastructure in a smart city <i>O. V. Stepanets, K. N. Nikolaieva, S. V. Lubitskyi, D. A. Kondratenko, D. A. Poputnikov</i> .....	76
Определение максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна <i>Е. А. Власенко, И. А. Бурмака</i> .....	80
Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита <i>И. И. Ворохобин, И. Ю. Фусар, Б. М. Алексейчук</i> .....	84

## PHYSICS

## Зауваження до означення границі функції мовою послідовностей

О. О. Курченко, О. О. Синявська

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2018-158VI18-01>

Київський університет імені Тараса Шевченка, ДВНЗ «Ужгородський національний університет»

Corresponding author E-mail: olkurchenko@ukr.net, olga.synyavska@uzhnu.edu.ua

Paper received 06.01.18; Revised 10.01.18 ; Accepted for publication 13.01.18.

**Анотація.** У статті розглядаються два еквівалентні означення границі функції дійсної змінної: у термінах  $\varepsilon - \delta$  (за Коші) та мовою послідовностей (за Гейне). Доведено, що на послідовності в означенні за Гейне можна накласти певні умови, зокрема умову строгої монотонності, без втрати еквівалентності означенню за Коші.

**Ключові слова:** границя функції, гранична точка множини, означення границі функції.

**Вступ.** Математичний аналіз є одним з основних предметів у фаховій підготовці математиків та фахівців інших спеціальностей, пов'язаних із застосуванням математичних методів. Основним змістом математичного аналізу є диференціальне та інтегральне числення. Поняття границі послідовності та границі функції є наріжним для логічного обґрунтування диференціального та інтегрального числення. Це поняття у неявній формі зустрічається ще у давніх греків, наприклад, метод вичерпування давньогрецького математика і астронома Евдокса Кнідського, викладений у десятій книзі «Начал» Евкліда [1]. Фундатори диференціального та інтегрального числення Готфрід Вільгельм Лейбніц та Ісаак Ньютон застосовували поняття границі на геометрично-інтуїтивному рівні. Історичні аспекти виникнення сучасного означення границі функції у точці як у термінах  $\varepsilon - \delta$  так і мовою послідовностей, викладені, наприклад, у статтях [2,3]. У курсах математичного аналізу встановлюється еквівалентність цих підходів до означення границі функції. У деяких підручниках з математичного аналізу  $\varepsilon - \delta$  означення границі функції називають означенням за Коші, а означення мовою послідовностей – означенням за Гейне [4,5]. Надалі у цій роботі ми будемо дотримуватися такої термінології.

Нехай  $A$  – підмножина множини дійсних чисел  $\mathbb{R}$ ,  $x_0$  – гранична точка підмножини  $A$ . Функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . У означенні за Гейне границі функції  $f$  у точці  $x_0$  розглядаються всі можливі числові послідовності  $(x_n)$  такі, що для довільного натурального числа  $n$  має місце належність  $x_n \in A \setminus \{x_0\}$  та

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0.$$

Розгляд такої сім'ї послідовностей може утруднювати застосування означення за Гейне у математичному аналізі.

**Короткий огляд публікацій по темі.** У курсах математичного аналізу (наприклад, у підручниках [4,5]) виклад теми «Границя функції» ґрунтується на двох означеннях границі функції у точці: у термінах  $\varepsilon - \delta$  та мовою послідовностей. Встановлюється еквівалентність цих означень. У деяких підручниках з математичного аналізу (наприклад, [4,5]) ці означення називають відповідно означенням за Коші та означенням за Гейне. В інших підручниках (наприклад, [6,7]) ці означення не пов'язують з прізвиськами Коші та Гейне. Ідея обмеження сім'ї послідовностей в означенні границі функції за Гейне використана у статті [8] для доведення правил Лопітала із застосуванням теореми Штольца.

**Мета.** У означенні мовою послідовностей границі функції у точці розглядається певна сім'я послідовностей.

Мета роботи полягає у звуженні цієї сім'ї таким чином, щоб означення границі функції мовою послідовностей залишаючись рівносильним означенню у термінах  $\varepsilon - \delta$  стало більш конструктивним.

**Матеріали і методи.** Логічний аналіз означень у термінах  $\varepsilon - \delta$  та мовою послідовностей границі функції у точці, метод від супротивного.

**Гранична точка множини.** Означенню границі функції у точці передують поняття граничної точки множини. Нехай  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $A \neq \emptyset$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

**Означення 1.** Точка  $x_0$  називається граничною точкою множини  $A$ , якщо для довільного  $\varepsilon > 0$  існує  $u \in A$ ,  $u \neq x_0$ , такий, що

$$|u - x_0| < \varepsilon.$$

**Означення 2.** Символ  $+\infty$  ( $-\infty$ ) називається граничною точкою множини  $A$  якщо для довільного  $E \in \mathbb{R}$  існує  $u \in A$  такий, що  $u > E$  ( $u < E$ ).

**Зауваження 1.** Символ  $+\infty$  ( $-\infty$ ) є граничною точкою множини  $A$  тоді й тільки тоді, коли множина  $A$  необмежена зверху (знизу).

**Теорема 1** [5]. Число або символ  $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  є граничною точкою множини  $A$  тоді й тільки тоді, коли існує числова послідовність  $(x_n)$  така, що:

- 1)  $x_n \in A, x_n \neq x_0$  для довільного натурального  $n$ ;
- 2)  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Для означень границі зліва і границі справа функції у точці потрібні поняття граничної точки множини зліва і справа.

**Означення 3.** Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  називається граничною точкою зліва (справа) множини  $A$ , якщо  $x_0$  є граничною точкою множини  $A \cap (-\infty, x_0)$  ( $A \cap (x_0, +\infty)$ ).

**Зауваження 2.** Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  є граничною точкою множини  $A$ , якщо виконується принаймні одна з таких умов:

- 1) точка  $x_0$  є граничною точкою зліва множини  $A$ ;
- 2) точка  $x_0$  є граничною точкою справа множини  $A$ .

У теоремі про характеристизацію граничної точки, на послідовність, про існування якої йде мова, можна накласти певні обмеження із збереженням характеристизації. Через  $E(a_n)$  позначимо множину значень послідовності  $(a_n)$ . Надалі запис  $(a_n) \subset A$  означає, що  $E(a_n) \subset A$ .

**Теорема 2.** Точка  $x_0 \in \mathbb{R}$  є граничною точкою зліва множини  $A$  тоді й тільки тоді, коли для довільної послідовності  $(a_n) \subset (-\infty, x_0)$ , такої, що  $a_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$  існує строго зростаюча послідовність  $(x_n)$  така, що:

- 1)  $x_n \in A \cap (-\infty, x_0)$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n > a_n$  для довільного  $n \geq 1$ .

**Доведення. Необхідність.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R}$  – гранична

точка множини  $A \cap (-\infty, x_0)$ ;  $(a_n) \subset (-\infty, x_0)$  – задана послідовність. В означенні граничної точки покладемо  $\varepsilon_1 = x_0 - a_1 > 0$ . Для такого  $\varepsilon_1 > 0$  існує  $x_1 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_1 < \varepsilon_1 = x_0 - a_1$ , звідки  $x_1 > a_1$ . На другому кроці в означенні граничної точки покладемо  $\varepsilon_2 = \min(x_0 - a_2, x_0 - x_1) > 0$ . Для такого  $\varepsilon_2 > 0$  існує  $x_2 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_2 < \varepsilon_2$ , звідки  $x_2 > a_2$  і  $x_2 > x_1$ . На третьому кроці в означенні граничної точки покладемо  $\varepsilon_3 = \min(x_0 - a_3, x_0 - x_2) > 0$ . Для такого  $\varepsilon_3 > 0$  існує  $x_3 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_3 < \varepsilon_3$ , звідки  $x_3 > a_3$  і  $x_3 > x_2$ . Продовжимо цей процес. В результаті отримаємо строго зростаючу послідовність  $x_n \in A \cap (-\infty, x_0)$  таку, що  $x_n > a_n$  для довільного  $n \geq 1$ .

*Достатність* випливає із теореми 1 та означення 3 граничної точки зліва. Теорема доведена.

**Зауваження 3.** Із умов теореми випливає, що  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Аналогічно можна характеризувати граничну точку справа та граничні точки  $-\infty, +\infty$ . Сформулюємо твердження для випадку граничної точки  $+\infty$ .

**Теорема 3.** Символ  $+\infty$  є граничною точкою множини  $A$  тоді й тільки тоді, коли для довільної послідовності  $(a_n)$  такої, що  $a_n \rightarrow +\infty$  при  $n \rightarrow \infty$ , існує строго зростаюча послідовність  $(x_n)$ , така, що:

- 1)  $x_n \in A$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n > a_n$  для довільного  $n \geq 1$ .

Із таких характеристик граничних точок випливає наступний наслідок.

**Наслідок 1.** Число або символ  $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  є граничною точкою зліва множини  $A$  тоді й тільки тоді, коли існує строго монотонна послідовність  $(x_n)$ , така, що:

- 1)  $x_n \in A, x_n \neq x_0$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

**Означення границі функції в точці.** Нехай  $A \subset \mathbb{R}, x_0$  – гранична точка множини  $A$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Означення за Коші границі функції в точці  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = p$  формулюється по-різному у залежності від того, будуть  $x_0, p$  числами чи символами  $-\infty, +\infty$ . Таким чином, маємо 9 варіантів означень. Сформулюємо два з них.

**Означення 4.** Нехай  $x_0, p \in \mathbb{R}$ . Число  $p$  називається границею функції  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  при  $x \rightarrow x_0$ , якщо для довільного  $\varepsilon > 0$  існує  $\delta > 0$  таке, що для довільного  $x \in A, x \neq x_0, |x - x_0| < \delta$  виконується нерівність

$$|f(x) - p| < \varepsilon.$$

**Означення 5.** Нехай  $x_0 = +\infty, p \in \mathbb{R}$ . Число  $p$  називається границею функції  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  при  $x \rightarrow +\infty$ , якщо для довільного  $\varepsilon > 0$  існує  $\Delta \in \mathbb{R}$  таке, що для довільного  $x \in A, x > \Delta$  виконується нерівність

$$|f(x) - p| < \varepsilon.$$

Формулювання означення за Гейне границі функції в точці охоплює всі 9 варіантів значень для  $x_0, p$ .

**Означення 6.** Нехай  $x_0, p \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ . Число або символ  $p$  називається границею функції  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  при  $x \rightarrow x_0$ , якщо для довільної послідовності  $(x_n) \subset A \setminus \{x_0\}$  такої, що  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$  випливає, що  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$ .

**Теорема 4** [5]. Означення за Коші і за Гейне границі функції в точці еквівалентні.

У випадку, коли гранична точка  $x_0$  множини  $A$  є

дійсним числом, розглядають границю зліва і границю справа в точці  $x_0$  функції  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Сформулюємо означення за Коші границі зліва. Означення за Коші границі справа формулюється аналогічно.

**Означення 7.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R}$  – гранична точка множини  $A \cap (-\infty, x_0)$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Число  $p$  називається границею зліва функції  $f$  у точці  $x_0$ , якщо для довільного  $\varepsilon > 0$  існує  $\delta > 0$  таке, що для довільного  $x \in A \cap (-\infty, x_0), x_0 - x < \delta$  виконується нерівність

$$|f(x) - p| < \varepsilon.$$

Сформулюємо означення за Гейне границі зліва. Означення за Гейне границі справа формулюється аналогічно.

**Означення 8.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R}$  – гранична точка множини  $A \cap (-\infty, x_0)$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Число або символ  $p \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  називається границею зліва функції  $f$  у точці  $x_0$ , якщо для довільної послідовності  $(x_n) \subset A \cap (-\infty, x_0)$  такої, що  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$  випливає, що

$$f(x_n) \rightarrow p \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Із теореми 4, застосованої для звуження функції на множину  $A \cap (-\infty, x_0)$  ( $A \cap (x_0, +\infty)$ ) випливає наступна теорема.

**Теорема 5.** Означення за Коші і за Гейне границі зліва (справа) функції в точці еквівалентні.

**Обмеження на сім'ю послідовностей в означенні за Гейне границі функції.**

**Теорема 6.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R}$  – гранична точка множини  $A \cap (-\infty, x_0)$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}; p \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ , послідовність  $(a_n) \subset (-\infty, x_0)$  і  $a_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Нехай, далі, для довільної строго зростаючої послідовності  $(x_n)$  такої, що:

- 1)  $x_n \in A \cap (-\infty, x_0)$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n > a_n$  для довільного  $n \geq 1$

випливає, що  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$ . Тоді

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = p.$$

**Зауваження 4.** Із умов 1), 2) теореми 6 та збіжності  $a_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$  випливає, що  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

*Доведення теореми.* Нехай для визначеності  $p \in \mathbb{R}$ . Інші випадки розглядаються аналогічно.

Застосуємо метод від супротивного. Припустимо, твердження теореми хибне. Це означає, що існує  $\varepsilon_* > 0$ , таке, що для довільного  $\delta > 0$  існує  $x \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x < \delta$ , але  $|f(x) - p| \geq \varepsilon_*$ . На першому кроці для  $\delta_1 = x_0 - a_1 > 0$  існує  $x_1 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_1 < \delta_1 = x_0 - a_1$ , але  $|f(x_1) - p| \geq \varepsilon_*$ . Із нерівності  $x_0 - x_1 < x_0 - a_1$  випливає нерівність  $x_1 > a_1$ . На другому кроці для  $\delta_2 = \min(x_0 - a_2, x_0 - x_1)$  існує  $x_2 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_2 < \delta_2$ , але  $|f(x_2) - p| \geq \varepsilon_*$ . Із нерівності  $x_0 - x_2 < \delta_2$  випливають нерівності  $x_2 > a_2, x_2 > x_1$ . На третьому кроці для  $\delta_3 = \min(x_0 - a_3, x_0 - x_2)$  існує  $x_3 \in A \cap (-\infty, x_0)$  таке, що  $x_0 - x_3 < \delta_3$ , але  $|f(x_3) - p| \geq \varepsilon_*$ . Із нерівності  $x_0 - x_3 < \delta_3$  випливають нерівності  $x_3 > a_3, x_3 > x_2$ . Продовжуючи цей процес, отримаємо строго зростаючу послідовність  $(x_n)$ , що задовольняє умови 1), 2). Але  $|f(x_n) - p| \geq \varepsilon_*$  для довільного  $n \geq 1$ , що суперечить збіжності  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$ . Теорема доведена.

Аналогічні твердження мають місце для границі справа функції у точці та у випадках, коли гранична точка  $x_0 = -\infty$  або  $x_0 = +\infty$ . Сформулюємо теорему для  $x_0 = +\infty$ .



**Теорема 7.** Нехай  $+\infty$  – гранична точка множини  $A$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $p \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ , послідовність  $(a_n) \subset \mathbb{R}$  і  $a_n \rightarrow +\infty$  при  $n \rightarrow \infty$ . Нехай, далі, для довільної строго зростаючої послідовності  $(x_n)$ , такої, що:

- 1)  $x_n \in A$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n > a_n$  для довільного  $n \geq 1$

випливає, що  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$ . Тоді

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = p.$$

Із наведених вище результатів випливає наступний наслідок.

**Наслідок 2.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$  – гранична точка множини  $A$ , функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $p \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ . Нехай, далі,  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$  для довільної строго зростаючої послідовності  $(x_n)$ , такої, що:

- 1)  $x_n \in A, x_n \neq x_0$  для довільного  $n \geq 1$ ;
- 2)  $x_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Тоді

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = p.$$

**Зауваження 5.** Із теореми 4 випливає, що правильне й обернене твердження.

У статті [8] цей наслідок був застосований для доведення правил Лопітала.

**Застосування для доведення теореми про існування границі монотонної функції.** Застосуємо отримані результати для доведення теореми про існування границі монотонної функції за допомогою теореми про існування границі монотонної послідовності.

**Теорема 8.** Нехай  $x_0 \in \mathbb{R}$  – гранична точка множини  $A \cap (-\infty, x_0)$ ; функція  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  – монотонна на множині  $A \cap (-\infty, x_0)$ . Тоді існує (число або символ

$-\infty, +\infty$ )

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x).$$

**Доведення.** Нехай  $(a_n) \subset A \cap (-\infty, x_0)$  строго зростаюча послідовність,  $a_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Тоді послідовність  $f(a_n)$  монотонна і тому існує  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = p$ .

Розглянемо довільну строго зростаючу послідовність  $(x_n) \subset A \cap (-\infty, x_0)$ , таку, що  $a_n < x_n$  для довільного натурального  $n \geq 1$ . Нехай, для визначеності, функція  $f$  неспадна. Тоді  $f(a_n) \leq f(x_n)$  для довільного натурального  $n \geq 1$ . Оскільки  $a_n \rightarrow x_0$  при  $n \rightarrow \infty$ , то для довільного  $n \geq 1$  існує натуральне число  $m > n$ , таке, що  $x_n < a_m < x_0$ , звідки  $f(x_n) \leq f(a_m) \leq p$ . Таким чином,  $f(a_n) \leq f(x_n) \leq p$  для всіх натуральних  $n$ . За теоремою про три послідовності [5],  $f(x_n) \rightarrow p$  при  $n \rightarrow \infty$ . Внаслідок теореми 6,

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = p.$$

Теорема доведена.

**Висновки.** У математичному аналізі є два еквівалентні означення границі функції у точці: у термінах  $\varepsilon - \delta$  (за Коші) та мовою послідовностей (за Гейне). Виявляється, що на послідовності, які фігурують у означенні за Гейне, можна накласти певні обмеження без втрати еквівалентності означенню за Коші. Зокрема, на послідовності в означенні за Гейне можна накласти умову строгої монотонності. Така модифікація означення границі функції мовою послідовностей може бути використана у курсі математичного аналізу для варіативності доведень деяких теорем та у навчальній роботі зі студентами.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Начала Евклида. ГТТИ. – Т. 2, 1949..
2. Grabiner J. V. Who Gave You the Epsilon? Cauchy and the Origins of Rigorous Calculus // The American Mathematical Monthly, 1983, Vol. 90, no. 3, P. 185-194.
3. Шведенко С. В. Две заметки по математическому анализу // Математическое образование, 2011, Вып. 3–4, С. 34-37.
4. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 720 с.
5. Дороговцев А. Я. Математический анализ: Підручник: У двох

частинах. Частина I. – Київ: Либідь, 1993. – 320 с.

6. Банах С. Дифференциальное и интегральное ичисление. Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 424 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1969. – 608 с.
8. Курченко О. О. Застосування теореми Штольца для доведення правил Лопітала // Вісник КНУ ім. Тараса Шевченка. Математика. Механіка, 2004, Вип. 11 – 12, С.83-85.

#### REFERENCES

1. Euclid's Elements. STTP. – B. 2, 1949.
2. Grabiner J. V. Who Gave You the Epsilon? Cauchy and the Origins of Rigorous Calculus // The American Mathematical Monthly, 1983, Vol. 90, no. 3, P. 185-194.
3. Shvedenko S. Two Notes on Calculus // Mathematical Education, 2011, Vol. 3–4, P. 34-37.
4. Il'in V. A., Sadovnichiy V. A., Sendov Bl. Kh. Mathematical analysis. – Moscow: Nauka, Home Edition physical and mathematical literature, 1979. – 720 p.
5. Dorogovtsev A. Ya. Mathematical analysis. Part I. – Kiev, Lubid',

1993. – 320 p.

6. Banach S. Differential and Integral Calculus. – Moscow: Nauka, Home Edition physical and mathematical literature, 1972.–424 p.
7. Fih tengoltz G. M. Course of Differential and Integral Calculus. – Moscow: Nauka, Home Edition physical and mathematical literature, 1969. – 608 p.
8. Kurchenko A. A. Application of Stolz theorem to the proof of l'Hospital rules // Visnyk. Matematyka. Mekhanika. Taras Shevchenko National University of Kiev, 2004, Vol. 11-12, P. 83-85.

#### Remark to the definition of the limit of a function in terms of the sequences

**O. O. Kurchenko, O. O. Syniavska**

**Abstract.** In this paper we consider two equivalent definitions of limit of a function of a real variable: in term of  $\varepsilon - \delta$  (Cauchy's definition) and in term of sequences (Heine's definition). We show that a condition of strictly monotonic we can be used to the sequences in the Heine's definition without loss of equivalence Cauchy's definition.

**Keywords:** limit of a function, limit point, definition of limit of a function.

#### Замечание к определению предела функции на языке последовательностей

**О. О. Курченко, О. А. Синявская**

**Аннотация.** В статье рассматриваются два эквивалентных определения предела функции действительной переменной: в терминах  $\varepsilon - \delta$  (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Доказано, что на последовательности в определении по Гейне можно наложить определенные условия, в частности условие строгой монотонности, без потери эквивалентности определению по Коши.

**Ключевые слова:** предел функции, предельная точка, определение предела функции.

## Система компьютерного моделирования для решения двумерных краевых задач с использованием бессеточного похода

Д. О. Протектор\*, Д. А. Лисин

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2018-158VI18-02>

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Харьков, Украина

\*Corresponding author. E-mail: d.protector@karazin.ua

Paper received 16.01.18; Revised 20.01.18; Accepted for publication 22.01.18.

**Аннотация.** Разработана и программно реализована система компьютерного моделирования «МНТ2D» для численного решения двумерных нестационарных задач теплопроводности по бессеточной схеме с использованием радиальных базисных функций. В СКМ реализованы следующие базисные функции: гауссиан, мультикватричная, обратная квадратичная и обратная мультикватричная. В системе используется комбинация метода дискретизации по времени с методами фундаментальных решений и двойного замещения, позволяющая реализовать полностью бессеточный подход.

**Ключевые слова:** бессеточный метод, радиальные базисные функции, краевые задачи, нестационарные задачи теплопроводности.

**Введение.** Последние годы ознаменовались значительными успехами в использовании численных методов при решении задач математической физики. Этим успехам исследователи во многом обязаны возможностям так называемых бессеточных подходов к решению задач математического моделирования. Одним из факторов пристального внимания к бессеточным методам является практическое преимущество по сравнению с разностными методами при решении краевых задач в сложных областях. В отличие от разностных методов, в бессеточных методах область решения задачи представляет собой набор равномерно или произвольно распределенных узлов, к которым «привязываются» базисные функции.

**Краткий обзор публикаций по теме.** Обзоры по бессеточным методам с использованием радиальных базисных функций (РБФ) и атомарных радиальных базисных функций (АРБФ) представлены в статьях [1–8].

**Цель.** Разработка и программная реализация системы компьютерного моделирования «МНТ2D» для численного решения двумерных нестационарных задач теплопроводности по бессеточной схеме на основе комбинации метода двойного замещения и метода фундаментальных решений с использованием радиальных базисных функций.

**Итерационная схема.** Управляющее дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности в замкнутой области  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  ограниченной  $\Gamma$  имеет следующий вид:

$$\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} + g = k \nabla^2 u \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $c_p$  – удельная теплоёмкость при постоянном давлении;  $u$  – температура;  $g$  – внутренний источник тепла;  $k$  – коэффициент теплопроводности.

Исходное уравнение (1) может быть сведено к последовательности неоднородных модифицированных уравнений Гельмгольца с помощью процедуры дискретизации по времени [9]:

$$\nabla^2 v^n - \lambda^2 v^n = -\frac{1}{\theta^2 \alpha \Delta t} u^{n-1} + \frac{1-\theta}{\theta k} g^{n-1} + \frac{g^n}{k} \quad (2)$$

где  $v^n = u^n - \frac{1-\theta}{\theta} u^{n-1}$ ,  $\theta$  – весовой коэффициент;  $u^n = u(\mathbf{x}, n\Delta t)$ ;  $\Delta t$  – шаг по времени;  $\lambda^2 = \frac{1}{\theta \alpha \Delta t}$ ,  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$  –

коэффициент диффузии.

Решение краевой задачи теплопроводности реализуется на основе комбинации метода двойного замещения [9] и метода фундаментальных решений с использованием радиальных базисных функций [10]. Для того чтобы избежать интегрирования по области, используется метод частных решений, согласно которому решение неоднородного уравнения представляется в виде суммы частного и однородного решений. Метод фундаментальных решений используется для получения однородного решения, а метод двойного замещения с использованием радиальных базисных функций – для получения частного решения. В результате такого подхода реализуется полностью бессеточный метод.

Решение (2) представляется в виде суммы однородного решения  $v_h^n$  и частного решения  $v_p^n$ :  $v^n = v_h^n + v_p^n$ . Управляющее уравнение для частного решения имеет вид:

$$\nabla^2 v_p^n - \lambda^2 v_p^n = -\frac{1}{\theta^2 \alpha \Delta t} u^{n-1} + \frac{1-\theta}{\theta k} g^{n-1} + \frac{g^n}{k}$$

Частное решение  $v_p^n$  не должно удовлетворять никакому набору граничных условий. Управляющая система для однородного решения  $v_h^n$  запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \nabla^2 v_h^n(\mathbf{x}) - \lambda^2 v_h^n(\mathbf{x}) = 0, & \mathbf{x} \in \Omega \\ v_h^n(\mathbf{x}) = \bar{u}(\mathbf{x}) - v_p^n(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Gamma_1 \\ q_h^n(\mathbf{x}) = \bar{q}(\mathbf{x}) - q_p^n(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Gamma_2 \\ (k q_h^n + h v_h^n)(\mathbf{x}) = -k q_p^n(\mathbf{x}) - h v_p^n(\mathbf{x}) + h u_\infty(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Gamma_3 \end{cases}$$

где  $q = k \frac{\partial u}{\partial n}$  – поток тепла,  $n$  – внешний вектор нормали;  $h$  – коэффициент теплопередачи;  $u_\infty$  – температура окружающей среды.

Пусть  $F^n(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\theta^2 \alpha \Delta t} u^{n-1} + \frac{1-\theta}{\theta k} g^{n-1} + \frac{g^n}{k}$ . Частное решение конструируется с помощью радиальных базисных функций  $\varphi(\mathbf{x})$ .  $F^n(\mathbf{x})$  аппроксимируется в виде:

$$F^n(\mathbf{x}) \cong \hat{F}^n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^n \Psi_i(\mathbf{x}) \quad (3)$$

где  $N$  – количество узлов коллокации, функции  $\Psi_i(\mathbf{x})$  представляют собой результат воздействия дифференциального оператора Гельмгольца на соответствующие радиальные базисные функции  $\varphi_i(\mathbf{x})$ .

Таким образом, (3) представляет собой систему из  $N$  линейных уравнений относительно неизвестных  $\alpha_i^n$ . Тогда частное решение  $v_p^n$  представляет собой линейную комбинацию базисных функций:

$$v_p^n(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \alpha_j^n \varphi_j(\mathbf{x})$$

Для получения однородного решения используется метод фундаментальных решений. На  $n$ -ом временном шаге однородное решение  $v_h^n$  аппроксимируется в виде:

$$v_h^n(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \beta_i G(\mathbf{x}, \mathbf{z}_i) \quad (4)$$

где  $G(\mathbf{x}, \mathbf{z}_i) = \frac{1}{2\pi} K_0(\lambda r)$  – фундаментальное решение для модифицированного оператора Гельмгольца  $\nabla^2 - \lambda^2$ ,  $K_0$  – модифицированная функция Бесселя второго

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M \beta_i G(\mathbf{x}_j, \mathbf{z}_i) &= \bar{u}(\mathbf{x}_j) - v_p^n(\mathbf{x}_j), \quad 1 \leq j \leq M_1 \\ \sum_{i=1}^M \beta_i \frac{\partial G(\mathbf{x}_j, \mathbf{z}_i)}{\partial n} &= \bar{q}(\mathbf{x}_j) - q_p^n(\mathbf{x}_j), \quad M_1 + 1 \leq j \leq M_2 \\ \sum_{i=1}^M \beta_i \left( k \frac{\partial}{\partial n} + h \right) G(\mathbf{x}_j, \mathbf{z}_i) &= -k q_p^n(\mathbf{x}_j) - h v_p^n(\mathbf{x}_j) + h u_{\infty}(\mathbf{x}_j), \quad M_2 + 1 \leq j \leq M \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\{x_j\}_1^{M_1} \in \Gamma_1$ ,  $\{x_j\}_{M_1+1}^{M_2} \in \Gamma_2$ ,  $\{x_j\}_{M_2+1}^M \in \Gamma_3$ .

Несмотря на плохую обусловленность системы (5), решение устойчиво до достижения машинной точности [9]. Считается, что это явление можно объяснить, исследуя сингулярное разложение (SVD) матрицы коэффициентов системы (5) [11].

Описанная выше итерационная схема легла в основу разработанной системы компьютерного моделирования «МНТ2D».

**Описание системы компьютерного моделирования «МНТ2D».** Информация о форме области решения краевой задачи задается в любой системе автоматизированного проектирования для работы с чертежами (напр. AutoCAD, TurboCAD и др.). Созданный чертеж сохраняется в формате PLT, после чего может быть загружен в «МНТ2D». На рис. 1 представлен пример области решения, загруженный в СКМ «МНТ2D».

Для решения краевых задач, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, необходимо задание значений начальных и граничных условий.

рода нулевого порядка и  $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{z}_i\|$  – евклидово расстояние между узлами  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{z}_i$ . Здесь  $\{\mathbf{z}_i\}_1^M$  – исходные узлы на фиктивной поверхности  $\hat{\Gamma}$ , содержащей  $\Omega$ .

Важно определить оптимальное размещение фиктивной поверхности. Она может представлять собой окружность, центр которой совпадает с геометрическим центром области решения. С увеличением радиуса окружности повышается точность получаемого решения, но ухудшается обусловленность системы линейных уравнений, и наоборот. На практике, в качестве компромисса, значение радиуса фиктивной поверхности обычно выбирается равным пяти размерам области решения [11].

В узлах, равномерно расположенных на фиктивной поверхности, расставляются базисные функции, представляющие собой фундаментальные решения однородного модифицированного уравнения Гельмгольца.

Линейная комбинация фундаментальных решений  $G(\mathbf{x}, \mathbf{z}_i)$  по определению удовлетворяет модифицированному уравнению Гельмгольца во всех точках области решения. Коэффициенты  $\beta_i$  выбираются таким образом, чтобы удовлетворить граничным условиям в выбранных узлах на границе области решения. Произведя коллокацию (4) в выбранных узлах на границе, получим:

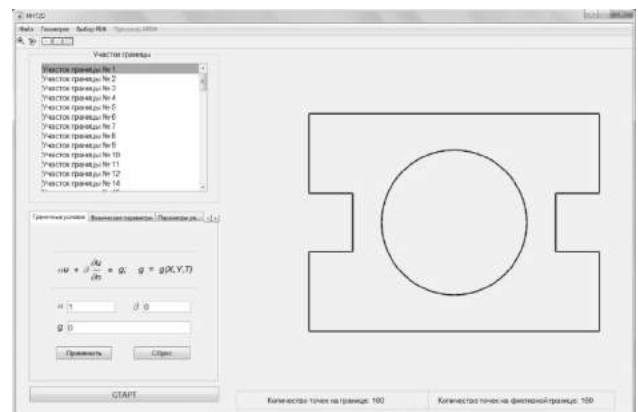


Рис. 1. Интерфейс СКМ «МНТ2D»

На рис. 2 представлена часть рабочей области системы, отвечающая за задание граничных условий для нестационарной задачи теплопроводности в СКМ, а на рис. 3 – часть рабочей области, отвечающая за задание начальных условий.

В СКМ «МНТ2D» реализована возможность задания внутреннего источника тепла как функции от координат и времени, а также значений коэффициента теплопро-

водности  $k$ , плотности  $\rho$  и удельной теплоёмкости  $c_p$  (рис. 4).

Во вкладке «Параметры решения» задаётся шаг разбиения сетки внутри области решения и за её границами, в узлах которой будут расставлены базисные функ-

ции, плотность точек на границе области, временной интервал, на котором будет решаться нестационарная краевая задача, шаг по времени, а также количество точек на фиктивной поверхности (рис. 5).

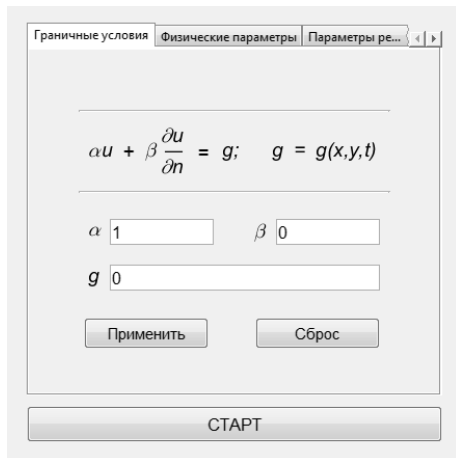


Рис. 2. Задание граничных условий в СКМ «МНТ2D»

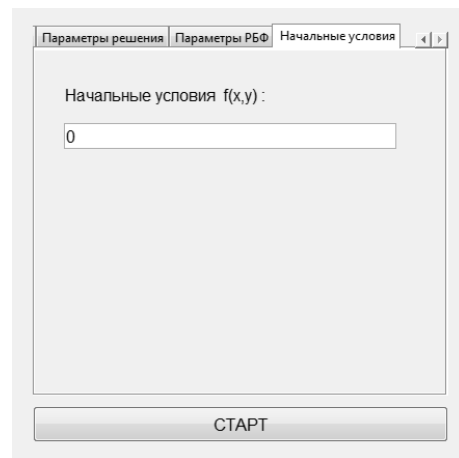


Рис. 3. Задание начальных условий в СКМ «МНТ2D»

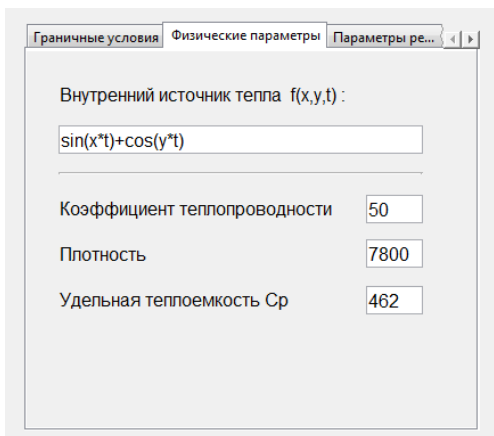


Рис. 4. Определение физических параметров краевой задачи в СКМ «МНТ2D»

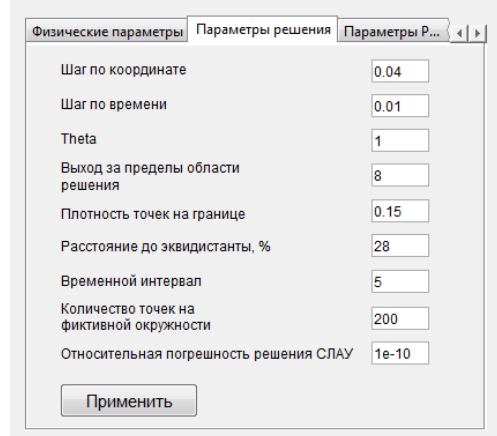


Рис. 5. Определение параметров решения краевой задачи СКМ «МНТ2D»

Решение краевой задачи визуализируется в виде поверхности, представляющей собой распределение температурного поля в текущий момент времени. Для нестационарных краевых задач реализована функция анимированной визуализации распределения температурного поля на заданном временном интервале.

$$g(x, y, t) = -\frac{k}{5} \left( 4 \exp(-5(\cos(\pi) - 4y + 2)^2 - 5(\sin(\pi) - 4x + 2)^2) (\lambda^2 + 25600x + 25600y - 6400 \cos(\pi) - 6400 \sin(\pi) + 12800y \cos(\pi) + 12800x \sin(\pi) - 25600x^2 - 25600y^2 - 14080) \right)$$

где  $\lambda^2 = \frac{1}{\theta \alpha \Delta t}$ ,  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$ .

Краевые условия:  $u_{\partial\Omega} = 0$ . Точное решение в момент времени  $t = 0.01$  имеет вид:

$$u(x, y, t) = 0.8 \exp(-80((x - r(t))^2 + (y - s(t))^2))$$

где  $r(t) = \frac{1}{4}(2 + \sin(\pi t))$ ,  $s(t) = \frac{1}{4}(2 + \cos(\pi t))$ .

Приведенная погрешность решения тестовой задачи в момент времени  $t = 0.01$  не превышает  $7 \cdot 10^{-3}$  (Рис. 6).

**Результаты.** В качестве иллюстрации работы системы приведена тестовая задача в двухмерной области в форме квадрата.

Постановка задачи: нестационарная задача теплопроводности с  $k = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $c_p = 1$ ,  $\Delta t = 0.01$ , количество интерполяционных узлов – 400, количество узлов на фиктивной окружности – 120. Внутренний источник:

На рис. 7 представлена визуализация решения тестовой задачи в различные моменты времени.

**Выводы.** Бессеточные методы с использованием радиальных базисных функций показали свою эффективность при решении большого класса практически важных задач, в которых применение сеточных методов оказывается малоэффективным. Они продемонстрировали свою эффективность и в задачах, где были успешно реализованы сеточные методы, например в задачах теплопереноса, диффузии и др.

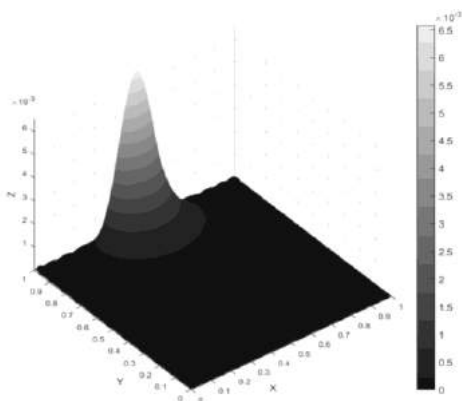


Рис. 6. Приведенная погрешность решения нестационарной краевой задачи

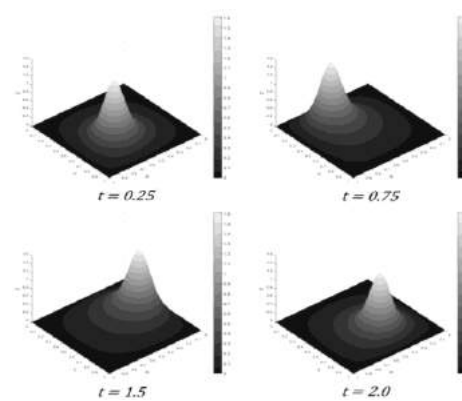


Рис. 7. Решение нестационарной краевой задачи

В ходе данного исследования была разработана и программно реализована система компьютерного моделирования «МНТ2D» для численного решения двумерных нестационарных задач теплопроводности по бессеточной схеме с использованием радиальных базисных

функций. В системе используется комбинация метода дискретизации по времени с методами фундаментальных решений и двойного замещения, позволяющая реализовать полностью бессеточный подход.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Belytschko T. Element-free Galerkin methods/T. Belytschko, Y.Y. Lu, L. Gu//Intern. J. for Numerical Meth. in Eng.-1994.-Vol. 37.-P. 229-256.
2. Belytschko T. Meshless methods: an overview and recently developments / T. Belytschko, Y. Rongauz, D. Organ // Computer Methods in Appl. Mech. and Eng. - 1996. - Vol. 139.-P. 3 - 47.
3. Belytschko T. On the completeness of the meshfree particle methods / T. Belytschko, Y. Rongauz, J. Doblau // Intern. J. for Numerical Meth. in Eng. — 1998. — Vol. 43(5). — P. 785 – 819.
4. Fasshauer G.E. Meshfree Approximation Methods with MATLAB/G. E. Fasshauer. -Illinois Institute of Technology, 2007.-550p.
5. Колодяжный В. М. Бессеточные методы в задачах моделирования физических процессов / В. М Колодяжный, О. Ю. Лисина//Пробл. машиностроения.-2010.-Т. 13, № 3.-С. 67 – 74.
6. Колодяжный В. М. Численные схемы решения краевых задач на основе бессеточных методов с использованием РБФ и АРБФ/В. М. Колодяжный, О. Ю. Лисина//Пробл. машиностроения. — 2010. — Т. 13, № 4. — С. 49 – 57.
7. Колодяжный В.М. Бессеточные методы решения нестационарных задач теплопроводности с использованием атомарных

- радиальных базисных функций/В.М. Колодяжный, Д.А. Лисин//Кибернетика и систем. анализ.-2013.-Т.49, №3.-С.124-131.
8. Лисин Д. А. Формирование процедуры решения краевой задачи теплопроводности по бессеточной схеме на основе атомарных радиальных базисных функций в комбинации методов фундаментальных решений и двойного замещения / Д .А. Лисин, О .Ю. Лисина // Краевые задачи и мат. моделирование. — Новокузнецк, 2010. -Т. 2.- С. 17 - 22.
9. Ingber M. S. A mesh free approach using radial basis functions and parallel domain decomposition for solving three-dimensional diffusion equations/M.S. Ingber, C. S. Chen, J. A. Tanski//Intern. J. for Numerical Meth. in Eng.-2004.-Vol. 60, № 13.-P. 2183-2201.
10. Bogomolny A. Fundamental solutions method for elliptic boundary value problems / A. Bogomolny // SIAM J. on Numerical Analysis. - 1985. - Vol. 22. - P. 644 – 669.
11. Chen C. S. Recent Developments in the Dual Reciprocity Method Using Compactly Supported Radial Basis Functions / C. S. Chen, M. A. Golberg, Y. F. Rashed, C. A. Brebbia//Transformation of Domain Effects to the Boundary (Advances in Boundary Elements).-2003.-WIT Press. Southampton, Boston.-P. 138-225.

#### REFERENCES

5. Kolodyazhnyiy V.M., Lisina O.Yu. *Bessetochnyye metody v zadachakh modelirovaniya fizicheskikh protsessov* [Meshless methods in problems of modeling physical processes]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, vol. 13, no.3, pp.67-74. (In Rus.).
6. Kolodyazhnyiy V.M., Lisina O.Yu. *Chislennyye skhemy resheniya kraevykh zadach na osnove bessetochnykh metodov s ispol'zovaniem RBF i ARBF* [Numerical schemes for solving boundary value problems on the basis of meshless methods using RBF and ARBF]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, vol. 13, no. 4, pp. 49-57. (In Rus.).
7. Kolodyazhnyiy V.M., Lisin D.A. *Bessetochnyye metody resheniya nestatsionarnykh zadach teploprovodnosti s ispol'zovaniem atomarnykh radial'nykh bazisnykh funktsiy* [Meshless methods for solving non-stationary heat conduction problems using atomic ra-

- dial basis functions]. Cybernetics and Systems Analysis, 2013, vol. 49, no. 3, pp. 124-131. (In Rus.).
8. Lisin D.A., Lisina O.Yu. *Formirovaniye protsedury resheniya kraevoy zadachi teploprovodnosti po bessetochnoy skheme na osnove atomarnykh radial'nykh bazisnykh funktsiy v kombinatsii metodov fundamental'nykh resheniy i dvoynogo zameshcheniya* [Formation of the procedure for solving the boundary value problem of thermal conductivity using a meshless scheme based on atomic radial basis functions in a combination of fundamental solution method and dual reciprocity method]. *Kraevye zadachi i matematicheskoe modelirovaniye* [Boundary value problems and mathematical modeling], Novokuznetsk, 2010, vol. 2, pp. 17-22. (In Rus.).

#### Computer modeling system for solving two-dimensional boundary value problems using meshless approach

D. O. Protector, D. A. Lisin

**Abstract.** The computer simulation system «МНТ2D» was developed and implemented for the numerical solution of two-dimensional nonstationary heat conduction problems by meshless method using radial basis functions. In computer simulation system there are available the following basis functions: Gaussian, multiquadric, inverse quadratic and inverse multiquadric. «МНТ2D» uses a combination of method of discretization in time with method of fundamental solutions and method of particular solutions, which results with a completely meshless approach.

**Keywords:** meshless method, radial basis functions, boundary value problems, nonstationary heat conduction problems.

## MATHEMATICS

### Mathematical models on the basis of fundamental trigonometric splines

V. Denysiuk, E. Negodenko

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-03>

National Aviation University, Kyiv, Ukraine

Paper received 25.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Abstract.** The paper considers some systems of basic functions which are easy to be used in the interpolation problems. The most well-known today systems of basic functions include Lagrange system of basic functions and the systems of complete, even and odd basic trigonometric polynomials. However, there are some other systems of basic functions on analytical grid, including the systems of polynomial basic splines and trigonometric complete, even and odd basic splines. Some of these systems are considered in this paper.

**Keywords:** *basic functions, Lagrange functions, interpolation, simple polynomial splines, trigonometric splines.*

**Introduction.** Modern science is characterized by soaring amounts of scientific information. In turn, the ability of computers exceed human capabilities in the field of data processing. It is the combination of these factors and have proven their computerization.

Computerization of science allows when building mathematical models use a more complex mathematical objects and methods. Earlier problems of approximation of functions used mainly polynomials approaching; applying the same powerful means of computing has provided opportunities for use in such tasks other system functions, including polynomial and trigonometric splines [2].

In the problems of applied theory of approximation in the role of close function is convenient to use the generalized polynomials for some systems functions, coefficients, which are themselves value close function. System functions allow you to get this view is called **the fundamental**.

The importance of this approach is that when using linear processing methods close features processing subject to only the most basic functions. This fact in most cases allows to carry out the necessary calculations processing experimental data in two stages. The first stage is carried out the calculations related to the handling of the fundamental functions (these calculations can be carried out previously), in the second stage are calculations that take into account the value of the close function.

Holding the 2-step treatment has a number of advantages, among which we mention the possibility to calculate the experimental data in real time scale that often is important in many of the problems of data processing in real time scale.

To the systems of fundamental functions, the most prominent at present belong to the system of fundamental interpolation features Lagrange system full, odd and even fundamental interpolation trigonometric polynomials. These system functions to draw attention to the fact that algebraic and trigonometric polynomials are linearly dense sets in spaces under continuous and periodic continuous functions. However, there are other fundamental system functions, including systems of polynomial and trigonometric fundamental splines. [2]. Consider the following system of fundamental functions in more detail.

**Main part**

**Statement of the problem.** Let the segment  $[0, T]$ , set to some grid  $\Delta_N$ ,  $\Delta_N = \{t_i\}_{i=0}^N, 0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_N \leq 1$ . Also

along the specified segment  $[0, T]$  set the function  $f(t)$ , and it is known values as  $f(t_j) = f_j, j = 0, 1, \dots, N$  of this function in the grid. The generalized polynomial needs to be build

$$\Phi_N(t) = c_0\varphi_0(t) + c_1\varphi_1(t) + \dots + c_N\varphi_N(t)$$

On function system  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  of the given class, which depends  $N + 1$  st options  $c_0, c_1, \dots, c_N$  and satisfies the conditions

$$\Phi_N(t_j) = f_j, j = 0, 1, \dots, N.$$

The formulated task called the task of interpolation and polynomial  $\Phi_N(t)$  is called the generalized interpolation polynomial.

It is clear that the definition of functions  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  not be narrower than period specification interpolation functions. In many cases, the problems of interpolation system functions  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  on grind  $\Delta_N$  it is advisable to choose in such way so so that the coefficients  $c_k, k = 0, 1, \dots, N$ , of generalized interpolation polynomial are the value of the interpolation polynomial  $\Phi_N(x_j)$  function  $f(t)$  in the nodes of the grid. In this case the function  $\Phi_N(t)$  takes the form

$$\Phi_N(t) = f(t_0)\varphi_0(t) + f(t_1)\varphi_1(t) + \dots + f(t_N)\varphi_N(t). \tag{1}$$

The (1) follows that in this case, the function  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  must be carried out in relation:

$$\phi_j(t_i) = \begin{cases} 1, & j = i; \\ 0, & j \neq i. \end{cases} \tag{2}$$

Function for those in the grind  $\Delta_N$  take place such relations (2), are being called fundamentals in the grind [1].

**The system of fundamental functions.** Lets consider some of the system's fundamental functions in more detail.

**1. The system of fundamental functions of Lagrange**

The system of functions  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  consist of algebraic polynomials  $l_{Nk}(t), k = 0, 1, \dots, N$ , the degree N, which are of the form

$$l_{Nk}(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)\dots(t-t_{k-1})(t-t_{k+1})\dots(t-t_N)}{(t_k-t_0)(t_k-t_1)\dots(t_k-t_{k-1})(t_k-t_{k+1})\dots(t_k-t_N)} = \frac{\omega_N(t)}{(t-t_k)\omega'_k(t_k)},$$

where,  $\omega_N(t) = (t-t_0)(t-t_1)\dots(t-t_N)$ ,

referred to as the system of fundamental functions of Lagrange on the grid  $\Delta_N$ .

It is easy to check that,

$$l_k(t_i) = \begin{cases} 1, & k = i; \\ 0, & k \neq i, \end{cases}$$

$$k, i = 0, 1, \dots, N.$$

Using the basic functions of Lagrange, the interpolation polynomial of Lagrange that interpolates the function  $f(t)$  in the grid  $\Delta_N$  can be written as:

$$L_N(t) = \sum_{k=0}^N f_k l_{Nk}(t).$$

The disadvantage of Lagrange fundamental functions is that they behave quite irregular; in particular, between the nodes of the grid they take values larger than one unit, i.e. modules values of these polynomials in points their bends do not fall monotonically with increasing distance from the site of interpolation.

### 2. The system of complete trigonometric polynomial of the fundamental

When considering trigonometric functions we will assume that the  $T \equiv 2\pi$ . On the  $[0, 2\pi]$  the uniform grid

$$\Delta_N = \{t_i\}_{i=1}^N, t_i = \frac{2\pi}{N}(i-1) \text{ has been set.}$$

The system of fundamental trigonometric polynomials on the grid  $\Delta_N$  consists of polynomials  $t_k(t)$ ,  $k=1, \dots, N$ ,  $N = 2n+1, n=1, 2, \dots$ , where  $N$  - the number of interpolation nodes, and the  $n$  - the order of the trigonometric polynomial.

On this grid fundamental trigonometric polynomials  $t_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, N$ , in order  $n$  can be written in such way:

$$t_k(t) = \frac{1}{N} \left[ 1 + 2 \sum_{j=1}^n \cos j(t-t_k) \right].$$

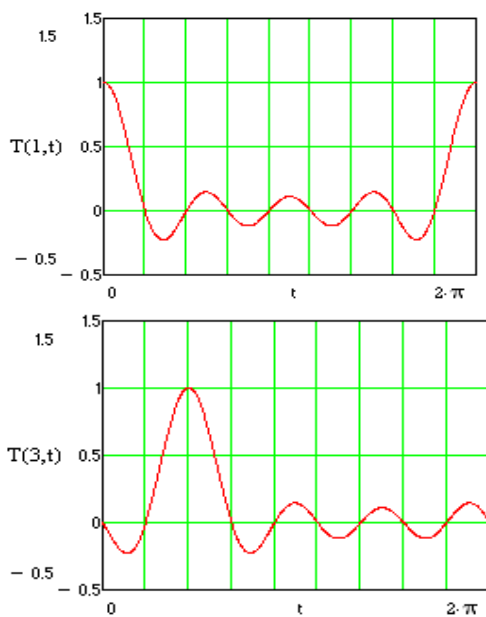


Fig. 2. The fundamentals on the grid  $\Delta_N$  trigonometric polynomials  $t_1(t)$  and  $t_3(t)$  ( $N = 9$ ).

The system of basic trigonometric functions, from some grid  $\Delta_N$  is the only in the sense that there is something a single system of trigonometric polynomials of order  $n$  that satisfies this grid conditions

$$t_k(t_j) = \begin{cases} 1, & k = j; \\ 0, & k \neq j, \end{cases} (k, j = 1, \dots, N).$$

Using a system of basic trigonometric polynomials  $t_k(t)$ ,  $k = 1, \dots, N$ , fundamental trigonometric polynomials can be written in such way:

$$T_n(t) = \sum_{k=1}^N f_k t_k(t).$$

**3. Systems of fundamental polynomial splines.** Among other classes of polynomial functions attention classes of simple polynomial splines, which, as is well known, is the best linear approximation of vehicle classes differentiated features. In addition, it is worth noting the possibility to control the differential properties of such spline, which is very convenient in many tasks.

It is easy to build a system of fundamental polynomial splines. On the segment  $[0, T]$  has been set the grid  $\Delta_N$ .

Label through  $C_{[0, T]}^m$  class real continuous functions that have continuous derivatives up to the  $m$ -th order, and through  $P_{2m-1}[0, T]$  class of algebraic polynomials of degree  $2m-1, m = 1, 2, \dots$ , specified on the segment  $[0, T]$ .

Define  $N+1$  the sequence  $\Theta_{Nk} = \{\zeta_{ki}\}_{i=0}^N$ , that defined this way:

$$\zeta_{ki} = \begin{cases} 1, & i = k; \\ 0, & i \neq k. \end{cases}$$

Lets define system of fundamental polynomial splines of degree  $2m-1, m = 1, 2, \dots$ , with defect  $d, 1 \leq d \leq m$  (if  $d = 1$  - polynomial splines is called simple)

$$S_{2m-1, d}(k, \Delta, t), k = 0, 1, \dots, N,$$

$$\text{So, } S_{2m-1, d}(k, \Delta, t) = S_{2m-1, d}(\Theta_{Nk}, \Delta, t).$$

Therefore, the fundamental polynomial spline  $S_{2m-1, d}(k, \Delta, t), k = 0, 1, \dots, N$ , takes the value 1 in  $k$ -th node of the grid  $\Delta_N$  and a value of 0 in all other nodes of the grid.

Using a system of the fundamental polynomial splines, the spline that interpolates the function  $f(t)$  in the grid  $\Delta_N$  can be written in the form

$$S_{2m-1, d}(f, \Delta, t) = \sum_{k=0}^N f_k S_{2m-1, d}(k, \Delta, t).$$

We do not provide graphs of basic simple polynomial splines based on uniform grid because they coincide with the fundamental trigonometric splines, graphics which will be below [3].

The class of polynomial splines have a number of shortcomings, which greatly hampered their use in many problems of science and technology. One of those disadvantages is the substantial growth of the difficulties their building with the growth of the degree of the spline; as a result, in practice mainly used only polynomial splines of

the third order. The other principal drawback of polynomial splines is their structure; in turn, this leads to the fact that the operations of integration and differentiation splines need to carry over the polynomial approximations that make these splines.

So some interest cause other types of interpolation features that have certain properties of smoothness. One of these classes of functions are trigonometric interpolation splines [2] [3], which have the advantage of polynomial splines and serves only analytical expression throughout the interval approximation; In addition, the complexity of their construction does not increase with increasing orders of splines.

**4. The system of fundamental trigonometric splines.**

The system of fundamental trigonometric splines will have

$$St(r, t) = \frac{1}{N} \left\{ 1 + 2 \sum_{j=1}^{N-1} \alpha_j^{-1}(r) [C_j(r, t) \cos jt_k + S_j(r, t) \sin jt_k] \right\},$$

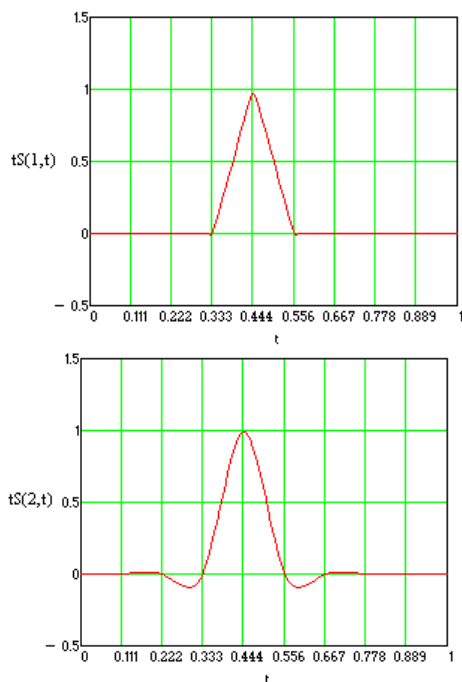
$$\text{Where } C_j(r, t) = \frac{\cos jt}{j^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{\cos(mN + j)t}{(mN + j)^{r+1}} + \frac{\cos(mN - j)t}{(mN - j)^{r+1}} \right]$$

$$S_j(r, t) = \frac{\sin jt}{j^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{\sin(mN + j)t}{(mN + j)^{r+1}} - \frac{\sin(mN - j)t}{(mN - j)^{r+1}} \right],$$

$$\alpha_j(r) = \frac{1}{j^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{(mN + j)^{r+1}} + \frac{1}{(mN - j)^{r+1}} \right]$$

$j = 1, 2, \dots, n, k = 1, \dots, N, r$  - spline's degree

The look of some of the fundamental trigonometric splines with different values of the parameter  $r$  are given in Fig. 3.



**Figure 3.** Graphs of basic trigonometric splines with  $r=1,2$

It is easy to see that fundamental trigonometric splines module highs come from the removal from the site of interpolation. Also for the fundamental trigonometric splines at any values  $r$  of condition

mark  $St(r, t)$ . Unlike fundamental trigonometric polynomials  $t_k(t)$ , that are shown in the [3] depend more on setting  $r, r = 1, 2, \dots$ ; his option determines the differential properties of trigonometric splines. So when any value  $r$   $St(r, t) \in C_{[0, 2\pi]}^{r-1}$ .

In the paper [4] was investigated the influence of differential properties of fundamental trigonometric interpolation splines interpolation accuracy on both ends and the middle section of the interpolation.

Fundamental trigonometric interpolation splines, which we will examine on uniform grids  $\Delta_N$  have a look

$$\sum_{k=0}^N tS(r, t) = 1$$

A certain weakness for fundamental trigonometric splines is their frequency. However, they can be applied to non-periodic functions, applying this special methods of periodic continued [3].

**Conclusions.** The paper considers some of the system's fundamentals functions, which is convenient for application in problems of interpolation. The look of interpolation polynomial in the form of (1) has a significant advantage over other forms of representation, that is, that there is no need to calculate the coefficients  $c_k, k = 0, 1, \dots, N$ , of the polynomial interpolation. In turn in the role of uncertain parameters in (2) advocating the value of approximate search solving in the key points  $t_j, (j = 1, \dots, N)$ . It is clear that the formulation in terms of the key points allows you to associate settings with limited parts in the General case of spatial areas that include these nodal points. This fact is very useful as a study method this equation allows you to discover the range, where the convergence of decisions is slow (or live) [1].

A particular disadvantage of such a submission can be considered that a change in the grid have to transfer functions  $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t)$  however, this disadvantage in many applied problems are inconsequential, since in the vast majority of these problems are considering only the uniform grid.

Fundamental trigonometric splines have a number of advantages in comparison with polinomial splines. Such benefits include no algorithms for constructing trigonometric



splines for different values of the parameter and view their only expression (uniformly convergent trigonometric num-

ber) on the entire range of approximation.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1]. Гутер Р.С. и др. Элементы теории функций.-М.: Физматгиз, 1963. -244с
- [2]. Денисюк В.П. Сплайни та сигнали. – Київ, ЗАТ «ВІПОЛ», 2007р. – 228с.
- [3]. Денисюк В.П. Тригонометричні ряди та сплайни. – К.:НАУ, 2017. – 212с.
- [4]. Денисюк В.П., Негоденко О.В. Вплив гладкості інтерполяційних тригонометричних сплайнів на похибку інтерполя-

ції// Ukrainian Food Journal. 2013. Volume 2. Issue 4 <http://www.ufj.ho.ua/>

- [5]. В.П. Денисюк, Негоденко О.В. Поліноміальні та тригонометричні сплайни. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія фізико-математичні науки. – К: Київський університет, 2016. – №4 – с.61-66.

#### REFERENCES

- [1]. R. Guter and others. The elements of function theory.-m.: Fizmatgiz, 1963. -244 c
- [2]. V. Denisyuk. Splines and signals. – Kiev, JSC «VİPOL», 2007 – 228 p.
- [3]. V. Denisyuk Trigonometric Series and splines. – Kyiv: NAU, 2017. – 212 p.

[4]. V. Denisyuk, E. Negodenko, Influence of smoothness interpolation trigonometric splines on interpolation accuracy//Ukrainian Food Journal. 2013. Volume 2. Issue 4 <http://www.ufj.ho.ua/>

- [5]. V. Denisyuk, E. Negodenko. Polinomial and trigonometric splines. *Bulletin Taras Shevchenko National University of Kiev.* 2016. №4.-P. 61-66

#### Математичні моделі на основі фундаментальних тригонометричних сплайнів

**В. П. Денисюк, О. В. Негоденко**

**Анотація.** В роботі розглядаються деякі системи фундаментальних функцій, які зручно застосовувати в задачах інтерполяції. До систем фундаментальних функцій, найбільш відомих на теперішній час, належать система фундаментальних функцій Лагранжа та системи повних, парних та непарних фундаментальних тригонометричних многочленів. Проте на рівномірних сітках існують і інші системи фундаментальних функцій, зокрема системи поліноміальних фундаментальних сплайнів, а також тригонометричних повних, парних та непарних фундаментальних сплайнів. Деякі з таких систем і розглядаються в даній роботі.

**Ключові слова:** фундаментальні функції, функції Лагранжа, інтерполяція, прості поліноміальні сплайни, тригонометричні сплайни.

## Solving the Spectral Problems by the Modified Method of Successive Approximations

S. M. Yaroshko, S. A. Yaroshko\*

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-04>

National University "Lviv Polytechnic", <sup>2</sup>Ivan Franko National University of Lviv, Lviv, Ukraine

\*Corresponding author. E-mail: serhiy.yaroshko@lnu.edu.ua

Paper received 25.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Abstract.** We describe an effective numerical method of solving the complete spectral problem with a given linear completely continuous operator (or with a polynomial pencil of such operators) acting in a functional normed space. We use the modified method of successive approximations (MMSA) to calculate the eigenvalues (single and multiple), eigenfunctions and associated functions of the operator. We can make a posteriori estimation of the accuracy of the obtained values. The theorem about MMSA convergence and the technique of the accuracy estimation are formulated in this paper. Besides that, some examples of MMSA applications are demonstrated.

**Keywords:** eigenvalue, eigenfunction, associated function, completely continuous operator, pencil of operators.

**Introduction.** The eigenvalue problems arise in many applied fields of mechanics, electrodynamics, structural analysis, mathematics, quantum mechanics and others. There are many methods, general and special, of solving such problems, but the interest to the question remains at high level. The large number of publications, produced every year, proves this.

We will talk about the modified method of successive approximations (MMSA) [1, 2] designed to calculate the eigenvalues and eigenfunctions of a given linear completely continuous operator. Similarly to the classic power method, MMSA calculates the iterations of some initial function but takes into account not only the two last iterated functions, but all the obtained ones. MMSA acts especially well while the operator has several close characteristic numbers. Recall, that the characteristic number of an operator is reciprocal of the eigenvalue. The method allow us to calculate single and multiple characteristic numbers  $\mu_n$  with the corresponding eigenfunctions and the associated functions (in case when the geometric multiplicity of a number is less than the algebraic one).

**Description of the MMSA.** Let  $A$  be a linear completely continuous operator acting in a functional normed space  $E$ . It is known that there exists such entire function  $F(\mu)$  that its roots are the characteristic numbers of the operator  $A$ . It is named the characteristic series of the operator and has the form

$$F(\mu) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j \mu^j. \quad (1)$$

Let us consider the spectral problem

$$u - \mu Au = 0, \quad (2)$$

where  $\mu$  is a spectral parameter. Its solutions are the characteristic numbers  $\mu_n$  and the eigenfunctions  $u_n(x)$ . Let

$$\|u_n\| = 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

We consider also the auxiliary problem

$$u - \mu Au = v_0 F(\mu), \quad (3)$$

where  $v_0$  is some initial function from  $E$ , the coefficients  $c_j$  of series (1) are unknown and

$$v_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n u_n(x). \quad (4)$$

Problem (3) has solution at every value of the parameter  $\mu$  and becomes a homogeneous spectral problem (2), when  $\mu$  becomes equal to a characteristic number  $\mu_n$ . Equation (3) includes  $\mu$  polynomially, therefore its solution has a form

$$u(x) = \sum_{m=0}^{\infty} Z_m(x) \mu^m, \quad (5)$$

$$\text{where } Z_m(x) = \sum_{j=0}^m c_j v_{m-j}(x), \quad v_j = Av_{j-1} = A^j v_0.$$

**Theorem 1.** Let all the characteristic numbers  $\mu_n$  of a linear completely continuous operator  $A: E \rightarrow E$  be single, and all the coefficients  $b_n$  in the decomposition (4) be not equal to zero. If the condition

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|\psi_m\| = \lim_{m \rightarrow \infty} \|Z_m\| / |c_m| = 0, \quad (6)$$

is true, then the numbers  $c_j, j = 0, \overline{m}$  in the (5) are the coefficients of an entire function (1), the roots of this function coincide with  $\mu_n$ , and the sum of series (5) at  $\mu = \mu_n$  are equal to  $a_n u_n$ , where  $a_n \neq 0$ . On the contrary, if all  $\mu_n$  are real positive and growing not slower than  $Cn^p, p > 1$  starting from some index  $n_0$ , and condition  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = K < \infty$  is true, then condition (6) is true.

The proof of the theorem was published in [2]. Theorem 1 gives us the way to construct the computational algorithm. Firstly, we set an initial function  $v_0$ . Next we successively calculate  $v_m = Av_{m-1}, m = 1, 2, \dots$ , minimize the function  $\psi_m$  to obtain the unknown coefficients  $c_j / |c_m|$  and calculate the roots  $\mu_n^{(m)}$  of the polynomial  $F_m(\mu) = \frac{1}{c_m^{(m)}} \sum_{j=0}^m c_j^{(m)} \mu^j$  which are the approximate characteristic numbers. Then we calculate the corresponding approximate eigenfunctions as segments of the series (5).

**Remark 1.** If space  $E$  is finite-dimensional then we obtain the exact values of all the characteristic numbers and the eigenvectors for finite amount steps of the algorithm of the method.

**Remark 2.** If some characteristic number  $\mu_k$  is  $l_k$ -multiple and has the corresponding eigenfunctions  $u_{k,j}(x), j = 1, \dots, l_k$ , then the function  $u_k(x)$  in the decomposition (4) has the form  $u_k(x) = \sum_{j=1}^{l_k} a_j u_{k,j}(x)$  and the theorem proof remains true. To make sure that the retrieved characteristic numbers are simple we have to solve the problem again with a different initial function. In the new solution the ei-

genfunction of a multiple characteristic number will differ from the previous one.

**Numeric results.** The eigenfunctions and eigenvalues of the boundary value problem [3]

$$-y''(x) = \mu y(x), \quad x \in [0;1]; \quad y(0) = y(1) + y'(1) = 0, \quad (7)$$

are  $y_n(x) = \sin k_n x$  and  $\mu_n = k_n^2$  respectively, where  $k_n$  are the roots of the equation  $\operatorname{tg} k = -k$ . It is easy to construct an integral equation equivalent to (7):

$$y = Ay \equiv \mu \int_0^1 G(x,t) y(t) dt, \quad G(x,t) = \begin{cases} (2-t)x/2, & x \leq t \\ t(2-x)/2, & x \geq t \end{cases} \quad (8)$$

The operator  $A$  is completely continuous in the spaces  $C[0;1]$  and  $L_2[0;1]$ . The problem (8) was solved by the power method and by MMSA with the same initial function  $v_0(x) \equiv 1$ . The results are shown in the table 1. It is evident that MMSA provides higher convergence to the first value and calculates several next ones.

**Table 1.** Eigenvalues of the problem (7) – characteristic numbers of the problem (8)

Iteration, $n$	Power method,	MMSA			
	$\mu_1^{(n)}$	$\mu_1^{(n)}$	$\mu_2^{(n)}$	$\mu_3^{(n)}$	$\mu_4^{(n)}$
1	4,8	4,166666667			
2	4,1667	4,116062477	31,43418628		
3	4,12270	4,115858528	24,37850638	87,85765293	
4	4,116932	4,115858366	24,14142238	65,26022330	235,4016604
5	4,1160399	4,115858366	24,13935078	63,73463220	139,3090487
6	4,11588829	4,115858366	24,13934205	63,66050780	124,5039154
Right values	4,115858366	4,115858366	24,13934203	63,65910653	122,8891618

Note, that the eigenfunctions  $y_n$  do not establish a basis of  $C[0;1]$  but MMSA works successfully.

Let us consider the spectral problem with the simple-layer potential

$$\mu \int_C \ln \rho(s,s') u(s') ds' = u(s), \quad (9)$$

where  $C$  is a circle of the given radius  $R$  (let  $R$  be equal to 1);  $s, s'$  – points on the circle;  $\rho(s, s')$  – distance between them. In the polar coordinate system  $(r, \varphi)$  the equation (9) becomes

$$\mu \int_{-\pi}^{\pi} \ln \sqrt{2(1 - \cos(\varphi - \varphi'))} u(\varphi') d\varphi' = u(\varphi), \quad (10)$$

It is easy to verify that the characteristic numbers of (10) are  $\mu_n = -n/\pi, n = 1, 2, \dots$  with the corresponding eigenfunctions  $u_{n,1} = \cos n\varphi, u_{n,2} = \sin n\varphi$ , i.e. every  $\mu_n$  is two-multiple. We solved (10) in  $L_2[-\pi; \pi]$  by MMSA with different initial functions  $v_0$  (even, odd and general) and obtained the  $\mu_n$  as simple numbers but with the different corresponding eigenfunctions. The results are shown in table 2.

**Table 2.** Characteristic numbers and eigenfunctions of the problem (10)

$n$	Exact $\mu_n$	Approximate $\mu_n$	Approximate $u_n$ obtained with different $v_0(\varphi)$		
			$v_0 = \varphi \sin \varphi$	$v_0 = \varphi \cos \varphi$	$v_0 = \exp \varphi \sin \varphi$
1	-0.3183098862	-0.3183098862	$u_1 = \cos \varphi$	$u_1 = \sin \varphi$	$u_1 = a \cos \varphi + b \sin \varphi$
2	-0.6366197724	-0.63661978	$u_2 = \cos 2\varphi$	$u_2 = \sin 2\varphi$	$u_2 = a \cos 2\varphi + b \sin 2\varphi$
3	-0.9549296586	-0.9550	$u_3 \approx \cos 3\varphi$	$u_3 \approx \sin 3\varphi$	
4	-2.683239545	-2.69			$a \approx -0.4479; b \approx 0.8941$

Both operators in the problems above were self-adjoint. Let us consider another problem with a not self-adjoint operator:

$$y''(x) = \mu y'(x), \quad x \in [0;1], \quad y(0) = y(1) = 0, \quad (11)$$

It is known [3] that the eigenvalues of (11) are complex conjugated numbers  $\mu_k = 2k\pi i, k = \pm 1, \pm 2, \dots$ . We transformed the problem (11) to the integral form using the Green's function

$$G(x,t) = \begin{cases} -x, & x \leq t \\ 1-x, & x \geq t \end{cases}$$

kernel of the integral operator is simple enough so we can calculate the functions  $v_j$  and the coefficients  $c_j$  analytical-

The approximate eigenfunctions  $u_1, u_2, u_3, u_4$  have the accuracies  $10^{-9}, 10^{-7}, 10^{-4}, 10^{-2}$  respectively.

The initial function  $v_0 = \varphi \sin \varphi$  is even, so its decomposition of form (4) contains only  $u_{n,1}$  eigenfunctions and the corresponding coefficients have the form  $b_n = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi \sin \varphi \cos n\varphi d\varphi = -\pi/2, n = 1; 2\pi \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 - 1}, n \geq 2$ .

It is easy to make sure that theorem 1 restriction on  $b_n$  is satisfied:  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \frac{\pi}{2} + 2\pi \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1} = 2\pi$ . Conversely, the initial function  $v_0 = \varphi \cos \varphi$  is odd, its coefficients  $b_n = \int_{-\pi}^{\pi} \varphi \cos \varphi \sin n\varphi d\varphi = -\pi/2, n = 1; 2\pi \frac{(-1)^n n}{n^2 - 1}, n \geq 2$ , and the series  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$  is divergent. This example demonstrates that the restriction on  $b_n$  is not obligatory in the applications.

ly (with the initial function  $v_0(x) = x$ ) and diminish numerical errors. We performed thirty-seven steps of the method and obtained twenty-four approximate characteristic numbers. The first pair of them have twenty-four right decimal digits and the last pair – only two digits.

It turned out that the approximate solutions converge to the exact values as a geometric progression with a small common ratio  $q$ , while the steps of MMSA are executed analytically. We saw in different problems that the value of  $q$  varies from 0.001 to 0.1.

**Associated function.** Sometimes the algebraic multiplicity of a characteristic number is greater than the amount of the corresponding eigenfunctions. In this case, the associated functions correspond to the number as well. For instance, let  $\mu_k$  be a two-multiple number with a single eigenfunction  $u_k$ . Then the associated function  $w_k$  corresponds to  $\mu_k$ . This function is a solution of the equation  $Aw_k - \mu_k^{-1}w_k = u_k$ .

It turns out [2] that MMSA can calculate such numbers and functions if the initial function has the form  $v_0(x) = b_k^{(1)}w_k(x) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n u_n(x)$  and the algorithm is complemented with formulas for the associated function:  $w_k^{(m)} = \sum_{j=1}^{m-1} T_j^{(m)} j \mu_k^{(m)j-1}$ ,  $T_j^{(m)} = \sum_{i=j+1}^m c_i v_{m+j-i}$ . We verified it by solving several model problems.

**Error estimation.** It is shown in [4] that at the  $m$ -th step of the algorithm we need to solve the system

$$\Lambda \vec{c}^{(m)} = -\vec{e}, \quad (12)$$

where  $\Lambda = \{\Lambda_{ij}\}$ ;  $\Lambda_{ij} = \mu_i^{-j}$ ;  $\vec{e} = (1, \dots, 1)$ ;  $c_j^{(m)}$  is the  $m$ -th approximation to the unknown coefficients  $c_j$ . Some elements  $\Lambda_{ij}$  vanishes during the calculations due to the finite computer memory. We mark  $\Lambda_{\delta}$  remaining in the memory part of the matrix  $\Lambda$ . Then the linear part of the method error has form

$$\vec{\varepsilon} = R(\mu) \equiv \mathbf{P}^{-1} (\vec{c}^{(m)} + \Lambda_{\delta}^{-1} \vec{e}), \quad (13)$$

where  $\mathbf{P} - m \times m$  matrix,  $i$ -th column of it consists of the coefficients of the polynomial  $\prod_{j=1, j \neq i}^m (\mu - \mu_j)$ .

Whereas the exact numbers  $\mu_j$  are unknown, we use the obtained approximate numbers  $\mu_{\delta j}$  to estimate the method error in the way: 1) calculate  $\varepsilon_{\delta} = R(\mu_{\delta})$ ; 2) calculate  $\varepsilon^{-} = R(\mu_{\delta} - \varepsilon_{\delta})$ ,  $\varepsilon^{+} = R(\mu_{\delta} + \varepsilon_{\delta})$ ; 3) write the estimation as intervals  $\delta_j \in [\varepsilon_j^{-} / \mu_{\delta j}, \varepsilon_j^{+} / \mu_{\delta j}]$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

The integral operator  $Au \equiv \sqrt{k/2\pi} \int_{-1}^1 \cos(kxt)u(t)dt$  defines the Fourier cosine transform of finite functions. It is known, that the absolute values of characteristic numbers of this operator gather near 1 when the parameter  $k$  becomes larger. The first five characteristic numbers are tabulated for  $k = 1, \dots, 8$ . We calculated them by MMSA and estimated its accuracy according to the described technique. All the obtained number and estimations of them coincided with the known values.

An interesting result was obtained for  $k = 16$ :  $\mu_{\delta 1} = 1.0000000$ ,  $\mu_{\delta 2} = -1.0000000$ ,  $\mu_{\delta 3} = 1.0000011$ ,  $\mu_{\delta 4} = -1.0003014$ ,  $\mu_{\delta 5} = 1.0265150$ ,  $\mu_{\delta 6} = -1.6333306$ ,  $\mu_{\delta 7} = 8.0776840$ ,  $\mu_{\delta 8} = -79.6164$ ,  $\mu_{\delta 9} = 1118.5$ ;  $\delta_1 = \dots = \delta_6 = 0$ ,  $\delta_7 \in [0.08\%; 0.09\%]$ ,  $\delta_8 \in [0.12\%; 0.13\%]$ ,  $\delta_9 \in [6.42\%; 6.44\%]$ .

**Polynomial pencil of operators.** It is possible to solve a spectral problem with a polynomial pencil of completely continuous operators by MMSA. According to [5] we can replace the original problem by the linearized one and solve it by the method. For instance, let consider a problem  $B_3 \mu^3 + B_2 \mu^2 + B_1 \mu + I = 0$ , where the operators  $B_i$  act in a normed space  $E$  and  $I$  is a unite operator. The equivalent problem has form (2) assuming that the operator  $A$  acts in the space  $E \oplus E \oplus E$  and has form  $A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ -B_3 & -B_2 & -B_1 \end{pmatrix}$ . This

approach was tested on a wide range of problems with the pencils of matrices and operators. The highest power of matrix pencil was eight and the power of operator pencil – three. We obtained right solutions in all the cases.

**Conclusions.** The modified method of successive approximations is used to solve spectral problems with matrix or integral operators and with polynomial pencils of such operators. The method calculates several eigenvalues and eigenfunctions of the problem. The domain of application of MMSA is wider in practice then in theory, as described in the grounding theorem 1. Most effectiveness of the method is reached when several primary eigenvalues are close. Accuracy of the approximate solution can be estimated after finishing the calculations. The estimation technique takes into account the peculiarities of MMSA.

## REFERENCES

1. Voitovich M.M., Yaroshko S.M., Yaroshko S.A. Posteriori Estimation of Calculation of Characteristic Numbers in Modified Successive Approximation Method. Mathematical methods and physical-mechanical fields, 2000, Vol. 43, No. 1. P. 59-67. (in Ukrainian)
2. Yaroshko Svitlana About Grounding of The Modified Method of Successive Approximations for Calculating Completely Continuous Operator Characteristic Numbers. Visnyk Lviv Univ Ser. Applied Mathematics and Computer Science. 2001. No. 4. P. 71-79. (in Ukrainian)
3. Collatz, Lothar Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen - Akadem. Verl.-Ges. Geest & Portig, 1963.
4. Yaroshko Svitlana, Yaroshko Sergiy Methodic of Posteriori Estimation of Accuracy of the Modified Method of Successive Approximations Visnyk Lviv Univ Ser. Applied Mathematics and Computer Science. 2005. No. 10. P. 49-58. (in Ukrainian)
5. Yaroshko Svitlana, Yaroshko Sergiy Expansion of the Modified Method of Successive Approximations on Spectrum Problems with Polynomial Operator Pencils. Visnyk Lviv Univ Ser. Applied Mathematics and Computer Science. 2008. No. 14. P. 170-176. (in Ukrainian)

## Решение задач на собственные значения модифицированным методом последовательных приближений С. М. Ярошко, С. А. Ярошко

**Аннотация.** Описан эффективный численный метод решения полной спектральной задачи для заданного линейного вполне непрерывного оператора (или полиномиального пучка таких операторов), действующего в нормированном функциональном пространстве. Модифицированный метод последовательных приближений используют для вычисления собственных значений (простых и кратных), собственных и присоединенных функций оператора. Точность вычисленных приближенных значений можно оценить апостериори. В статье сформулирована теорема, обосновывающая сходимость метода, описана методика апостериорной оценки точности. Приведены примеры применения метода.

**Ключевые слова:** собственное значение, собственная функция, присоединенная функция, вполне непрерывный оператор, операторный пучок.

## Stability of the solution of stochastic partial differential equation with random parameters

I. V. Yurchenko, V. S. Sikora

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-05>

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine  
Corresponding author. E-mail: i.yurchenko@chnu.edu.ua

Paper received 24.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Abstract.** The existence of a strong solution of the linear stochastic partial differential equation (LSPDE) in the corresponding space with random parameters is proved. The sufficient conditions are obtained for the asymptotic stability and mean square instability of the strong solution of the LSPDE.

**Keywords:** stochastic partial differential equation, mean square stability, asymptotic stability.

**Introduction.** Deterministic partial differential equations were considered by many authors, see, for example, [1–3] and bibliography therein.

Since the concepts of stochastic differential and integral and change of variables for a stochastic differential have been introduced and a strong solution to a stochastic differential equation (SDE) has been defined in the well-known monographs [4–6] and then propagated to classes of stochastic functional differential equations [7–9] (see the extensive bibliography in these studies), it became possible to investigate an asymptotically strong solution for SPDE (see, for example, [5, 10–12], etc.).

The further analysis of SPDE involves the construction of mathematical models of complicated real systems, which need random parameters to be considered in these equations (see [6, 7, 12, 13], etc.).

In the paper, we will analyze the asymptotic behavior of strong solution of LSPDE taking into account random parameters in the left-hand side [10, 12].

**Problem statement.** Consider a stochastic experiment with the basic probability space [1, 4, 5, 7]  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ ,  $F \equiv \{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$  is filtration, where function  $u(t, x, \omega) \in R^1$  is given, which is measurable with probability one in  $t$  and  $x$  with respect to the minimum  $\sigma$ -algebra  $\mathcal{B}([0, T], R^1)$  of Borel sets on the plane [13] and for which

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E \left\{ |u(t, x, \omega)|^2 \right\} dx < \infty \quad (1)$$

for all  $t \in [0, T]$ ,  $E\{\cdot\}$  is expectation [14], and  $T \subset [0, \infty)$ . Denote by  $M_T$  the space of function  $\{u(t, x, \omega)\}$ , which possesses the integrability property (1).

Introduce the norms [6, 15]:

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2R^1}}^2 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t, x, \omega)|^2 dx; \quad (2)$$

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2T}}^2 \equiv \int_0^T |u(t, x, \omega)|^2 dt; \quad (3)$$

$$E_u(t) \equiv E \left\{ \|u(t, x, \omega)\|_{L_{2R^1}}^2 \right\}, \quad (4)$$

where  $L_{2R^1}$  and  $L_{2T}$  are spaces of functions  $\{u(t, x, \omega)\}$ , which have the corresponding norms (2) and (3).

In space  $M_T$ , it is necessary to introduce the norm

$$\|u(t, x, \omega)\|^2 \equiv \int_0^T E_u(t) dt = \int_0^T E \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t, x, \omega)|^2 dx \right] dt, \quad (5)$$

Denote

$$Q(A(\xi(\omega)), q, p) \equiv \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m a_{kj}(\xi(\omega)) q^k p^j, \quad (6)$$

where  $A \equiv \{a_{kj}\}$  is a real matrix composed of elements  $a_{kj} \in R^1$ .

In space  $M_T$ , consider a subspace  $M_{IT} \subset M_T$ , for whose elements the inclusion

$$Q\left(A, \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega) \in M_T \quad (7)$$

takes place.

On  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  consider the Cauchy problem for the linear stochastic partial differential equation (LSPDE)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ Q\left(A(\xi_1(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega) \right] + \\ & + Q\left(B(\xi_2(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega) = \\ & = Q\left(C(\xi_3(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega) \frac{dw(t, \omega)}{dt}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$Q\left(A(\xi_1(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) u(t, x, \omega) \Big|_{t=0} = [Qu]_0, \quad (9)$$

where  $Q$  is defined by (6), matrices

$$B \equiv \left\{ b_{ij}(\xi_2(\omega)) \right\}_{i,j=1}^{k,n}, \quad b_{ij}(\xi_2(\omega)) \in R^1;$$

$$C \equiv \left\{ c_{ij}(\xi_3(\omega)) \right\}_{i,j=1}^{k,n}, \quad c_{ij}(\xi_3(\omega)) \in R^1, \quad \text{where}$$

$\xi_i(\omega), i=1, 2, 3$ , are random value specified by the density  $p_{\xi_i}(x), i=1, 2, 3$ , (or by the distribution function

$$F_{\xi_i}(x) \equiv P\{\omega: \xi_i(\omega) < x \forall x \in R^1\}, \quad i=1, 2, 3 \quad [14], \quad w(t, \omega)$$

is a one-dimensional Wiener process [11], and  $\xi_i(\omega), i=1, 2, 3$ , does not depend on  $w(t, \omega)$ .

By a strong solution of the Cauchy problem (8), (9) we will understand function  $u(t, x, \omega)$  continuous in  $t \in [0, T]$  with probability one, consistent with filtration  $\{\mathcal{F}_t, t \in [0, T]\}$ , and such that with probability one for each pair  $(t, x)$  it satisfies the integral stochastic equation [1, 4, 11]

$$\begin{aligned} Q\left(A(\xi_1(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(t, x, \omega) &= [Qu]_0 + \\ &+ \int_0^t Q\left(B(\xi_2(\omega)), \frac{\partial}{\partial x}\right)u(s, x, \omega)ds + \\ &+ \int_0^t Q\left(C(\xi_3(\omega)), \frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(s, x, \omega)dw(s, \omega), \end{aligned} \quad (10)$$

with the non-random initial conditions (9).

**Existence of the solution of the Cauchy problem for LSPDE (8), (9) in space  $M_{1T}$**

To establish the existence of a strong solution of the Cauchy problem for (8), (9), we will first prove an auxiliary result.

**Lemma 1 [20].** The Fourier transform in  $x$  [1] for function  $u(t, x, \omega)$

$$v(t, \sigma, \omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\sigma x} u(t, x, \omega) dx \quad (11)$$

does not bring it out of the space  $M_T$  for any finite  $T \subset \mathbb{R}^1$ .

**Theorem 1 [20].** Let the following conditions be satisfied for the Cauchy problem (8), (9):

i.) the roots of polynomial

$$P(\lambda(x), i\sigma) \equiv \lambda Q(A(x), \lambda, i\sigma) + Q(B(x), \lambda, i\sigma)$$

for an arbitrary  $x \in \mathbb{R}^1$  and  $\sigma \neq 0$  satisfy the inequality  $\text{Re } \lambda(x) \leq \psi(\sigma) < 0$ ,  $\psi(0) = 0$ ;

ii.)  $\forall t \in [0, T]$   $i C(x) \equiv 0_{k \times n}$  the deterministic equation

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} \left[ Q\left(A(x), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) \overset{\square}{u}(t, x) \right] + \\ &+ Q\left(B(x), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) \overset{\square}{u}(t, x) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

has the solution  $\overset{\square}{u}(t, x)$  of the Cauchy problem in  $L_{2\mathbb{R}^1}$  with the initial conditions

$$Q\left(A(x), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right) \overset{\square}{u}(t, x) = [Q\overset{\square}{u}]_0; \quad (13)$$

iii.) random variable  $\xi_i(\omega)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , does not depend on  $w(t, \omega)$ .

Then the stochastic Cauchy problem (8), (9) for  $C(x) \neq 0_{k \times n}$  has a solution in space  $M_{1T}$ .

**Asymptotic mean square behavior of the strong solution of the LSPDE.**

**Lemma 2.** Let conditions of Theorem 1 be satisfied for the LSPDE (8), (9). Then:

i.) for an arbitrary matrix  $C(x) \neq 0_{k \times n}$  the inclusion

holds

$$E \left\| Q\left(C(\xi_3(\omega)), dt, i\sigma\right) H(t, \sigma) \right\|_{L_{2,(0,+\infty)}}^2 \quad (14)$$

ii.) for the corresponding norm of this space, the equality is true

$$\begin{aligned} &E \left\| Q\left(C(\xi_3(\omega)), dt, i\sigma\right) H(t, \sigma) \right\|_{L_{2T}}^2 = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E \left\| Q\left(C(\xi_3(\omega)), i\lambda, i\sigma\right) \right\|^2}{|P(i\lambda, i\sigma)|^2} d\lambda \equiv S(\sigma). \end{aligned} \quad (15)$$

**Proof.** Using condition (i) of Theorem 1, we can calculate

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ Q\left(C(\xi_3(\omega)), dt, i\sigma\right) H(t, \sigma) e^{-it} \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{Q\left(C(\xi_3(\omega)), i\lambda, i\sigma\right)}{P(i\lambda, i\sigma)} \end{aligned}$$

and multiplying the left- and right-hand sides of previous formula by  $E \left\{ |\square|^2 \right\}$  we obtain statement (14).

To prove (15), let us apply the Plancherel theorem [1]:

$$\begin{aligned} &\left\| Q\left(C(\xi_3(\omega)), dt, i\sigma\right) H(t, \sigma) \right\|_{L_{2(0, \infty)}}^2 = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left\| Q\left(C(\xi_3(\omega)), i\lambda, i\sigma\right) \right\|^2}{|P(i\lambda, i\sigma)|^2} d\lambda \equiv S_1(\sigma). \end{aligned}$$

Multiplying the left- and right-hand sides of the resultant equality by  $E \left\{ |\square|^2 \right\}$ , we get  $S(\sigma)$  in formula (15). ■

**Theorem 2.** Let the conditions of Theorem 1 be satisfied. Then:

i.) if  $\sup_{\sigma} S(\sigma) < 1$ , then  $\lim_{t \rightarrow \infty} E_U(t) = 0$ , where

$$U(t, x, \omega) \equiv Q\left(D(\xi(\omega)), \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(t, x, \omega)$$

for an arbitrary real matrix  $D$ ;

ii.) if  $S(\sigma) > 1$  on the set of the positive Lebesgue measure, then  $\lim_{t \rightarrow \infty} E_U(t) = +\infty$ .

**Proof.** Since the positive kernel tends to zero as  $t \rightarrow +\infty$ , it follows [20] that  $z(t, \sigma)$  tends to zero for  $S(\sigma) < 1, \sigma \neq 0$ .

If the inequality  $S(\sigma) < 1$ , in (14) holds, then it can be easily seen that as  $t \rightarrow +\infty$ , the absolute value of the Fourier transform  $U(t, x, \omega)$  tends to zero for an arbitrary real matrix [19], uniformly with respect to  $\sigma$  if  $\sup_{\sigma} S(\sigma) < 1$ . It remains to pass to the limit under the sign of the Lebesgue integral to prove the first part of Theorem 2.

To prove the second part of Theorem 2, it will suffice to prove that  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z(t, \sigma) d\sigma = \infty$ , since (14) holds.

Indeed, let  $S(\sigma) > 1$  on the set  $\Lambda$  of the positive Lebesgue measure, then  $\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t, \sigma) = +\infty$ , since  $z(t, \sigma) > 0$ .

Theorem 2 is proved. ■

**Problem of the loss of stability of a rod.** In [3], the

behavior of a rod subject to “white noise” is analyzed. Let the mathematical model of this process be the following stochastic partial differential equation with the derivative of the Wiener process that does not exist with probability one and is called “white noise,” namely:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - a(\xi_1(\omega)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(\xi_2(\omega)) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c(\xi_3(\omega)) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{dw(t, \omega)}{dt}, \quad (16)$$

with the initial conditions

$$u(0, x) = f_1(x), \quad \frac{\partial u(0, x)}{\partial t} = f_2(x) \quad (17)$$

and boundary conditions

$$u(t, 0) = u(t, l) = \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = \frac{\partial u(t, l)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u(t, 0)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(t, l)}{\partial x^2} = 0. \quad (18)$$

Here  $a(\xi_1(\omega)) > 0, b(\xi_2(\omega)) > 0, c(\xi_3(\omega)) > 0$  with probability 1. Similarly to the discrete case [3], the statistical stability margin  $S_a^2$  with respect to the parameter  $a(x), \forall x \in R^1$ , is determined as the most admissible intensity of processes with mutually independent values for which the system is stable in i.i.m., i.e., the solution is stabilized to zero.

As a result, we can calculate the statistical stability margin [17]  $S_{k_1 k_2}$  of system (16)–(18)

$$S_{k_1 k_2} \equiv \sum_{k=0}^m a_{k_1 k_2}(\xi(\omega)) \frac{\partial^k u(t, x)}{\partial t^{k_1} \partial x^{k_2}} \quad (19)$$

with respect to parameters  $a_{k_1 k_2}(\xi_1(\omega)), k = k_1 + k_2$ .

If we denote

$$P(\lambda, \sigma, \omega) \equiv \sum_{k=0}^m a_{k_1 k_2}(\xi_1(\omega)) \lambda^{k_1} (i\sigma)^{k_2},$$

then the statistical stability margin  $S_{k_1 k_2}(x)$  of the system can be calculated by the formula

$$S_{k_1 k_2}(x) \equiv \left[ \sup_{\sigma} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\lambda|^{k_1} |\sigma|^{k_2}}{|P(i\lambda, \sigma, x)|} d\lambda \right]^{-1}. \quad (20)$$

Using the above statement (20), the statistical stability margin  $S(x)$  with respect to the parameters  $a(x), b(x), c(x)$  of system (16)–(18) is found:

$$S(x) \equiv$$

$$\equiv \left[ \sup_{\sigma} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma^2 d\lambda}{(\sigma^4 + a(x)\sigma^2 - b(x)\lambda^2)^2 + c(x)^2 \lambda^2} \right]^{-1} = 2a(x)c(x), \forall x \in R^1. \quad (21)$$

Thus, system (16)–(18) is stable in i.i.m., for which  $S(x) > \varepsilon^2, \forall x \in R^1$ .

Let the right-hand side of Eq. (16) in system (16)–(18) be subject to external random disturbances  $\xi(\omega)$ . This becomes possible if we place the system on a platform whose inching movement can be described by  $\varphi(\xi(\omega))$ .

Then (16) becomes

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c \frac{\partial u}{\partial t} = \varphi(\xi(\omega)) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{dw(t, \omega)}{dt}. \quad (22)$$

Using the definition of the statistical stability margin for system (22), (17), (18), we get

$$S(\varphi) \equiv$$

$$\equiv \left[ E \left\{ |\varphi(\xi)|^2 \right\} \sup_{\sigma} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma^2 d\lambda}{(\sigma^4 + a\sigma^2 - b\lambda^2)^2 + c^2 \lambda^2} \right]^{-1} = E \left\{ |\varphi(\xi)|^2 \right\} 2ac. \quad (23)$$

Applying the sufficient conditions of stability in i.i.m. from Theorem 2, we conclude that system (22), (17), (18) is stable in i.i.m. if  $E\{\varphi^2(\xi)\} 2ac < 1$ , and is unstable in i.i.m. otherwise.

Let  $\xi(\omega)$  have the distribution law

$$P\{\omega: \xi \equiv 1\} = P\{\omega: \xi = -1\} = \frac{1}{2}$$

and  $\varphi(\xi(\omega)) \equiv \xi(\omega)$ . Then  $E\{\xi\} = 0, D\{\xi\} = 1$  and condition (23) coincides with condition (21).

If for the distribution law of  $\xi(\omega)$  we take the Poisson law

$$P\{\omega: \xi = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

and  $\varphi(\xi) = \xi$ , тоді  $E\xi = D\xi = \lambda$ . Therefore, the condition of stability in i.i.m. of system (22), (17), (18) becomes  $2ac\lambda < 1$ , and that of instability, respectively,  $2ac\lambda > 1$ .

**Conclusions.** The stochastic model of complicated systems proposed in the paper is apparently the first attempt to take randomness into account to the fullest extent in the analysis of real processes described by partial differential equations whose right-hand sides consider not only diffusion disturbances such as Brownian process [5, 10, 18, 19] but random disturbances of other types as well.

#### REFERENCES

- [1] R. Bellman and K.L. Cooke, Differential-Difference Equations, Academic Press, New York (1963).
- [2] S.G. Mikhailin, Linear Partial Differential Equations [in Russian], Nauka, Moscow (1997).
- [3] V.V. Stepanov, A Course in Differential Equations [in Russian], Nauka, Moscow (1978).
- [4] A.V. Gulinskii and A.N. Shiryaev, Theory of Random Processes [in Russian], Fizmatlit, Moscow (2005).
- [5] I.I. Gikhman and A.V. Skorokhod, Stochastic Differential Equations and their Application [in Russian], Naukova Dumka, Kyiv (1980).
- [6] I.I. Gikhman and A.V. Skorokhod, Controlled Random Pro-

- cesses [in Russian], Naukova Dumka, Kyiv (1977).
- [7] V.S. Koroliuk, E.F. Tsarkov, and V.K. Yasynskyy, Probability, Statistics, and Random Processes. Theory and Computer Practice, in 3 vols., Vol. 3. Random Processes [in Ukrainian], Zoloti Lytavry, Chernivtsi (2009).
- [8] E.F. Tsarkov and V.K. Yasynskyy, Quasilinear Stochastic Functional Differential Equations [in Russian], Orientir, Riga (1992).
- [9] E.F. Tsarkov, Random Disturbances of Functional Differential Equations under Random Disturbances of their Parameters [in Russian], Zinatne, Riga (1989).
- [10] I.I. Gikhman and A.V. Skorokhod, Stochastic Partial Differential Equations. A Collection of Sci. Papers [in Russian], Inst. Matem. AN UkrSSR, Kyiv (1981), pp. 25–59.
- [11] A.Ya. Dorogovtsev, S.D. Ivasishen, and A.G. Kukush, “Asymptotic behavior of solutions of the heat-conduction equation with white noise in the right side,” Ukr. Math. J., **37**, No. 1, 10–15 (1985).
- [12] G.M. Perun and V.K. Yassinskii, “Investigation of the Cauchy problem for stochastic partial differential equations,” Ukr. Mat. Zhurn., **45**, No. 9, 1413–1420 (1993).
- [13] E.B. Dynkin, Markov Processes [in Russian], Fizmatgiz, Moscow (1969).
- [14] V.S. Koroliuk, E.F. Tsarkov, and V.K. Yasynskyy, Probability, Statistics, and Random Processes. Theory and Computer Practice, in 3 vols., Vol. 1. Probability [in Ukrainian], Zoloti Lytavry, Chernivtsi (2007).
- [15] A.N. Kolmogorov and S.V. Fomin, Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis [in Russian], Nauka, Moscow (1976).
- [16] R.Z. Khas'minskii, Stability of Systems of Differential Equations under Random Disturbances of their Parameters [in Russian], Nauka, Moscow (1969).
- [17] S.D. Eidelman, Parabolic Systems [in Russian], Nauka, Moscow (1964).
- [18] N.P. Donez, I.V. Yurchenko, V.K. Yasynskyy, “Mean Square Behavior of the Strong Solution of a Linear non-Autonomous Stochastic Partial Differential Equation with Markov Parameters”, Cybernetics and System Analysis, **50**, No. 6, 930-939 (2014). doi:10.1007/s10559-014-9683-8
- [19] V.S. Koroliuk, I.V. Yurchenko, V.K. Yasynskyy, “Behavior of the Second Moment of the Solution to the Autonomous Stochastic Linear Partial Differential Equation with Random Parameters in the Right-Hand Side”, Cybernetics and Systems Analysis, **51**, No. 1, 56-63(2015).doi:10.1007/s10559-015-9697-x.
- [20] I.V. Yurchenko, V.K. Yasynskyy, “On stability of the strong solution of the autonomous stochastic partial differential equation with random parameters”, Sworld Journal, Issue №12 (Scientific world, Ivanovo, 2017), 343-356. DOI: 10.21893/2227-6920.2017-12.012.

**Устойчивость решения стохастического дифференциального уравнения в частных производных со случайными параметрами**

**И. В. Юрченко, В. С. Сикора**

**Аннотация.** Доказано существование сильного решения линейного стохастического дифференциального уравнения в частных производных в соответствующем пространстве со случайными параметрами. Получены достаточные условия для асимптотической устойчивости и среднеквадратичной неустойчивости сильного решения.

**Ключевые слова:** стохастические дифференциальные уравнения в частных производных, устойчивость в среднем квадратическом, асимптотическая устойчивость.



## TECHNICAL SCIENCE

### Diagnostic model of wireless sensor network based on the random test of checks

O. V. Barabash<sup>1</sup>, N. V. Lukova-Chuiko<sup>2</sup>, A. P. Musienko<sup>2</sup>, I. P. Salanda<sup>3</sup>

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-06>

<sup>1</sup>State University of Telecommunication, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup>Taras Shevchenko National University, Kyiv, Ukraine

<sup>3</sup>Lesya Ukrainka Eastern European National University, Lutsk, Ukraine

Paper received 23.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Abstract.** In the article it is offered definition characteristics the sufficient of diagnostic information through characteristic numbers of structure of the wireless sensor network, which is located in a particular area. This technique facilitates the evaluation of the sufficiency of accumulated diagnostic information structure of the wireless sensor network to further define the technical state of sensor networks. Also, it is shown, that the proposed feature sufficient of diagnostic information with its subsequent decryption it is allows to limit the accumulation of audit results in the network.

**Keywords:** wireless sensor network, characteristic number, decryption, diagnostic information.

**Introduction.** Wireless sensor networks are increasingly penetrating every year in all industries and fields of activity. Currently, they are widely used not only for data collection and processing and management of industrial sites but also in normal life as Internet of Things [1]. Wireless sensor network has ceased to be the only object of research and becomes a mass product that is produced by many manufacturers.

Existing and projected wireless sensor networks are different as areas of application, as technical solutions used to [2]. Nonetheless, it is identify the main characteristics that are typical of most wireless systems. Typical wireless sensor network consists of a large number of simple devices or nodes to gather information, some more complex devices – coordinators for information processing and network control and data channels. Each node performs periodic measurements, primary processing of information and transfer these data to the coordinator. In the coordinate data is processed and stored, and if necessary, transferred to a higher level or to another system. Nodes can transmit measured information not only directly to the coordinator but, if necessary, through other intermediate nodes. Typical scenarios of using wireless sensor networks impose certain restrictions on the structure and operation of the nodes. In particular, the nodes should be small-sized, cheap enough and have a very long battery life. Consequently, the nodes have energy and computational limitations that should be considered by the designing networks. Coordinators perform functions other than nodes and, for this reason, often have more powerful processors, more memory and better sources of independent power. It should be noted, that the specific network provides data transmission from the node to the coordinator through one or more intermediate nodes. At the same time, there are important technical condition monitoring and timely recovery of individual sensor network nodes. For high reliability of the diagnosis should be used test diagnostics nodes and information channels. This diagnosis based on the following procedure: accumulation of diagnostic information; analysis and decrypting; issuance diagnosis to the operator or the person who makes the decision.

In the article it is proposed determination failure sufficiency of diagnostic information through characteristic numbers of structure of the wireless sensor network.

The problem of ensuring the reliability of diagnosing operation of complex intelligent systems was studied in the works, V.A. Mashkov [3,4]. The key positions of the theory of test diagnostics were developed in the works O.V. Barabash [5,6]

and others. However, it is obvious dependence of models and methods of the theory of test diagnosis from the subject area of application.

**Main part.** The purpose of the article is the construction algorithm for determining the number of characteristic numbers for a structure of a wireless sensor network. Representation of a wireless sensor network as a set of interconnected nodes allows to represent it's diagnostic model as a directed graph, the set of vertices of this graph corresponds to the nodes of wireless sensor network, and edges correspond to basic checks between the nodes of the system.

After the execution of the inspection system set every testing connection (edge) is associated with a checking result

$$r_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{if } v_i - \text{correct}, v_j - \text{correct}; \\ 1, & \text{if } v_i - \text{correct}, v_j - \text{incorrect}; \\ x = \{0 \vee 1\}, & \text{if } v_i - \text{incorrect}. \end{cases}$$

Graph that was represented this way is called diagnostic graph (DG) and model is called diagnostic model. Mathematical models based on DGs are the most common in the study of diagnostic systems and various distributed systems, which are described indetail in [3,4,7, 8].

Each vertex of diagnostic graph is characterized by local output edges level  $\alpha_i^+$  and local input edges level  $\alpha_i^-$ . Diagnostic graph is described with adjacency matrix  $A = \{a_{ij}\}, i, j = 1 \dots n$ , where  $a_{ij}$  is DG adjacency matrix elements, equal 1 if an edge  $e_{ij} = \{v_i, v_j\} \in E$  exists and

equal 0 – in other cases. In review and analysis of DG a mathematical apparatus graph theory is used. Graph diagnostic model is the most descriptive and, in most cases, it allows to determine the diagnostic parameters of the system. It is easy to switch to other types of models, and research results can be transferred to graph model.

Besides, in order to take account of the dynamics of alteration in the structure of diagnostic links, consider the method of consolidating diagnostic information and investigate the characteristic numbers of the current structure and minimally sufficient structure for diagnosis. Characteristic numbers describe the structure of diagnostic connections [9]. One of the challenges to be solved in the process of building diagnostics systems, is to improve the reliability of the diagnosis obtained

after the decoding of diagnostic information. Regarding the proposed method of diagnosing a wireless sensor network, the above problem becomes uncertain sense of revealing accumulated diagnostic information  $R = \{r_{ij}\}$ . Studies in [10] showed

that increase in the reliability of diagnosis D can be achieved by definition (or assignment) of correct subset of nodes  $X_C \in V$ .

If the current structure of the diagnostic connections can be identified not one but several subsets, the diagnosis will be done with greater certainty. Thus, the number of subsets can be characterized by the diagnostic properties of the structure of diagnostic connections. For this purpose, characteristic numbers of diagnostic connections  $C_k, k = 1, \dots, N$  are taken for consideration.

Characteristic number  $C_k, k = 1, \dots, N$  of diagnostic graph created by the structure of diagnostic relations, is the ratio of quantity of different subsets of modules  $X_C$  consisting of  $k$  nodes, checking the rest of the system units  $V \setminus X_C$ .

Therefore, if there are two subsets

$$X_{C_1} = \{v_1, v_2\}, X_{C_2} = \{v_1, v_3\}$$

in the structure of the diagnostic connections, checking all other nodes, the characteristic number of structures is  $C_2 = 2$ . In the same structure diagnostic connections five subsets of three modules can be distinguished

$$\begin{aligned} X_{C_1} &= \{v_1, v_2, v_3\}, X_{C_2} = \{v_1, v_2, v_4\}, \\ X_{C_3} &= \{v_1, v_2, v_5\}, X_{C_4} = \{v_1, v_3, v_4\}, \\ X_{C_5} &= \{v_1, v_4, v_5\}. \end{aligned}$$

Thus, the number of characteristic structures is  $C_3 = 3$ . Obviously, the greater characteristic numbers of structure are, the higher its diagnostic properties are.

Therefore, on the basis of characteristic numbers the sign of the adequacy for diagnosing wireless sensor network can be set [11, 12, 13]. One important task is to determine the characteristic numbers on the current structure of the diagnostic connections. To determine the numbers  $C_k$  an upgraded matrix system  $A_m$  is taken for consideration. The upgraded matrix system derives from the matrix  $A$  by replacing all of non-zero elements by ones:

$$a_{mij} = \begin{cases} 1, & \text{if } a_{ij} \neq 0; \\ 0, & \text{if } a_{ij} = 0, \end{cases}$$

where  $a_{ij} \in A$ .

For the modified matrix  $A_m$  characteristic numbers  $C_k$  mean a number of different options of covering all columns with nonzero elements selected by  $k$  number of rows. Characteristic numbers  $C_k$  can be easily identified through exhaustive search of all the elements of the matrix  $A_m$ . For example:

$$C_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \left[ \prod_{j=1}^n (a_{kj} \vee a_{ij}) \right], a_{kj}, a_{ij} \in A_m. \tag{1}$$

It should be noted that the complexity of the algorithm is based on (1) is high enough. In general, to determine a  $C_k$  in a system with  $N=5$  modules, the algorithm determines  $C_k$  with  $k n^{k+2}$  steps. For large values of  $k$  ( $k \geq n - 3$ ) algorithm complexity and reach will be higher than  $O(n^n)$ . In this case, an algorithm called exponential and for large  $n$  it is not suitable

for implementation. In this regard, another way to determine the characteristic numbers  $C_k$  of structure is offered. For definitions of characteristic numbers minimally sufficient structures are developed and used.

Let's take into consideration the concept of minimally-sufficient structure of diagnostic links for  $\beta$  correct nodes and denote it  $(MSS)_\beta$ . Thus, for  $\beta = 2$   $(MSS)_2$  is a structure in which all vertices of DG are reachable directly from two peaks. It is obvious that  $(MSS)_2$  has a characteristic number  $C_2 = 1$ . In this case  $C_2 = 1$  means that the system two nodes of wireless sensor network are envisaged correct and they check all remaining system nodes.

Definition. Minimally-sufficient structure  $(MSS)_\beta$  is a structure of diagnostic links in which a subset that consists of  $\beta$  vertices is directly connected to other  $N - \beta$  vertices of diagnostic graph. Based on the comparison of the number of edges of the graph with the number of its vertices the signs of  $(MSS)$  are set.

Subgraph is called connected if for any pair of vertices  $a$  and  $b$  ( $a, b \in \{N_\beta\}$ ) a route with endpoints in  $a$  and  $b$  can be created.

Based on the determination of current structure of diagnostic connections belonging to  $MSS$  class, and count the number of minimally-sufficient substructures that are contained in the diagnostic graph, you can determine the characteristic numbers  $C_k$  of received structure of diagnostic connections.

Defining characteristic numbers  $C_k$  for the structure of diagnostic connections is done by every node of wireless sensor network immediately after the results of the last inspection in the network. Let's suppose that the latest inspection of network was to test the  $i$ -th node state by the  $j$ -th node. In this case, the result of verification is  $r_{ij} = 0$ . According to the method of transferring the results of inspections,  $i$ -th node, in addition to the available information, received from the  $j$ -th node all the diagnostic information it had accumulated during the inspections. Thus,  $i$ -th node of the wireless sensor network after obtaining diagnostic information about the results of inspections, determines the characteristic numbers of the structure. Firstly, the value  $C_2(i, j)$  that can take the following values is calculated:

$$C_2(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{if } v_i \text{ and } v_j \text{ form } (MSS)_2; \\ 0, & \text{if } v_i \text{ and } v_j \text{ don't form } (MSS)_2. \end{cases}$$

Characteristics of the structure  $C_k$ , calculated by the  $i$ -th node (assuming its correctness and entering  $(MSS)_k$ -structure) denoted by  $C_k^i$ . To determine  $C_k^i$  the structure of diagnostic connections represent a tree, ending in the  $i$ -th node. Lem. Any structure of diagnostic connections can be expanded regarding the  $i$ -th vertex and presented in a tree that ends at the vertex  $i$ .

For undirected graphs, this lemma proved in [11]. To prove directed graphs is similar. For each tree is defined chain  $C_{\omega k}^i$  where the index  $\omega$  number means the number  $\omega$  chain tree, and the index  $k$  corresponds to the index structure characteristics  $C_k$ . Summing up the value  $C_{\omega k}^i$  chain in all, finally determined:  $C_k^i : C_k^i = \sum_{\omega=1}^n C_{\omega k}^i$ .

Algorithm for determining characteristic numbers  $C_k$  of the structure of diagnostic connections.

Step 1: Form a modernized adjacency matrix  $A_m$ .

Step 2. Label  $k := 0$ .

Step 3: Calculate  $k := k + 1$ ; assign  $C_k := 0$ .

Step 4: Label  $m := 0$ .

Step 5: Calculate  $m := m + 1$ . Choose the  $m$ -th combination of rows of the matrix

$$A_m : \{a_{i1}, i\}, \{a_{i2}, i\}, \dots, \{a_{in}, i\}, \text{ where } i = 1, 2, \dots, n.$$

Step 6. Organize cycle in  $l := 1$  to  $n$ : If  $(a_{j1}, 1 + a_{j2}, 1 + \dots + a_{jk}, 1) = 0$ , then go to step 5.

End the cycle of  $l$ .

Step 7. Calculate  $C_k := C_k + 1$ .

Step 8. If  $m < \frac{n!}{K!(n-k)!}$ .

Then go to step 5.

Step 9. The output value  $C_k$ .

Step 10. If  $k < n$ , then go to step 3, otherwise – End algorithm.

**Conclusion.** At any current structure one of the numbers  $C_k^i$  will have the maximum value, where  $k=1, 2, \dots, N$ . Also, in the process performance of audits, wireless sensor network node, which obtained the diagnostic information about the current structure syndrome, determines characteristic numbers of structure  $C_k$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ , based on which calculates the feature sufficient of structures for diagnosis.

## REFERENCES

1. Recommendation Y.2060 *Overview of the Internet of things* // International Telecommunication Union Telecommunication Standardization Sector, 2012.
2. R. Shorey, A. Ananda, Mun Choon Chan, Wei Tsang Ooi. *Mobile, wireless, and sensor networks: technology, applications, and future directions*, USA: A John Wiley & Sons, Inc. – 2011. – 430 p.
3. G.A. Kuchuk *An Approach To Development Of Complex Metric For Multiservice Network Security Assessment* Statistical Methods Of Signal and Data Processing: Proc. Int. Conf., October 13-14, 2010.–Kiev: NAU, RED, IEEE Ukraine section joint SP pp. 158-160.
4. V.A. Mashkov, O.V. Barabash *Self-Testing of Multimodule Systems Based on Optimal Check-Connection Structures* Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1996. Vol. 13. pp. 479-492.
5. V.A. Mashkov, O.V. Barabash *Self-checking and Self-diagnosis of Module Systems on the Principle of Walking Diagnostic Kernel* Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1998. Vol. 15. pp. 43-51.
6. V. Mukhin, H. Loutskii, O. Barabash, Ya. Kornaga, V. Steshyn *Models for Analysis and Prognostication of the Indicators of the Distributed Computer Systems' Characteristics* International Review on Computers and Software (IRECOS), 2015. – Vol. 10, N 12. – P. 1216 – 1224. ISSN 1828-6003.
7. N. Lukova-Chuiko, S. Toliupa, *Choice of Reasonable Variant of Signal and Code Constructions for Multirays Radio Channels* Second International Scientific-Practical Conference Problems of Informatics. Science and Technology. - IEEE PIC S&T , 2015 - pp. 269 – 271.
8. V. Mashkov, J. Barilla, P. Simr *Applying Petri Nets to Modeling of Many-Core Processor Self-Testing when Tests are Performed Randomly*. *Journal of Electronic Testing Theory and Applications (JETTA)*, 2013, Volume 29, Issue 1, pp 25–34.
9. Musienko A P., Serdyuk A S. *Lebesgue-type inequalities for the de la Valée-Poussin sums on sets of analytic functions* Ukrainian Mathematical Journal September 2013, Volume 65, Issue 4, pp. 575 – 592.
10. Z. Hu, V. Mukhin, Y. Kornaga, O. Barabash, O. Herasymenko. *Analytical Assessment of Security Level of Distributed and Scalable Computer Systems*, International Journal of Intelligent Systems and Applications. – Vol. 8. – № 12. – Hong Kong: MECS Publisher, 2016. – pp. 57 – 64.
11. O.V. Barabash, D.M. Obidin, A.P. Musienko Knowledge base model of intellectual control system of high-speed moving objects based on its verification, *Information processing systems, № 5(121), Kharkiv, 2014, pp. 3 – 6*.
12. N. Pashynska, V. Snytyuk, V. Putrenko, A. Musienko A decision tree in a classification of fire hazard factors, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – Kharkov, 2016. – № 5/10(83). – pp. 32–37*.
13. O. Barabash, G. Shevchenko, N. Dakhno, O. Neshcheret, A. Musienko *Information Technology of Targeting: Optimization of Decision Making Process in a Competitive Environment* International Journal of Intelligent Systems and Applications. – Vol. 9. – № 12. – Hong Kong: MECS Publisher, 2017. – P. 1 – 9.

### Диагностическая модель беспроводной сенсорной сети на основе случайных тестировых проверок

О. В. Барабаш, Н. В. Лукова-Чуйко, А. П. Мусиенко, И. П. Саланда

**Аннотация:** В статье предложено определение признаков достаточности диагностической информации через характеристические числа структуры беспроводной сенсорной сети, расположенной на определенной территории. Данная методика облегчает оценку достаточности накопленной диагностической информации структуры беспроводной сенсорной сети для дальнейшего определения технического состояния сенсоров сети. Кроме того показано, что предложенная признак достаточности диагностической информации при ее дальнейшем дешифровке позволяет ограничить накопление результатов проверок в сети.

**Ключевые слова:** беспроводная сенсорная сеть, характеристические числа, дешифрование, диагностическая информация.

## Использование тезаурус-ориентированных процедур при управлении качеством подготовки операторов социотехнических систем

О. Барабаш, А. Горский, В. Зуйко  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-07>

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского, Киев, Украина

Paper received 24.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы методологии обеспечения функциональной устойчивости сложных систем. Показано, что высокая сложность деятельности операторов в нештатных ситуациях связана с экспоненциальным возрастанием количества обрабатываемой информации. На основе адаптивно-тезаурусного подхода к подготовке оператора, определены методические требования к управлению качеством подготовленности оператора в условиях ограничений на сроки и объемы подготовки.

**Ключевые слова:** организационная социотехническая система, функциональная устойчивость, тезаурус.

**Введение.** Проблема обеспечения безопасности и надежности применения сложных социотехнических систем (например, функционирования пилотируемых космических комплексов, выполнения регулярных полетов авиационной транспортной системой) продолжает оставаться одной из самых актуальных и, вместе с тем, трудных для решения проблем использования сложной, управляемой человеком техники и снижения рисков чрезвычайных событий. Решение этой комплексной проблемы является одним из основных стратегических направлений деятельности большинства отраслей современной мировой экономики.

Для гарантированного обеспечения заданного уровня безопасности и надежности функционирования социотехнических систем (СТС), процессы подготовки операторов этих систем должны быть наблюдаемыми и управляемыми на всех этапах цикла подготовки и применения. Для своевременного выбора и реализации управленческих решений должны использоваться математические модели деятельности операторов СТС в нештатных ситуациях (НШС) функционирования, основанные на оценке состояний их подготовленности. Подобные модели позволили бы оценивать надежность и безопасность функционирования с учетом прогнозируемой деятельности операторов СТС и, как следствие, задавать обоснованные требования к состояниям подготовленности операторов и управлять этими состояниями в ходе подготовки к функционированию [1].

Однако, в настоящее время проблема гарантированного обеспечения необходимого состояния подготовленности операторов к применению сложных социотехнических систем, который удовлетворял бы проектным требованиям к безопасности и надежности функционирования не имеет своего решения. Поэтому всестороннее исследование процесса функционирования сложных социотехнических систем, обеспечение заданного уровня эффективности и безопасности их применения, а также устойчивости функционирования является актуальной задачей.

### Основная часть

#### 1. Проблематика определения методических требований к качеству подготовленности оператора социотехнической системы

Современная научно-методическая база (НМБ) подготовки операторов не обеспечивает возможности получения в ходе профильной подготовки на тренажерах статистических оценок вероятности безошибочного парирования операторами СТС множества всех расчетных нештатных ситуаций. Требования к качеству подготовки операторов СТС задаются, исходя из общих тре-

бований к надежности и безопасности функционирования, без учета возможности их достижения в процессе подготовки. Как общие показатели функционирования СТС, например, пилотируемого космического комплекса, используются вероятности выполнения программы полета и обеспечения безопасности полета. Вероятность парирования НШС характеризуется качеством функционирования автоматики бортовых средств управления, качеством функционирования наземного контура управления и качеством деятельности операторов. Однако, при создании СТС для подтверждения проектных требований по функционированию СТС рассчитывается соответствующая вероятность только для технических составляющих. Требования к качеству деятельности операторов (включая действия в НШС) задаются в виде вероятности его безошибочной деятельности для выполнения программы функционирования и обеспечения безопасности [2,3]:

1) оператор не должен допускать единичных ошибок, приводящих к невыполнению программы полета и / или катастрофических последствий;

2) при возникновении цепи взаимосвязанных НШС (двух или более НШС, приводящие к невозможности выполнения программы полета), оператор должен уметь обеспечить, как минимум, безопасность.

Таким образом, для обеспечения гарантированных безопасности и надежности функционирования, операторы СТС должны быть способными безошибочно (с заданной вероятностью) действовать во всех процедурных операциях и всевозможных комбинациях расчетных нештатных (и аварийных) ситуаций, предусмотренных программой функционирования.

На основании проектных требований к качеству деятельности операторов СТС сформулированы следующие методические требования к качеству подготовленности операторов СТС:

1) оператор должен быть способен (подготовлен) безошибочно с вероятностью не ниже 0,95 выполнять все предусмотренные программой функционирования штатные и резервные операции;

2) оператор должен быть способен (подготовлен) безошибочно с вероятностью не ниже 0,95 парировать все расчетные НШС;

3) оператор должен быть способен (подготовлен) безошибочно с вероятностью не ниже 0,95 парировать все расчетные аварийные ситуации (АВС), если это объективно возможно;

4) оператор должен быть способен (подготовлен) безошибочно с вероятностью не ниже 0,995 обеспечить безопасность (спасение операторов или системы в це-

лом) в случае, если по объективным причинам парировать нерасчетную АВС (обусловленную взаимодействием нескольких НШС) не представляется возможным.

Данные требования к качеству подготовленности операторов СТС содержат высокую неопределенность, и поэтому с большими осложнениями реализуются на практике. Неопределенность требований обусловлена широким разнообразием и высокой сложностью задач и функций, выполняемых операторами СТС в условиях функционирования, множеством полетных операций и НШС, которые должны реализовываться при функционировании СТС. Наибольшую тяжесть традиционно представляет подготовка операторов к деятельности в нештатных ситуациях. Несмотря на большое количество штатных и резервных процедурных операций, выполняемых операторами современных СТС, большую часть подготовки операторов составляет их деятельность в НШС. Это объективно обусловлено неопределенностью возникновения и развития НШС. Таким образом, множество возможных реализаций даже рассмотренных НШС, которые могут встретиться операторам СТС при работе, практически не ограничено. Очевидно, что многократное отработка в ходе подготовки к полету всех рассмотренных НШС в однократных условиях не представляется возможным. Методы теории вероятности и математической статистики в этом случае невозможно применить и, соответственно, невозможно получить достоверные оценки вероятности безошибочной деятельности операторов при парировании НШС. Поэтому сформулированные выше количественные требования к качеству подготовленности операторов СТС по действиям в НШС на практике оказываются нереализуемыми вследствие невозможности получения достоверных статистических показателей качества деятельности операторов.

В настоящее время подготовка операторов СТС осуществляется по типовым программам, оптимально сбалансированным для некоторого усредненного оператора.

Поэтому существующая система управления подготовкой является динамической системой с ограниченным обратной связью по текущему состоянию подготовленности операторов и относится к классу моделей «вход-выход». Подобные модели динамических систем характеризуют только внешнее поведение системы [4].

Анализ существующей технологии подготовки операторов позволил сделать вывод о том, что высокая сложность деятельности операторов СТС в НШС, связанная с экспоненциальным ростом количества обрабатываемой ими информации, в настоящее время не обеспечивается эффективными методами управления качеством подготовки операторов в условиях ограничений на сроки и объемы их подготовки.

## **2. Использование адаптивно-тезаурального подхода к управлению подготовкой операторов сложных социотехнических систем**

Результаты анализа показывают, что противоречия существующей НМБ с невозможно решить в рамках существующей парадигмы формирования и реализации программ подготовки операторов. Это не позволяет гарантированно обеспечить поставленную перед ней цель - обеспечить необходимое качество и надежность деятельности операторов СТС в нештатных ситуациях, которые могут возникнуть при применении. Возникает проблема дальнейшего развития НМБ функциониру-

ния СТС в части эффективного управления состояниями подготовленности операторов в процессе их тренировок, построенного на принципиально иных концептуальных основаниях.

Решением данной методологической проблемы может стать использование адаптивно-тезаурального (Th-adapt) подхода к управлению подготовкой операторов. Данный подход и связанные с ним технологии основаны на переходе от традиционной динамической системы «вход-выход» к динамической системе с внутренними пространствами состояний «вход-состояние-выход».

Особенностью систем в пространстве состояний, в отличие от моделей «вход-выход», является принципиальная возможность оторванности (абстрактности) структуры и переменных модели от наблюдаемых величин в реальном мире.

Абстрактность моделей «вход-состояние-выход», что позволяет математически формализовать и интерпретировать поведение сложной динамической системы, является их несомненным преимуществом. В слабоструктурированных предметных областях, ориентированных на управление в условиях неопределенности, для идентификации и управления внутренними состояниями систем наиболее целесообразно воспользоваться стратегией адаптивного управления, когда одновременно происходит и уточнение описания системы, и управление ею.

При адаптивно-тезауральном (Th-adapt) подходе к управлению подготовкой операторов используются следующие методологические принципы [5]:

Во-первых, как модели подготовленности операторов используются состояния их тезауруса, которые представлены функциями взаимной информированности операторских структур деятельности (интроформами) операторов, которые актуализируются в процессе деятельности.

Во-вторых, содержание тренировок программы подготовки имеет индивидуализироваться в реальном масштабе времени по результатам обучения оператора (адаптироваться к достигнутому тезаурусу оператора), то есть входные воздействия (задачи) должны приводить к целенаправленного преобразования (расширение) состояний тезауруса операторов.

Реализация данных начальных методологических принципов в практике подготовки операторов требует разработки информационной технологии управления состояниями тезауруса, основанной на знаниях структур управляющих входных действий, непосредственно тезауруса и выходных характеристик деятельности. Под моделированием состояний тезауруса операторов понимается формальный процесс, включающий построение моделей управления состояниями тезауруса операторов, а также практическое применение этих моделей для управления подготовкой операторов. Основными управленческими функциями моделирования тезауруса являются: оценка текущего состояния тезауруса операторов, проектирование адаптивных управляющих воздействий на функциональную проекцию тезауруса операторов в процессе тренировок, прогнозирование будущих состояний тезауруса операторов и качества их деятельности для выбора обоснованных управленческих решений.

В Th-adapt процедурах каждый из информационных объектов структуры функциональной управленческой деятельности сам по себе является сложной структурой, состоящей из множества разнородных элементов. По-

этому к рассмотрению предлагаются три категории, подлежащих математической формализации:

- “информационного пространства входных действий” операторов для описания характеристик “входов” (кратко - пространства входов)

- “информационного пространства выходных реакций” операторов для описания характеристик “выходов” (кратко - пространства выходов)

- “состояния тезауруса” операторов (что отражает абстрактные внутренние состояния их тезауруса) для описания состояния подготовленности операторов.

Каждая из этих трех категорий может быть представлена своей особой информационной моделью, имеет свою структуру, определенную на множестве только ей присущих элементов. Причем, пространства входов и выходов относятся к объектам, с которыми взаимодействуют операторы, то есть к их окружению, включая пункты управления всех уровней иерархии. Состояние тезауруса является внутренней характеристикой оператора (или операторов СТС в целом). Он, в отличие от первых двух категорий, не может быть измеренным непосредственно, а должен определяться через отношение двух других категорий. Переменная, характеризующая пространство “входов”, может быть представлена ранжированным рядом лингвистических переменных, заданных на непрерывном множестве сложностей НШС. Как количественная мера информационной сложности деятельности операторов может рассматриваться интенсивность потока информации, обрабатываемой оператором при парировании нештатных ситуаций. Качество деятельности операторов определяется функцией потерь системы “пункт управления – оператор”, что обусловлено ошибочными действиями операторов в НШС. Под тезаурусом понимается интегральное состояние внутренней понятийной информированности интеллектуальной сферы оператора, упорядоченной в результате

обучения и тренировок, и характеризующей его способность выполнять деятельность с требуемым качеством в конкретных условиях.

В такой интерпретации понятие “тезаурус” содержит определенную корреляцию с термином “профессиональная компетентность”, оказываясь связанным с условиями и результатами деятельности, и является одной из ключевых категорий в системе отношений “вход-тезаурус-выход”.

О деятельности в НШС, тезаурус оператора состоит из совокупности его многовариантной информированности о выполняемых действиях: выявление нештатных ситуаций, их распознавание, планирование и выполнение действий по выходу из нештатной ситуации, которые характеризуют его операторские функции при парировании НШС.

Такая логика не противоречит общей парадигме обеспечения функциональной устойчивости сложных динамических систем [6].

С математической точки зрения управление качеством подготовки операторов к функционированию СТС с использованием Th-adapt подхода заключается в оптимизации статистических оценок операторских навыков и умений оператора (операторов СТС), как отражение состояния тезауруса в результате его тренировок, которая заключается в минимизации функции потерь от ошибочных действий при максимально возможной сложности деятельности оператора в НШС.

**Выводы.** На наш взгляд применение такого подхода позволит гарантированно обеспечить заданный уровень безопасности и надежности космических полетов, и привести статистические оценки, получаемые по результатам реализации программы подготовки в соответствие с системными требованиями функционирования СТС.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Krikalev S.K., Kalery A.Yu., Sorokin I.V. «Crew on the ISS: Creativity or Determinism»//Acta Astronautica.-2010.-№66.-p.70-73.
- 2 А.Ю. Калери, М.В. Тюрин. Антропоцентрический подход к процессу принятия автономных управляющих решений экипажем пилотируемого космического корабля // Пилотируемые полеты в космос. – 2013. – №4(9). – С.36-41.
- 3 Мельников Н.С. Сожженные “Бураном”. – С.: Самара, 2009 – С.321-359.
- 4 Ляпунов А.А. В чем состоит системный поход к изучению реальных объектов сложной природы. В сб.: Системные исследования. М.: Наука, 1972, с. 72-92.
- 5 Горський О.М. Використання Th-процедур при вирішенні проблеми управління якістю підготовки операторів для забезпечення заданого рівня безпеки космічних польотів // Збірник матеріалів науково-практичної конференції “Застосування космічних та геоінформаційних систем в інтересах національної безпеки та оборони”. – К.: НУОУ, 2017. – С.122-127.
- 6 Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем. К.: НАОУ, 2004, 226 с.

#### REFERENCES

- 1 Krikalev S.K., Kalery A.Yu., Sorokin I.V. «Crew on the ISS: Creativity or Determinism»//Acta Astronautica.-2010.-№66.-p.70-73.
- 2 Kalery A.Yu., Tyurin M.V. Anthropocentric approach to the process of making autonomous managerial decisions by the crew of a manned spaceship. *Manned space flights*, 2013, № 4(9), P. 36-41.
- 3 Melnikov N.S. Burnt of «Buran», 2009, P. 321-359.
- 4 Lyapunov A.A. What is the system approach to the study of real objects of complex nature. *Scientific collection «System research»*, 1972, P. 72-92.
- 5 Gorskiy O.M. Use of Th-procedures in solving the problem of quality management of the training of operators to provide a given level of safety of space flight. *Collection of scientific papers of Scientific-practical conference «The use of space and geoinformation systems in the interests of national security and defense»*, Ukraine, Kyiv, April 5-6, 2017, P. 122-127.
- 6 Barabash O.V. The construction of functionally stable distributed information systems. 2004, 226 p.

#### Using of thesaurus-oriented procedures in quality management of training of socio-technical systems operators

O. V. Barabash, O. M. Gorskiy, V. V. Zuiko

**Abstract.** Questions of the methodology of ensuring the functional stability of complex systems are considered. It is shown that the high complexity of the activities of operators in abnormal situations is associated with an exponential increase in the amount of information processed. Based on the adaptive-thesaurus approach to the training of the operator, the methodological requirements for the management of the quality of the operator's preparedness in the conditions of restrictions on the terms and volumes of training are defined.

**Keywords:** socio-technical organizational system, functional stability, thesaurus.

## Обеспечение энергоэффективности производства промышленной продукции на основе принципов оптимизации

Л. Б. Билоцкая<sup>1</sup>, Н. В. Билей-Рубан<sup>2</sup>, С. Ю. Лозовенко<sup>1</sup>, Ю. М. Харченко<sup>3</sup>

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-08>

<sup>1</sup>Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев, Украина

<sup>2</sup>Мукачевский государственный университет, Мукачево, Украина

<sup>3</sup>Аналитически-исследовательская испытательная лаборатория «Текстиль-ТЕСТ», Киев, Украина

Corresponding author. E-mail: bilocka.lb@knutd.edu.ua, natalija.ruban@gmail.com,

lozovenko.sv@knutd.edu.ua, advl-textil-test@knutd.edu.ua

Paper received 24.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Аннотация.** Рассматривается задача оптимизации качества промышленной продукции при ограничении на стоимость и энергозатраты. Для решения задачи используется симплекс-метод линейного программирования, который предусматривает определение начального опорного плана и проверку полученного плана на оптимальность. Представлены различные варианты решения задачи оптимизации, которые определяются сочетанием исходных данных.

**Ключевые слова:** оптимизация качества промышленной продукции, линейное программирование, стоимость, энергозатраты.

**Введение.** Поиск путей повышения эффективности деятельности – одна из наиболее важных задач, стоящих сегодня перед украинскими производителями, выпускающими промышленную продукцию. При условии улучшения бизнес-климата предприятия Украины могут стать привлекательным объектом для внешних и внутренних инвестиций в производство продукции на экспорт в страны ЕС и другие международные рынки. Для достижения этой цели предприятиям необходимы модели оптимизации затрат, обеспечивающие принятие экономически обоснованных решений, повышающих финансовую результативность и формирующих основу эффективной работы.

Доля энергозатрат в себестоимости продукции определяет ее конкурентоспособность. Энерготарифы – один из самых мощных факторов, влияющих на динамику роста экономических показателей большинства предприятий. И то и другое утверждение – прописные экономические истины. Их актуальность повышается в связи с перспективой повышения энерготарифов до европейского уровня по одному из вариантов развития экономики [1].

**Постановка задачи.** Обеспечение энергоэффективности продукции промышленного производства – это умение экономить ресурсы и максимизировать отдачу от них. Разработка энергосберегающих технологий на промышленных предприятиях не представляется возможной без разработки эффективной системы управления качеством продукции, базирующейся, прежде всего, на научно обоснованных методах оценки и оптимизации качества продукции [2].

Для оптимизации качества промышленных изделий, при наличии различного рода ограничений, целесообразно использовать математический аппарат линейного программирования [3].

При ограничениях на стоимость и энергозатраты задача оптимизации качества промышленной продукции может быть сформулирована следующим образом:

максимизировать комплексный показатель качества изделия [4]

$$\theta_{кз}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot x_i \quad (1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n S_i \cdot x_i \leq S_0; \quad \sum_{i=1}^n T_i \cdot x_i \leq T_0; \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} x_1 &\geq x_{1\min} = b_1; & x_2 &\geq x_{2\min} = b_2; & \dots &, \\ x_n &\geq x_{n\min} = b_n, \end{aligned} \quad (2б)$$

где  $S_0$  – допустимая суммарная стоимость (в условных единицах) затрат на реализацию единичных показателей качества изделия;

$S_i$  – затраты на реализацию  $i$ -го базового показателя качества изделия;

$T_0$  – допустимые энергозатраты;

$x_{i\min} = b_i$  – минимально допустимое значение  $i$ -го единичного показателя, при котором сохраняются потребительские свойства изделия;

$\alpha_i$  – коэффициент весомости  $i$ -го единичного показателя,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ .

Ограничения (2б) обеспечивают исключение случаев компенсации недопустимо низкого значения одних показателей избыточной величиной других показателей.

Путем введения новых переменных

$$y_1 = x_1 - b_1; \quad y_2 = x_2 - b_2; \quad \dots; \quad y_n = x_n - b_n;$$

$$y_{n+1} = S_0 - \sum_{i=1}^n S_i \cdot x_i; \quad y_{n+2} = T_0 - \sum_{i=1}^n T_i \cdot x_i,$$

таких, что  $y_i \geq 0, i \in \overline{1, n}; y_{n+1} \geq 0; y_{n+2} \geq 0$ , задачу максимизации показателя (1) при линейных ограничениях (2) можно свести к классической задаче линейного программирования [5]:

отыскать набор  $P = \{y_1, y_2, \dots, y_n, y_{n+1}, y_{n+2}\}$ , минимизирующий целевую функцию

$$\theta'_{кз}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = - \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot b_i - \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot y_i \quad (3)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n S_i \cdot y_i + y_{n+1} = S_0 - \sum_{i=1}^n b_i \cdot S_i = \Delta S; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n T_i \cdot y_i + y_{n+2} = T_0 - \sum_{i=1}^n b_i T_i = \Delta T.$$

В системе уравнений (4)  $\Delta S$  и  $\Delta T$  – запасы соответственно финансов и энергоресурсов, которые можно использовать для повышения качества продукции при выполнении условий (2). Если  $\Delta S$  и  $\Delta T$  равны нулю, то, вполне естественно, об оптимизации качества изделия речи быть не может.

**Методика решения задачи.** Для решения задачи линейного программирования воспользуемся симплекс-методом [5], предусматривающим:

- определение начального опорного плана (число элементов плана, отличных от нуля, равно числу ограничений);
- проверку полученного плана на оптимальность;
- переход к другому плану (если опорный план не является оптимальным, т.е. не минимизирует целевую функцию (3)), на котором значение оптимизируемой линейной формы не больше, чем на предыдущем плане.

Определение оптимального плана, если таковой существует, производится через конечное число шагов (обычно между  $m$  и  $2m$ , где  $m$  – число ограничений).

**Результаты решения задачи.** Рассмотрим различные варианты решения задачи оптимизации, которые определяются исходными сочетаниями данных  $S_i$ ,  $\Delta S$ ,  $T_i$  и  $\Delta T$ .

Вариант 1

$$\frac{\Delta T}{T_i} \geq \frac{\Delta S}{S_i}, \quad i \in \overline{1, n} \quad (5)$$

Условие (5) соответствует случаю, когда запас энергоресурса  $\Delta T$  достаточен для компенсации его дополнительных затрат при полном использовании запаса стоимости  $\Delta S$  на улучшение любого из свойств изделия.

Результат решения задачи:

$$x_i = b_i \quad \text{для всех } i \neq k; \quad (6)$$

$$x_k = b_k + \frac{\Delta S}{S_k},$$

При реализации единичных показателей качества в соответствии с (6), значение комплексного показателя качества изделия принимает максимальное значение, равное

$$\theta'_{k3\max 1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot b_i + \frac{\alpha_k}{S_k} \cdot \Delta S \quad (7)$$

Вариант 2

$$\frac{\Delta T}{T_i} \leq \frac{\Delta S}{S_i}, \quad i \in \overline{1, n} \quad (8)$$

Условие (8) соответствует случаю, когда запас  $\Delta S$  достаточен для компенсации дополнительных затрат денежных средств при полном использовании запаса энергоресурса  $\Delta T$  на улучшение любого из свойств изделия.

Результат решения:

$$x_i = b_i \quad \text{для всех } i \neq l; \quad (9)$$

$$x_l = b_l + \frac{\Delta T}{T_l}.$$

При выполнении условия (9) значение комплексного показателя качества продукции принимает максимальное значение, равное

$$\theta'_{k3\max 2}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot b_i + \frac{\alpha_l}{T_l} \cdot \Delta T. \quad (10)$$

Вариант 3

$$\frac{\alpha_k}{S_k} = \max_i \left\{ \frac{\alpha_i}{S_i} \right\}, \quad \frac{\Delta S}{S_k} > \frac{\Delta T}{T_k}; \quad (11a)$$

$$\frac{\alpha_l}{T_l} = \max_i \left\{ \frac{\alpha_i}{T_i} \right\}, \quad \frac{\Delta T}{T_l} > \frac{\Delta S}{S_l}. \quad (11b)$$

При выполнении условий (11) результаты решения задачи оптимизации представляются в виде:

$x_i = b_i$  для всех  $i$ , кроме  $i = k, l$ ;

$$x_k = b_k + \frac{T_l}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta S - \frac{S_l}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta T; \quad (12)$$

$$x_l = b_l + \frac{S_k}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta T - \frac{T_k}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta S;$$

$$\theta'_{k3\max 3}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot b_i + \frac{\alpha_k \cdot T_l - \alpha_l \cdot T_k}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta S + \frac{\alpha_l \cdot S_k - \alpha_k \cdot S_l}{S_k \cdot T_l - T_k \cdot S_l} \cdot \Delta T.$$

В ряде случаев излишнее увеличение одного из частных показателей в ходе оптимизации качества продукции не приводит к повышению потребительских свойств изделия. Поэтому, если после оптимизации оказывается, что

$$x_k = b_k + \Delta b_k > b_{k\max},$$

где  $b_{k\max}$  – максимально целесообразное значение показателя  $x_k$ , то необходимо повторить процесс оптимизации, предварительно заменив в системе ограничений (2б) неравенство  $x_k \geq x_{k\min} = b_k$  на равенство  $x_k = x_{k\max} = b_{k\max}$ .

**Выводы**

1. Европейский вектор развития экономики Украины поставил перед отечественными промышленными предприятиями задачу существенного повышения качества выпускаемой продукции при минимальных капиталовложениях.

2. Разработка энергосберегающих технологий на промышленных предприятиях не представляется возможной без разработки эффективной системы управления качеством продукции, базирующейся, прежде всего, на научно обоснованных методах оценки и оптимизации качества продукции.

3. Для оптимизации качества промышленной продукции, при наличии различного рода ограничений, можно использовать математический аппарат линейного программирования.

4. В статье предложены результаты решения задачи оптимизации качества промышленной продукции, которые определяются вариантами сочетания исходных данных: стоимостных затрат и энергозатрат на реализацию  $i$ -го базового показателя качества изделия, а также финансовых запасов и энергоресурса, которые можно использовать для повышения качества продукции.



#### ЛИТЕРАТУРА

1. Каравайков В. М. Энергосбережение при производстве натуральных волокон: учеб. пособие. – Кострома : Костромской гос. технол. ун-та, 2001. – 111 с.
2. Билоцкая Л. Б. Обеспечение высокого качества швейных изделий из натурального меха на основе системного подхода и принципов оптимизации : дис. ... канд. техн. наук: 05.19.04 / Билоцкая Лариса Борисовна. – К., 1998. – 252 с.
3. Чернооружий И. Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с. – ISBN 5-94723-514-5.
4. Ассортимент, свойства и оценка качества тканей / Ю. В. Додонкин, С. М. Кириухин. – Москва : Легкая индустрия, 1979. – 192 с.
5. Гасс С. Линейное программирование (методы и приложения). – Москва: Физматгиз, 1961. – 304 с. – Серия «Физико-математическая библиотека инженера»

#### REFERENCES

1. Karavajkov V.M. Energy saving by production of natural fibers: reference textbook. Kostroma: Kostroma State Technological University, 2001, 111 p.
2. Bilotskaya L.B. (1998) The providing of the high quality of fur garments based on the system approach and principles of optimization. PhD diss. Kiev: KNUTD, 252 p.
3. Chernoruckij I.G. Optimization methods in the theory of management. SPb.: Piter, 2004, 256 p. – ISBN 5-94723-514-5.
4. Dodonkin Ju.V., Kirjuhin S.M. Assortment, properties and quality assessment of fabrics. – Moscow: Legkaja industrija, 1979. – 192 c.
5. Saul I. Gass. Linear Programming. Methods and Applications. McGraw-Hill Book Company, Inc, New-York, Toronto, London, 1958, 304 p.

#### **The Ensuring of the Industrial Production Energy Efficiency Based on the Principles of Optimization**

**L. Bilotska, N. Bilei-Ruban, S. Lozovenko, Ju. Kharchenko**

**Abstract.** The task of optimization of the industrial products quality with a restriction on the material and energy costs is considered. The simplex method of linear programming is used to find the solution of this task, provides for the definition of the initial reference plan and verifying the resulting plan for optimality. Various solutions are presented for solving the optimization task, which are determined by a combination of input data.

**Keywords:** *Optimization of the industrial products quality, linear programming, cost, energy costs*

## Теоретичний розрахунок умов заповнення рельєфу при з'єднанні різнорідних металів витягуванням з потоншенням

Р. С. Борис\*, В. А. Тітов, О. В. Холявік  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-09>

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

\*Corresponding author. E-mail: boris\_ryslan@ukr.net

Paper received 24.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Анотація.** Розроблена комплексна методика теоретичного дослідження процесу витягування з потоншенням двошарової заготовки з різнорідних металів з використанням рельєфу граничної поверхні. З використанням теорії пластичної течії розроблена математична модель деформування процесу сумісного витягування з потоншенням двох різнорідних металів з нагрівом в умовах плоского деформованого стану, яка дозволила встановити взаємозв'язок параметрів напружено-деформованого стану на граничній поверхні та ступеню деформації потоншення шарів з вихідними геометричними параметрами заготовки, та проаналізувати необхідні умови для заповнення рельєфу граничної поверхні.

**Ключові слова:** різнорідні метали, гранична поверхня, ступінь деформації, рельєф поверхні, витягування з потоншенням, двошарова заготовка, вихідні геометричні параметри заготовки.

В наш час в машинобудівній промисловості як в Україні, так і закордоном характеризуються підвищеними вимогами до якості та експлуатаційних властивостей виробів та низькій собівартості їх виробництва. Для забезпечення ефективності виробів машинобудування в їх конструкціях широко використовують поєднання різних матеріалів для забезпечення необхідних специфічних функціональних властивостей, котрі не притаманні жодному з елементів окремо. Для цих цілей широке застосування знаходять шаруваті металеві композиції трубчастої форми (біметалеві трубчасті елементи — БТЕ), а для їх використання запропоновано застосування рельєфу на граничній поверхні.

Теоретичні основи та аналіз енергосилових параметрів процесу та граничних умов ступенів деформації при витягуванні з потоншенням циліндричних виробів присвячені роботи [1–3]. У вказаних вище роботах представлені теоретичні дослідження, які виконані шляхом вирішення сумісних рівнянь рівноваги та умов пластичності.

В попередніх роботах [4,5] авторів статті було розглянуто аналіз кінематичних та деформаційних особливостей деформування двошарової заготовки металів з ідеально пластичними властивостями для умов гарячої деформації без врахування сил тертя та з врахуванням сил тертя на контактних поверхнях завдяки яким забезпечується точність розрахунку параметрів напружено-деформованого стану. Тому теоретичний аналіз розрахунку параметрів процесу сумісного витягування з потоншенням, які необхідні для формування елементів рельєфу є актуальною науково-технічною задачею.

В даній роботі авторами розглядається теоретичний розрахунок процесу деформування двошарової заготовки витягуванням з потоншенням з врахуванням геометрії деформуючого інструменту, зміни товщин шарів металів, напружено-деформований стан на граничній поверхні двох матеріалів та зміна швидкості в осередку деформації, які необхідні для формування елементів рельєфу.

Метою даної роботи є теоретичний розрахунок напружено-деформованого стану параметрів процесу сумісного витягування з потоншенням двошарової заготовки, які необхідні для формування елементів рельєфу на граничній поверхні.

Для визначення заповнення елементів форми рельєфу граничної поверхні потрібно визначити контактні стискаючі напруження та вибрати необхідну оптимальну форму рельєфу, яка повністю заповниться під дією стискаючих напружень при витягуванні з потоншенням двошарової заготовки.

Вважаємо, що процес заповнення здійснюється за принциповою схемою представленою на рис. 1.

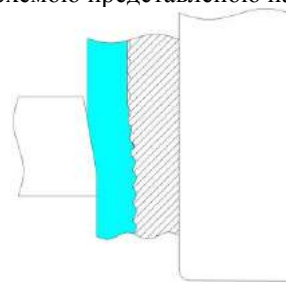


Рис. 1. Принципова схема процесу витягування з потоншенням з елементами рельєфу граничної поверхні

Схема взаємодії шарів різнорідних металів при витягуванні з потоншенням для дифузійно-механічного з'єднання представлено на рис. 2, розрахункова схема процесу заповнення одиничного конструктивного елемента рельєфу граничної поверхні представлено на рис. 3 [6].

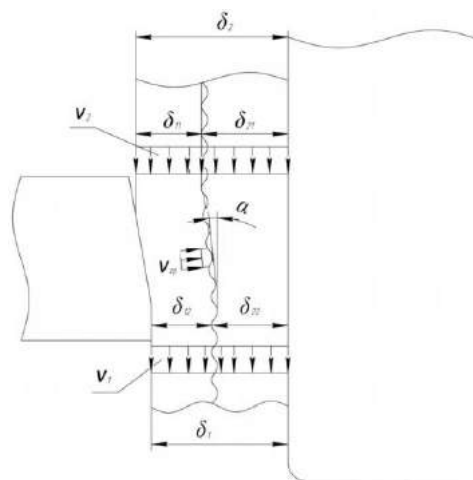


Рис. 2. Схема взаємодії шарів різнорідних металів при витягуванні з потоншенням для дифузійно-механічного з'єднання

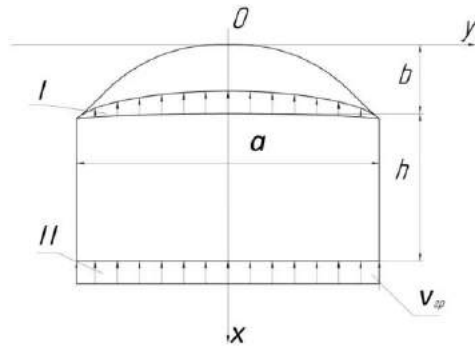


Рис. 3. Розрахункова схема процесу заповнення одиничного конструктивного елемента рельєфу граничної поверхні

Задачу вважаємо пласкою. Пластичну течію металу розглядаємо в площині ХОУ. Місце сполучення стінок матеріалу апроксимуємо параболічною функцією.

Згідно прийнятої методики [6], розглянемо пластичну ділянку заготовки шириною  $a$  і висотою  $h$ , де  $h$  – половина від товщини зовнішнього шару металу після витягування з потоншенням. При заповненні радіуса спряження  $I$  повинна доторкуватися до поверхні сформованої форми рельєфу, тобто по осі симетрії здійснити шлях, рівний  $b$ .

Для теоретичного аналізу скористаємося методикою, яка використовує загальні закономірності механіки суцільних середовищ. Вертикальну компоненту швидкості  $V_x$  визначаємо у вигляді:

$$V_x = V_{xI} + V_{xII} \quad (1)$$

де  $V_{xI}$ ,  $V_{xII}$  – швидкості переміщення точок матеріалу, які належать поверхням  $I$  і  $II$  відповідно (рис. 2). Вважаємо, що на поверхні  $I$  в залежності від координати  $X$  швидкість змінюється по параболічному закону, а на поверхні  $II$  швидкість постійна і дорівнює  $V_{гр.}$ , де  $V_{гр.}$  – швидкість переміщення інструменту, котра залежить від кута матриці.

Використавши відомі граничні кінематичні умови для вертикальної компоненти швидкості отримаємо:

$$V_x = A \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right) \left[ \frac{b-x}{h} + 1 \right] + \frac{V_{гр.}}{h} (b-x) \quad (2)$$

де  $A$  – швидкість переміщення точки заготовки, яка знаходиться на поверхні  $I$ .

$$V_x = \frac{3}{\sqrt{2}} V_{гр.} \quad (3)$$

Горизонтальну  $V_x$  знаходимо з рівняння нерозривності:

$$\frac{dV_x}{dx} = - \frac{dV_y}{dy} \quad (4)$$

Виконавши деякі перетворення отримаємо:

$$V_y = \frac{V_{гр.} y}{2h} \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right) \quad (5)$$

Таким чином функції (3) і (4) визначають собою поля швидкостей руху частин металу при його видавлюванні.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = \frac{\rho V_{11} y}{2h \cos \alpha} \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right) \left[ \frac{V_{11}}{h \cos \alpha} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{6\sigma_s y}{a\sqrt{3} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} \quad (15)$$

Розрахуємо узагальнену швидкість деформації, використавши припущення, що зсувна компонента швидкості деформації в напрямку координатних осей:

$$V_y = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V_{гр.}}{h} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

Коефіцієнт жорсткості розраховуємо з урахуванням того, що пластична деформація здійснюється в нагрітому стані, тоді отримаємо:

$$\mu_i = \frac{\sigma_s h}{2\sqrt{3} V_{гр.} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} \quad (7)$$

де  $\sigma_s$  – межа текучості матеріалу з меншими механічними властивостями, яка відповідає температурному інтервалу.

Рівняння пластичної течії з урахуванням отриманих функцій (2) і (5) мають вид:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \left( \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} \right) - \mu_i \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial \mu_i}{\partial x^2} \frac{\partial V_x}{\partial x} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = \rho \left( \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} \right) - \mu_i \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} - \frac{\partial \mu_i}{\partial x^2} \frac{\partial V_y}{\partial x} \quad (9)$$

де  $\rho$  – густина матеріалу з меншими механічними властивостями.

Середнє напруження в об'ємі, що деформується:

$$\sigma = \int_x \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \int_y \frac{\partial \sigma}{\partial y} dy \quad (10)$$

На наступному етапі проведемо розрахунок напружено деформованого стану на границі рельєфу, для цього визначимо швидкість переміщення (схема наведена на рис. 1).

Тоді запишемо рівність:

$$\delta V_1 = \delta V_2 \quad (11)$$

Враховуючи товщину матеріалів та їх властивості розрахуємо коефіцієнт деформації кожного з матеріалів:

$$\frac{\sigma_{sTi} S_{Ti}}{\sigma_{sAl} S_{Al}} = K \quad (12)$$

Враховавши коефіцієнт  $K$  можна сказати, що заготовка з меншими механічними властивостями буде деформуватися в  $K$  разів більше, тому розрахуємо швидкість деформування зовнішнього шару:

$$V_{11} = V_1 \frac{\delta_{12}}{\delta_{11}} \frac{1}{K} \quad (13)$$

Враховавши те, що  $V_{11} = V_{гр.}$ , але також залежить від кута нахилу  $\alpha$ , тому отримаємо:

$$V_{гр.} = \frac{V_{11}}{\cos \alpha} \quad (14)$$

Припустимо, що  $V_{гр.}$  постійна ( $V_{гр.} = \text{const}$ ) вздовж границі шару на одиничній ділянці рельєфу. Тоді зробивши деякі перетворення для похідних від середнього напруження по змінним  $x$  і  $y$  отримаємо:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\frac{\rho V_{11} y}{h \cos \alpha} \left[ \frac{3 \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right)}{2} (b+h-x) + (b-x) \right] \left[ \frac{V_{11}}{h \cos \alpha} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{6\rho V_{11}^2 y^2}{h^2 a^2 \cos^2 \alpha} \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right) (b+h-x) - \frac{6\sigma_x (b+h-x)}{a^2 \sqrt{3} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} \left[ 1 - \frac{12y^2}{a^2 \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} \right] \quad (16)$$

Про інтегрувавши отримані вирази, запишемо наближене рівняння для знаходження осьового напруження  $\sigma_{xx}$  в точці при  $x = 0$ . постійну інтегрування  $C$ , яка входить в рівняння визначимо з умови  $\sigma_{xx} = 0$  при  $x \leq b$ .

Визначивши постійну інтегрування  $C$  можна записати наближене рівняння для знаходження величини напруження  $\sigma_{xx}$ :

$$\sigma_{xx} = -\frac{6\sigma_s b \left( \frac{b}{2} + h \right)}{a \sqrt{3} \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} \left[ \frac{12y^2}{a^2 \left( \frac{6y^2}{a^2} - \frac{1}{2} \right)} - 1 \right] - \frac{\rho V_{2p} b}{h} \left[ \frac{3 \left( \frac{4y^2}{a^2} - 1 \right)}{2} \left( \frac{b}{2} + h \right) + \frac{b}{2} \right] \quad (17)$$

Рівняння (17) дозволяє визначити напруження стику на поверхні рельєфної матриці при видавлюванні плоскої заготовки. Величина необхідного питомого тиску для повного заповнення рельєфу визначається максимальним значенням  $\sigma_{xx}$ , що відповідає координаті максимальної висоти рельєфного елемента.

Розрахувавши рівняння (17) отримаємо графік питомого зусилля стику на контактній поверхні у зоні одиничного рельєфу.

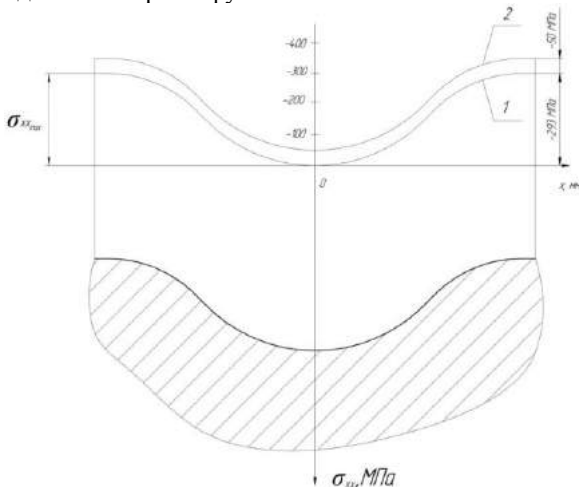


Рис. 4. Графік питомого зусилля стику на контактній поверхні у зоні одиничного рельєфу

Графік на рис. 4. має дві криві: 1 – питоме зусилля необхідне для заповнення рельєфу; 2 – питоме зусил-

ля, яке необхідне для дифузійного з'єднання шарів металів.

Теоретичний аналіз оцінки умов з'єднання шарів різнорідних металів при витягуванні з потоншенням показав що:

1. Для повного заповнення одиничного рельєфу необхідний стиск, що по величині дорівнює  $\sigma_{xxmax}$  в місці максимальної висоти одиничного рельєфу (рис. 4 крива 1).

2. Для створення дифузійного з'єднання необхідний мінімальний стиск в кожній точці граничної поверхні шарів повинен перевищувати  $-50$  МПа.

3. Для забезпечення цієї умови необхідно, щоб в цій точці мінімуму контактний тиск  $\sigma_{xx} \geq \sigma_0 = -50$  МПа (рис. 4 крива 2).

4. Для забезпечення умови дифузійного з'єднання в даному випадку стиск, що діє на зовнішню поверхню, повинен бути  $\sigma_{xxmax} + (-50)$  МПа, що дорівнює для даного випадку  $-350$  МПа.

#### Висновки.

1. Розраховано мінімальний необхідний тиск на контактних поверхнях для повного заповнення елемента рельєфу, який склав  $-300$  МПа для даного випадку.

2. Зроблений порівняльний аналіз необхідного тиску, що потрібний для повного заповнення одиничного елемента рельєфу та для отримання дифузійного з'єднання між шарами металів, що виконують при реалізації процесу витягування з потоншенням.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е.А. Основы теории листовой штамповки / Е.А. Попов – М., «Машиностроение», 1968. – 283с.
2. Валиев С.А. Комбинированная глубокая вытяжка листовых материалов / С.А. Валиев – М., «Машиностроение», 1973. – 176с.
3. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов / Ю.Н. Алексеев – Харьков, изд-во ХГУ, 1958. – 188с.
4. Тітов В.А. Розрахунок напружено-деформованого стану витягування з потоншенням ідеальнопластичного двохшарового металу / Тітов В.А., Борис Р.С. // Обробка матеріалів тиском. – 2012. – №1 (30). – С. 45-52
5. Борис Р.С. Особливості врахування сил тертя при витягуванні з потоншенням двохшарових заготовок / Борис Р.С., Тітов В.А., Вишневикий П.С. // Обробка матеріалів тиском. – 2012. – № 2 (31). – С. 22-29
6. Лимберг Э.А. Определение удельных давлений заполнения радиусов сопряжения в инструменте для объемной штамповки / Э.А. Лимберг, Г.Д. Селиванов // Обробка металлов давлением в машиностроении, вып. 17, 1981 – С. 22-27.

#### REFERENCES

1. Popov E.A. Fundamentals of the theory of sheet punching / E.A. Popov - M., "Mechanical Engineering", 1968. - 283p.
2. Valiev S.A. Combined deep drawing of sheet materials / S.A. Valiev - M., "Mechanical Engineering", 1973. - 176p.
3. Alekseev Yu.N. Questions of plastic flow of metals / Yu.N. Alekseev-Kharkov, publishing house of the KhSU, 1958.- 188p.
4. Titov V.A. Calculation of the stress-strain state of extraction with thinning of an ideal plastic two-layer metal / Titov VA, Boris R.S. // Processing materials under pressure. - 2012. - No. 1 (30). - P. 45-52
5. Borys R.S. Features of taking into account the frictional forces when pulling out with the thinning of two-layer preforms / Borys RS, Titov VA, Vishnevsky P.S. // Materials processing by pressure. - 2012. - No. 2 (31). - P. 22-29
6. Limberg E.A. Determination of the specific pressures of filling the radii of conjugation in a tool for volume stamping / E.A. Limberg, G.D. Selivanov // Processing of metals by pressure in mechanical engineering, No. 17, 1981 - P. 22-27

#### Theoretical calculation of the conditions for filling the relief when connecting dissimilar metals by pulling with thinning

**R. S. Boris, V. A. Titov, O. V. Holiavik**

**Abstract.** A comprehensive methodology of theoretical studies drawing process with a two-layer preform thinning of dissimilar metals with the relief of the boundary surface. Using the theory of plastic flow mathematical model of deformation of the joint drawing process with thinning of two dissimilar metals with heating under plane strain state, which allowed to establish the relationship parameters of the stress-strain state at the interface and the degree of deformation thinning with initial geometrical parameters of the workpiece, and analyze the necessary conditions for the boundary surface relief fill.

**Keywords:** stress-strain state, the components of the stress and strain rate, dissimilar metals, the boundary surface, the degree of deformation, surface topography, extract with thinning, two-layer preform, the geometric parameters of the original piece.

#### Теоретический расчет условий заполнения рельефа при соединении разнородных металлов вытяжкой с утонением

**Р. С. Борис, В. А. Титов, О. В. Холявик**

**Аннотация.** Разработана комплексная методика теоретического исследования процесса вытяжки с утонением двухслойной заготовки из разнородных металлов с использованием рельефа граничной поверхности. С использованием теории пластического течения разработана математическая модель деформирования процесса совместной вытяжки с утонением двух разнородных металлов с нагревом в условиях плоского деформированного состояния, которая позволила установить взаимосвязь параметров напряженно-деформированного состояния на граничной поверхности и степени деформации утонения с исходными геометрическими параметрами заготовки, и проанализировать необходимые условия для заполнения рельефа граничной поверхности.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, компоненты напряжений и скоростей деформаций, разнородные металлы, граничная поверхность, степень деформации, рельеф поверхности, вытяжка с утонением, двухслойная заготовка, исходные геометрические параметры заготовки.

## Алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти для аналізу міського середовища

Т. В. Булгакова

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-10>

Київський національний університет технологій та дизайну

Paper received 26.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Анотація.** Стаття є продовженням наукової роботи автора по розробці інструменту аналізу міста на основі моделювання візуального сприйняття оточення без використання перспективних проєкцій та присвячена розробці алгоритму обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти. В даній роботі запропоновано тривимірну модель спроектувати на грані куба із центром в точці огляду, таким чином розбити її на множину суміжних неопуклих областей, для кожної з них побудувати триангуляцію Делоне і визначити тілесний кут. Вирішується задача знаходження тілесного кута, під яким із заданої точки  $O(x_0, y_0, z_0)$  видно проєкцію деякої поверхні, задану рівняннями границь проєкції, координатами кутових точок. Розроблений алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти є основою для подальшого моделювання візуального сприйняття архітектурного середовища та надає можливість автоматизувати процес визначення кількісних параметрів характеристик забудови міста.

**Ключові слова:** тілесний кут, 3-вимірні об'єкти, алгоритм, триангуляція Делоне, аналіз міського середовища.

**Вступ.** У попередніх роботах [1, 2] автором було обґрунтовано та запропоновано принципово новий підхід до аналізу архітектурного середовища міста з позиції сприйняття. Він виключає можливість тих викривлень та обмежень, що присутні при використанні існуючих методів аналізу та дозволяє створити об'єктивні кількісні характеристики візуального сприйняття оточення, які можливо реально застосовувати в процесі проєктування з використанням комп'ютера.

Для аналізу сприйняття будь-яких об'єктів та їх співвідношень пропонуємо використати тілесні кути, вершини яких розміщені в точці зору, а поверхні є такими що огинають видимі контури тривимірних об'єктів. Це дозволить: по перше, одночасно аналізувати об'єкти не залежно від їх розташування навколо спостерігача; по друге, об'єкти, які в дійсності сприймаються однаково, будуть мати однакові геометричні характеристики при моделюванні зорового сприйняття. До того ж, відмова від використання для аналізу середовища проєкцій на площину, виключить притаманні їм викривлення зображень. Аналіз середовища із запропонованим підходом передбачає розробку відповідної комп'ютерної технології. Це дозволить майже повністю автоматизувати такий процес. Для цього нам необхідно розробити алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти, який ми зможемо використати для об'єктів міського середовища.

В основі сучасних технологій тривимірного моделювання надвеликих об'єктів, як правило, лежать регулярні (растрові, матричні) моделі поверхонь, які володіють рядом принципових недоліків. У даний час у світі найбільш перспективним вважається перехід на використання нерегулярних триангуляційних моделей.

Для цього на сьогоднішній день розроблена велика кількість алгоритмів побудови, обробки і візуалізації триангуляційних моделей поверхонь [3, 4].

**Короткий огляд публікацій за темою.** Основні класичні результати в області побудови й аналізу триангуляційних моделей даних одержали Дж. Бентлі, Г.Ф. Вороной, Б.П. Делоне, Д. Киркпатрик, Р. Ліптон, Ф. Препарата, Д. Роджерс, Р. Тарьян, М. Шеймоє. Найсучасніші і комплексні дослідження в області побудови й обробки триангуляційних моделей даних проведені в роботах А.В. Скворцова. Великий внесок

у розв'язання задачі розробки високоефективних алгоритмів обробки великих поверхонь внесли Е. Пуппо, Л. Де Флоріані, П. Магілло, К. Де Берг, П. Сігноні, Р. Клейн, Дж. Кохен, П. Хекберт, М. Гарланд, Х. Хоппе й ін.

**Мета.** Розробити алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти для аналізу міського середовища.

**Матеріали та методи.** У статті використано аналіз досліджень за темою, алгоритмічні методи побудови, обробки і візуалізації триангуляційних моделей поверхонь, зокрема, алгоритми побудови триангуляції Делоне, мова програмування Delphi

**Результати та їх обговорення.** Для побудови цифрової моделі поверхні, як правило, використовують триангуляцію Делоне, що володіє властивостями, які вигідно відрізняють її від інших видів триангуляції [5].

Практично всі існуючі алгоритми побудови триангуляції Делоне можна умовно поділити на такі основні групи: ітеративні алгоритми, алгоритми злиття, алгоритми прямої побудови триангуляції, двохпрохідні алгоритми реалізації триангуляції [6].

Усі ітеративні алгоритми мають у своїй основі ідею послідовного додавання точок в частково побудовану триангуляцію Делоне.

Складність даного алгоритму складається з трудомісткості пошуку трикутника, в який на черговому кроці додається точка, трудомісткості побудови нових трикутників, а також трудомісткості відповідних перебудов структури триангуляції в результаті незадовільних перевірок пар сусідніх трикутників отриманої триангуляції на виконання умови Делоне.

Концептуально всі алгоритми злиття припускають розвиток початкової множини точок на декілька підмножин, побудову триангуляції на цих підмножинах, а потім об'єднання (злиття) декількох триангуляцій в одне ціле.

Основна ідея алгоритмів прямої побудови полягає в тому, щоб будувати тільки такі трикутники, які задовольняють умові Делоне в кінцевій триангуляції, а тому не повинні перебудовуватися.

При побудові триангуляції Делоне ітеративними алгоритмами і алгоритмами злиття для кожного трикутника після побудови повинна бути перевірена умова Делоне. При цьому доводиться проводити перевірки для трьох пар, відповідних трьом сусіднім трикутникам.

кам до даного. Якщо перевірка не витримана, повинні проводитись перебудови трикутників і нова серія перевірок. На практиці досить велику частину часу займають перевірки на умову Делоне і перебудови. Для спрощення логіки роботи алгоритмів можна за перший прохід побудувати деяку триангуляцію, ігноруючи виконання умови Делоне, а після цього за другий прохід перевірити те, що вийшло і провести потрібні поліпшуючі перебудови для зведення триангуляції до триангуляції Делоне [7].

У даній роботі запропоновано тривимірну модель спроектувати на грані куба із центром в точці огляду, таким чином розбити її на множину суміжних неопуклих областей, для кожної з них побудувати триангуляцію Делоне і визначити тілесний кут. Це дозволить опрацьовувати надвеликі об'єми даних частинами, не понижуючи при цьому точності подання поверхні.

Постановка задачі: знайти тілесний кут, під яким із заданої точки  $O(x_0, y_0, z_0)$  видно проекцію деякої поверхні, задану рівняннями границь проекції, координатами кутових точок.

Суть розв'язання даної задачі зводиться до того, що область проекції – багатокутник (опуклий або неопуклий) – розбивається на малі трикутники, що не перетинаються, і сумуються тілесні кути всіх трикутників.

Оскільки ми маємо справу з плоскою фігурою, то елементарні трикутники розбиття не можуть перекриватися, що не відіб'ється на загальній сумі тілесних кутів малих трикутників.

Для даної задачі на основі існуючих методів триангуляції був побудований алгоритм та запрограмований за допомогою Delphi:

1. Задаємо масив точок області обмеження  $P_i$ , що формують певний полігон, де  $P_i(x)$  – координата  $i$ -ї точки по  $x$ ,  $P_i(y)$  – координата  $i$ -ї точки по  $y$ .

2. Будуємо опорні вузли на ребрах полігону та на самій області. Для цього:

– Знаходимо максимальні відхилення точок області по осям  $x$  та  $y$ .

Максимальне по осі  $x$ :

$$\text{extremePoints}[0] := \max(P_i(x))$$

Мінімальне по осі  $x$ :

$$\text{extremePoints}[1] := \min(P_i(x))$$

Максимальне по осі  $y$ :

$$\text{extremePoints}[2] := \max(P_i(y))$$

Мінімальне по осі  $y$ :

$$\text{extremePoints}[3] := \min(P_i(y))$$

– Визначаємо довжину сторони  $triangleSide$  рівностороннього трикутника як константу. Від цього значення залежить величина комірки сітки.

– Знаходимо висоту трикутника:

$$triangleHeight = \frac{\sqrt{3}}{2} triangleSide \quad (1)$$

– Будуємо точки таким чином, щоб відстань від найближчого ребра полігону не була меншою, по осі  $x$  за  $triangleSide/2$ , по осі  $y$  за  $-triangleHeight/2$ , а також точка не виходила за обмеження. Кожний наступний ряд при побудові зсуваємо від  $extremePoints[0]$  на  $triangleSide/2$ , для того щоб отримати рівносторонні трикутники.

– На ребрах полігону вузли розставляємо так, щоб відстань від вершини ребра до вузла була не меншою за  $triangleSide/2$ .

3. З отриманого набору точок утворюємо трикутні кінцеві елементи. Для цього:

– Виберемо 2 початкові точки на полігоні, з яких почнемо побудову, та позначимо їх  $P_1$  та  $P_2$  відповідно.

– Знаходимо 3-тю точку  $P_3$  таку, щоб  $P_1$  та  $P_2$  утворювали з нею найбільший кут:

$$d(P_i P_j) = \sqrt{(P_j(x) - P_i(x))^2 + (P_j(y) - P_i(y))^2} \quad (2)$$

$$\angle(P_1 P_3 P_2) = \arccos((d_{(P_1 P_3)}^2 + d_{(P_2 P_3)}^2 - d_{(P_1 P_2)}^2) / (2d_{(P_1 P_3)} d_{(P_2 P_3)})) \quad (3)$$

– епер розглядаємо  $P_1$  та  $P_3$ , а  $P_2$  та  $P_3$  записуємо у буфер. Якщо  $P_1$  та  $P_3$  вже існують у розбитті, тоді  $P_2$  присвоюємо  $P_1$ , якщо ж  $P_2$  та  $P_3$  також існують, то вибираємо точки з буфера. Під час знаходження 3-ї вершини, потрібно її брати з протилежного боку, ніж зараз знаходиться  $P_3$ . Кожне утворення перевіряється на належність області обмеження. Якщо через середину сторони майбутнього трикутника провести пряму, паралельну до вісі  $x$  і вона перетне полігон непарну кількість раз, то така сторона належить цій області.

– Алгоритм зупиняємо, коли буфер буде пустим.

Основними базовими компонентами програми є стандартні модулі мови програмування Delphi [8, 9], що забезпечують як розрахункові, так і графічні можливості. На їх базі було розроблено такі основні процедури та функції:

- *pointInTriangle* – визначає приналежність точки заданому трикутнику;

- *sortArray* – сортує масив за координатними осями;

- *getTriangleAngle* – отримує кут трикутника;

- *getPointsDistance* – отримує відстань між двома точками на площині;

- *checkIntersection* – перевіряє, чи перетинаються два відрізки.

На основі цих базових складових програма розбиває область на кінцеві елементи. Для цього потрібно:

- задати область для триангуляції;

- поставити вузли на області, якщо потрібно, інакше програма автоматично заповнює область точками;

- за заданим алгоритмом виконати розбиття;

- результат буде представлений на формі графічно.

Основною особливістю програми є те, що алгоритм прагне виконати розбиття на трикутники, які повинні бути якомога більше наближені до рівносторонніх. Отже, основний критерій розбиття – це максимізація мінімальних кутів кожного трикутника, що визначає його якість.

Далі помістимо вершину тілесного кута у початок координат (точку  $O$ , відносно якої визначається тілесний кут), тоді елементарний трикутник з координатами вершин  $\mathbf{r}_1 = \overline{OP_1}$ ,  $\mathbf{r}_2 = \overline{OP_2}$ ,  $\mathbf{r}_3 = \overline{OP_3}$  видно з початку координат під тілесним кутом [10]

$$\Omega = 2 \arctg \frac{(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \mathbf{r}_3)}{r_1 r_2 r_3 + (\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) r_3 + (\mathbf{r}_2 \mathbf{r}_3) r_1 + (\mathbf{r}_3 \mathbf{r}_1) r_2} \quad (4)$$

де  $(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \mathbf{r}_3)$  — змішаний добуток радіус векторів,  $(\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_j)$  — скалярний добуток відповідних радіус векторів,  $r_i$   $i = (\overline{1,3})$  - довжина  $i$ -го радіус вектора.

Просумувавши усі тілесні кути елементарних трикутників, будемо мати шуканий тілесний кут.

**Висновки.** Розроблений алгоритм обчислення тілесних кутів на 3-вимірні об'єкти є основою для моделювання візуального сприйняття архітектурного середовища міста та надає можливість автоматизувати

процес визначення кількісних параметрів характеристик забудови міста і відповідно оцінки її якості.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Булгакова Т. В. Аналіз середовища міста з позиції сприйняття без використання перспективних проєкцій / Т. В. Булгакова. // Scientific development and achievements: Proceedings of the International Scientific Conference December 1, 2017 in the city St. Andrews, Scotland, UK / ed. for the production Holdenblat M. A. NGO «European Scientific Platform» - Odessa: «Drukarik», 2017. - Part 1. - P. 9-14.
2. Булгакова. Т. В. Методи аналізу міста з позиції сприйняття. / Т. В. Булгакова. // Технічна естетика і дизайн: науково-технічний збірник. К: Віпол. - 2010. - Вип.7. - С. 277-281.
3. Скворцов А. В. Триангуляція Делоне і її применение / А. В. Скворцов. - Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. - 128 с.
4. Ильман В. М. Алгоритмы триангуляции плоских областей по нерегулярным сетям точек / В. М. Ильман // Алгоритмы и программы, ВИЭМС. Вып 10(88). М., 1985. - С.12-23.
5. Ильман В. М. Экстремальные свойства триангуляции Делоне / В. М. Ильман // Алгоритмы и программы, ВИЭМС. Вып 10(88). М., 1985. - С.5-10.
6. Скворцов А. В. Эффективные алгоритмы построения триангуляции Делоне / А. В. Скворцов. - Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. - 103 с.
7. Фукс А. Л. Предварительная обработка набора точек при построении триангуляции Делоне / А. Л. Фукс // Геоинформатика. Теория и практика. Вып. 1. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998 С.48-60.
8. Гофман В. Э. Delphi 6 / В. Э. Гофман - Спб.: БХВ - Санкт-Петербург, 1999. - 800с
9. Гофман В. Э. Работа с базами данных в Delphi / В. Э. Гофман - Спб.: БХВ - Санкт-Петербург, 2000. - 656 с.
10. И.Н.Бронштейн. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: справочное издание / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. - 9-е изд., стереотип. - М. : Физматгиз, 1962. - 608 с.

#### REFERENCES

1. Bulgakova T. V. Analysis of the city's environment from the position of acceptance without use of prospective projects / T. V. Bulgakova // Scientific development and achievements: Proceedings of the International Scientific Conference December 1, 2017 in the city St. Andrews, Scotland, UK / ed. for the production Holdenblat M. A. NGO «European Scientific Platform» - Odessa: «Drukarik», 2017. - Part 1. - P. 9-14.
2. Bulgakova T. V. Methods of analysis of the city from the standpoint of perception / T. V. Bulgakova // The industrial art and design: The Collection of Proceedings. K:Vipol. - 2010. - Issue 7. - P. 277-281.
3. Skvortsov A.V. Delaunay triangulation and its application / A.V. Skvortsov - Tomsk: Publishing house Tom. Un-ty, 2002. - 128 p.
4. Il'man V. M. Algorithms of triangulation of plane domains by irregular network of points / V. M. Il'man // Algorithms and programs, VIEMS. Issue 10 (88). Moscow, 1985. - p.12-23.
5. Il'man V. M. Extremal properties of the triangulation of Delone / V. M. Il'man // Algorithms and programs, VIEMS. Issue 10 (88). Moscow, 1985. - p.5-10.
6. Skvortsov A. V. Effective algorithms for constructing the Delone triangulation / A. V. Skvortsov. - Tomsk: Publishing house Tom. Un-ty, 1998. - 103 p.
7. Fuchs A. L. Preliminary processing of the set of points in the construction of the triangulation of Delone / A. L. Fuchs // Geoinformatics. Theory and practice. Issue 1. Tomsk: Publishing house Tom. Un-ty, 1998. - p. 48-60.
8. Hoffman V. E. Delphi 6 / V. E. Hoffman - Spb.: BHV - St. Petersburg, 1999. - 800 p.
9. Hoffman V. E. Working with databases in Delphi / V.E. Hoffman - Spb.: BHV - St. Petersburg, 2000. - 656 p.
10. I.N. Braunstein. Reference book for mathematicians for engineers and students of the institutions: reference book / I. N. Bronshtein, K. A. Semendiyev. - 9th edition., Stereotype. - M.: Fizmatgiz, 1962. - 608 p.

#### Algorithm for calculation of solid angles on 3-dimensional objects for analysis of urban environment

**T. V. Bulgakova**

**Abstract.** The article is a continuation of the author's scientific work on the development of a city analysis tool based on the simulation of the visual perception of the environment without the use of perspective projections and devoted to the development of the algorithm for calculating solid angles to 3-dimensional objects. In this paper, we propose to design a three-dimensional model on the face of the cube with the center at the point of view, thus dividing it into a set of adjacent convex domains, for each of them to construct the triangulation of Delone and determine the solid angle. The problem of finding a solid angle is solved, under which a projection of a certain surface given by the equations of the projection boundaries, coordinates of the angular points can be seen from a given point  $O(x_0, y_0, z_0)$ . The developed algorithm for calculating solid angles to 3-dimensional objects is the basis for further modeling of the visual perception of the architectural environment and enables to automate the process of determining the quantitative parameters of characteristics of city development.

**Keywords:** solid angle, 3-dimensional objects, algorithm, Delaunay triangulation, urban environment analysis.

#### Алгоритм вычисления телесных углов на 3х-мерные объекты для анализа городской среды

**Т. В. Булгакова**

**Аннотация.** Статья является продолжением научной работы автора по разработке инструмента анализа города на основе моделирования визуального восприятия окружения без использования перспективных проєкцій и посвящена разработке алгоритма вычисления телесных углов на 3х-мерные объекты. В данной работе предложено трехмерную модель спроецировать на грани куба с центром в точке обзора, таким образом разбить ее на множество смежных невыпуклых областей, для каждой из них построить триангуляцию Делоне и определить телесный угол. Решается задача нахождения телесного угла, под которым с заданной точки  $O(x_0, y_0, z_0)$  видно проекцию некоторой поверхности, заданную уравнениями границ проекции, координатами угловых точек. Разработанный алгоритм вычисления телесных углов на 3-мерные объекты являются основой для дальнейшего моделирования визуального восприятия архитектурной среды, и позволяет автоматизировать процесс определения количественных параметров характеристик застройки города.

**Ключевые слова:** телесный угол, 3х-мерные объекты, алгоритм, триангуляция Делоне, анализ городской среды.



## Выбор совместной стратегии расхождения судов изменением параметров движения при их внешнем управлении

И. А. Бурмака, С. С. Пасечнюк  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-11>

Национальный Университет «Одесская Морская Академия», Одесса, Украина  
Corresponding author. E-mail: burmaka-mob@ukr.net

Paper received 24.01.18; Revised 27.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Аннотация.** Приведены аналитические выражения границ областей опасных курсов и опасных скоростей, с помощью которых осуществляется формирование данных областей при внешнем управлении процессом расхождения судов. Рассмотрены процедуры оценки опасности сближения судов и маневра их расхождения с помощью области опасных курсов и области их опасных скоростей. Получены формулы границ области недопустимых значений курсов одного судна и скоростей второго судна и предложена процедура ее графического отображения.

**Ключевые слова:** безопасность судоходства, расхождение судов, внешнее управление процессом расхождения, области опасных параметров движения судов.

**Введение.** Значительная часть эксплуатационного времени судов приходится на работу в стесненных условиях, где движение судна ограничено интенсивным судоходством и навигационными опасностями. Маневрирование судна в таких районах затруднено, и плавание производится по единственно безопасным, нередко весьма стесненным путям. Стесненные воды являются сложнейшими по своим условиям районами плавания, где в наибольшей степени проявляется человеческий фактор, который характеризует большую зависимость безопасности плавания от личных и профессиональных качеств судоводителей. В связи с этим стесненные районы плавания с особенно интенсивным движением оборудуются станциями управления движением судов (СУДС), предназначенных для контроля процесса судоходства и управления движением опасно сближающихся судов.

Для эффективной работы СУДС требуется их оснащение современными средствами предупреждения столкновения судов, которые используют способы безопасного расхождения двух и более судов. Поэтому исследование вопросов управления судами, следующими опасными курсами сближения, в районах контроля СУДС, чему посвящена настоящая статья, является актуальным и перспективным научным направлением, так как ведет к повышению безопасности мореплавания, а значит и к уменьшению вероятности человеческих жертв, экологических катастроф и экономических потерь из-за возможных аварий.

**Краткий обзор публикаций по теме.** В работах [1-4] предложены различные модели формализации взаимодействия судов при расхождении и процедуры расчета безопасного маневра.

В работе [1] глубоко и разносторонне исследована проблема предупреждения столкновений судов и предложен метод гибких стратегий их расхождения, позволяющий формировать оптимальную стратегию расхождения судна с несколькими опасными целями с учетом требований МППСС-72, имеющимися навигационными опасностями и инерционно-тормозными характеристиками судна.

Обобщению понятия взаимодействия судов при возникновении угрозы столкновения посвящена работа [2], в которой предложена формализация МППСС-72. Формализация взаимодействия судов при расхождении

в рамках теории дифференциальных игр производится в работах [3,4].

В публикации [5] представлена модель доменов судов для предотвращения многоточечного столкновения с принятием решений с помощью COLREG на основе поля искусственного потенциала. Рассмотрены методы принятия решений по предотвращению столкновений с несколькими судами и составление плана планирования маршрута. В этом документе предлагается полный набор решений для предотвращения столкновения между несколькими кораблями в интеллектуальной навигации, используя организацию «сверху вниз» для структурирования системы. Система разработана с двумя уровнями: принятие решений о предотвращении столкновений и планирование маршрута. В соответствии с общими требованиями Международных правил предотвращения столкновений на суше (COLREG), анализ принятия решений о распределении распределенных маршрутов для борьбы с столкновением анализируется как для ситуаций, связанных с движущимися судами, так и для стоящих судов, включая чрезвычайные действия в случае отказа судна в уклонении от принятия мер по предотвращению столкновений. Метод искусственного потенциального поля (АПФ) используется для планирования пути в деталях. Разработанный метод АПФ в сочетании с моделью судовой области, учитывающих скорость и курс целевых судов, чтобы он мог более точно определять движущиеся характеристики препятствий. Результаты моделирования показывают, что предлагаемая система может работать эффективно.

В монографии [6] освещен ряд особенностей задачи расхождения судов в море и приведен метод предупреждения столкновения судов путем смещения на параллельную линию пути. Результаты исследования эффективности парных маневров расхождения приведены в работе [7].

Из-за неполной или доминирующей информации проблема столкновения судов или возникновения ситуаций опасного сближения судов на море, часто вызванных человеческой ошибкой, как отмечается в работе [8], с ростом морских перевозок становится все более и более важной. На принципах полного внешнего управления процессом расхождения судов рассмотрены основанные подходы формирования с помощью экспертных знаний безопасных траекторий

движения судов, которые поставляются судоводителям и службам движения судов. В статье, в отличие от этого, предлагается процедура планирования траекторий движения судов с использованием специализированных алгоритмов. Производится их согласования путем предварительных договоренностей, пока не будет найдено решение, которое будет приемлемым для всех судов, и будет удовлетворять правилам предотвращения столкновений, включая в себя динамическую модель всех судов и проведения переговоров с целью оптимизации траекторий без внешнего управления.

В работе [9] рассмотрено управления тремя судами для безопасного расхождения. Как указывается в публикации [10], СУДС, как правило, не имеет технических возможностей контролировать движение судов на участках их скопления для обеспечения безопасности судоходства. Как дополнение к средствам возможности уклонения от столкновения системы СУДС/АИС в статье предложен новый фuzzi-метод. Ввод данных СУДС совместно с данными АИС в Морскую географическую информационную систему MGIS (Marine Geographic Information System) дает платформу для расчета сведений об области нахождения судна, инерционных сил, действующих на судно, а также используется для определения модели защитного круга и опасного индекса. Используя аналитическую модель морской системы GIS может быть получено точное прогнозирование времени столкновения и позиции. Предложенный метод дает оператору СУДС возможность принятия решений по предупреждению столкновения судов.

При управлении процессом расхождения судов с помощью СУДС реализуется принцип внешнего управления процессом расхождения, особенности которого рассмотрены в данной статье.

**Цель.** Целью настоящей статьи является формирование процедуры выбора совместной стратегии расхождения изменением курса одного из судов и скорости другого судна при их внешнем управлении.

**Материалы и методы.** При внешнем управлении процессом расхождения наблюдается ситуация сближения пары судов и при появлении угрозы столкновения формируется стратегия расхождения общая для обоих судов.

В работе [11] представлена процедура формирования области опасных курсов  $Q_k$ , которая отображается на расширенной плоскости курсов судов, что показано на рис. 1. Совокупность точек курсов судов  $(K_1, K_2)$ , которые удовлетворяют уравнению:

$$\sin(K_2 - \varphi) = \frac{V_1}{V_2} \sin(K_1 - \varphi) \quad (1)$$

является границей области  $Q_k$ . В приведенном уравнении  $\varphi = \alpha \pm \arcsin \frac{d_d}{D}$ ,  $\alpha$  и  $D$  - соответственно пеленг и дистанция между судами, а  $d_d$  - предельно-допустимая дистанция сближения судов.

Как указывается в работе [11], если точка  $(K_1, K_2)$  находится внутри области опасных курсов  $Q_k$ , то дистанция кратчайшего сближения  $D_{min}$  меньше

предельно-допустимой дистанции  $D_d$ , поэтому сближение судов является опасным. В случае нахождения точки  $(K_1, K_2)$  на границе или вне области  $Q_k$  угроза столкновения отсутствует. Если точка с программными курсами  $(K_{10}, K_{20})$  пары сближающихся судов находится в области  $Q_k$ , то необходимо изменить их курсы на значения  $K_{1y}$  и  $K_{2y}$ , сохраняя неизменными скорости, при которых точка  $(K_{1y}, K_{2y})$  находится на границе области опасных курсов  $Q_k$ .

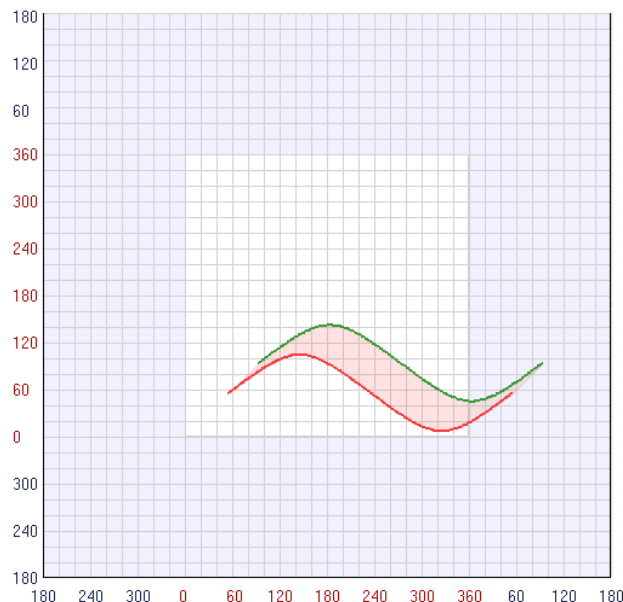


Рис.1. Область опасных курсов  $Q_k$  судов при  $v_1 < v_2$

В стесненных водах существуют ситуации, в которых суда при опасном сближении не могут изменять свой курс, поэтому предупредить их столкновение можно только изменением скоростей. В работе [12] для таких ситуаций предложена область опасных скоростей  $Q_v$ , каждой точке  $(V_1, V_2)$  которой соответствует дистанция кратчайшего сближения между судами  $D_{min}$ . В работе [12] показано, что граница опасной области скоростей, каждая точка которой соответствует дистанции кратчайшего сближения равной предельно-допустимой дистанции, т. е.  $D_{min} = D_d$ , формализуется выражениями:

$$V_1^* = V_2 \frac{\sin(K_2 - \gamma^*)}{\sin(K_1 - \gamma^*)}, \quad V_{1*} = V_2 \frac{\sin(K_2 - \gamma_*)}{\sin(K_1 - \gamma_*)}$$

где  $\gamma^* = \alpha - \arcsin \frac{d_d}{D}$ ,  $\gamma_* = \alpha + \arcsin \frac{d_d}{D}$ .

Очевидно, при постоянных значениях курсов  $K_1, K_2$  и параметров  $\gamma^*, \gamma_*$  границы опасной области скоростей являются линейными. На рис. 2 показана область недопустимых скоростей для пары опасно сближающихся судов, курсы которых являются неизменными. В качестве примера выбрана ситуация опасного сближения судов с параметрами:  $\alpha = 90^\circ$ ,  $D = 3,0$  мили,  $d_d = 1,0$  мили,  $K_1 = 45^\circ$ ,  $K_2 = 315^\circ$ , с начальными скоростями  $V_1 = 15$  узлов и  $V_2 = 15$  узлов.

В этом случае  $\gamma^* = 70,5^\circ$  и  $\gamma_* = 109,5^\circ$ , а выражения для верхней  $Gr^*(V_1, V_2)$  и нижней  $Gr_*(V_1, V_2)$  границ:

$$V_1^* = 2,097V_2 \text{ и } V_{1*} = 0,477V_2.$$

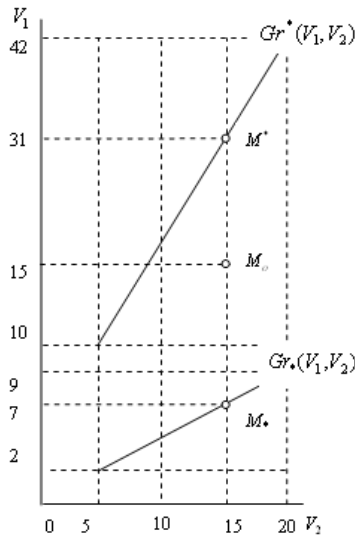


Рис. 2. Область  $Q_v$  недопустимых скоростей

Как следует из приведенного рис. 2, точка с начальными скоростями  $M_0$  принадлежит области недопустимых скоростей и сближение судов опасное. Если судно, имеющее скорость  $V_2$  следует с неизменными параметрами, а судно со скоростью  $V_1$  будет маневрировать изменением скорости, то безопасное расхождение на дистанции  $d_d = 1,0$  мили возможно при увеличении скорости  $V_1$  до значения

$$V_2^{(1)} = \frac{\sin(K_1 - \gamma^{(1)})}{\mu^{(1)}} = \frac{V_1}{\sin[K_2 - (\alpha + \arcsin \frac{d_d}{D})]} \sin[K_1 - (\alpha - \arcsin \frac{d_d}{D})],$$

$$V_2^{(2)} = \frac{\sin(K_1 - \gamma^{(2)})}{\mu^{(2)}} = \frac{V_1}{\sin[K_2 - (\alpha - \arcsin \frac{d_d}{D})]} \sin[K_1 - (\alpha + \arcsin \frac{d_d}{D})]. \quad (2)$$

При изменении скорости торможением значения скоростей  $V_2^{(1,2)}$  должны удовлетворять условию  $V_{2n} > V_2^{(1,2)} \geq 0$ , где  $V_{2n}$  - начальная скорость судна. Обращаем внимание, что граничным значениям 0 и  $V_{2n}$  скорости  $V_2^{(1,2)}$  соответствуют, согласно (2) следующие значения курса  $K_1$ :

$$K_1(V_2^{(1,2)} = 0) = \alpha \mp \arcsin \frac{d_d}{D} = \gamma^{(1,2)},$$

$$K_1(V_2^{(1,2)} = V_{2n}) = \gamma^{(1,2)} + \arcsin[\frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(1,2)})].$$

Рассмотрим случай, когда  $V_1 > V_{2n}$  и найдем граничные значения курса первого судна

31,5 узла (точка  $M^*$ ) или ее уменьшении до значения 7,2 узла (точка  $M_*$ ). Указанные точки находятся на верхней  $Gr^*(V_1, V_2)$  и нижней  $Gr_*(V_1, V_2)$  границах области опасных скоростей.

Если изменение скорости  $V_1$  до указанных пределов возможно практически мгновенно, то значения дистанции  $D$  и пеленга  $\alpha$  не изменяются и суда расходятся на заданной предельно-допустимой дистанции. Однако, из-за инерционности судна для изменения скорости судна  $V_1$  до необходимых значений требуется некоторый интервал времени.

**Результаты и их обсуждение.** Отметим, что возможности безопасного расхождения опасно сближающихся судов возрастают при использовании маневра расхождения, при котором одно из судов изменяет курс, сохраняя неизменной скорость, а второе судно на постоянном курсе может снижать свою скорость. Аналогично предыдущим случаям целесообразно рассмотреть область  $\Omega_{kv}$  на плоскости  $K_1 \times V_2$ , границу которой составляют точки  $(K_1, V_2)$ , удовлетворяющие условию  $\min D(K_1, V_2) = d_d$ .

Из выражения (1), с учетом обозначения  $\gamma^{(1,2)} = \alpha \mp \arcsin(\frac{d_d}{D})$ , граница области  $\Omega_{kv}$  аналитически описывается с помощью формулы:

$$\sin(K_1 - \gamma^{(1,2)}) = \frac{\sin(K_2 - \gamma^{(1,2)})}{V_1} V_2.$$

Обозначая  $\mu^{(1,2)} = \frac{\sin(K_2 - \gamma^{(1,2)})}{V_1}$ , получим

$$V_2^{(1,2)} = \frac{\sin(K_1 - \gamma^{(1,2)})}{\mu^{(1,2)}}. \text{ Откуда следует, что существует}$$

две границы, на которых достигается равенство  $\min D = d_d$ :

$$K_1(V_2^{(1)} = 0) = \alpha - \arcsin \frac{d_d}{D} = \gamma^{(1)};$$

$$K_1(V_2^{(2)} = 0) = \alpha + \arcsin \frac{d_d}{D} = \gamma^{(2)};$$

$$K_1(V_2^{(1)} = V_{2n}) = \gamma^{(1)} + \arcsin[\frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(1)})];$$

$$K_1(V_2^{(2)} = V_{2n}) = \gamma^{(2)} + \arcsin[\frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(2)})].$$

Для удобства дальнейшего изложения введем следующие обозначения:

$$K_{1\min}^{(1)} = K_1(V_2^{(1)} = 0), \quad K_{1\min}^{(2)} = K_1(V_2^{(2)} = 0),$$

$$K_{1\max}^{(1)} = K_1(V_2^{(1)} = V_{2n}), \quad K_{1\max}^{(2)} = K_1(V_2^{(2)} = V_{2n}).$$

Поэтому с учетом принятых обозначений получим следующие выражения:

$$K_{1min}^{(1)} = \alpha - \arcsin \frac{d_d}{D} = \gamma^{(1)},$$

$$K_{1min}^{(2)} = \alpha + \arcsin \frac{d_d}{D} = \gamma^{(2)},$$

$$K_{1max}^{(1)} = \gamma^{(1)} + \arcsin \left[ \frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(1)}) \right],$$

$$K_{1max}^{(2)} = \gamma^{(2)} + \arcsin \left[ \frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(2)}) \right].$$

Изменение скорости второго судна  $V_2$  при  $V_2 \in (0, V_{2n})$  для первой границы происходит на участке курсов  $K_1 \in (K_{1min}^{(1)}, K_{1max}^{(1)})$ , т. е. на интервале  $\Delta K_1^{(1)} = K_{1max}^{(1)} - K_{1min}^{(1)}$  или с учетом полученных выражений  $\Delta K_1^{(1)} = \arcsin \left[ \frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(1)}) \right]$ . Также для второй границы:  $K_1 \in (K_{1min}^{(2)}, K_{1max}^{(2)})$  и  $\Delta K_1^{(2)} = \arcsin \left[ \frac{V_{2n}}{V_1} \sin(K_2 - \gamma^{(2)}) \right]$ . Отметим, что оба интервала  $\Delta K_1^{(1)}$  и  $\Delta K_1^{(2)}$  меньше  $\pi/2$ , следовательно, на этих интервалах значение скорости  $V_2$  для обеих границ монотонно возрастает. Область  $\Omega_{kv}$  опасных параметров курса одного судна и скорости второго судна, заключенная между первой границами для случая  $V_1 > V_{2n}$  в общем случае имеет вид, показанный на рис. 3. Если точка с начальными параметрами движения судов  $M_n(K_{n1}, V_{2n})$  находится между первой  $Cr_1$  и второй  $Cr_2$  границами, т. е.  $(K_{n1}, V_{2n}) \in \Omega_{kv}$ , то справедливо неравенство  $\min D(K_{n1}, V_{2n}) < d_d$ , и сближение судов является опасным. В этом случае необходимо выбрать

параметры уклонения судов  $K_{1y}$  и  $V_{2y}$ , так, чтобы соответствующая им точка  $M_y(K_{1y}, V_{2y})$  находилась на ближайшей к точке  $M_n(K_{n1}, V_{2n})$  границе области  $\Omega_{kv}$  и расстояние между точками  $M_n$  и  $M_y$  было минимальным, как показано на рис. 3.

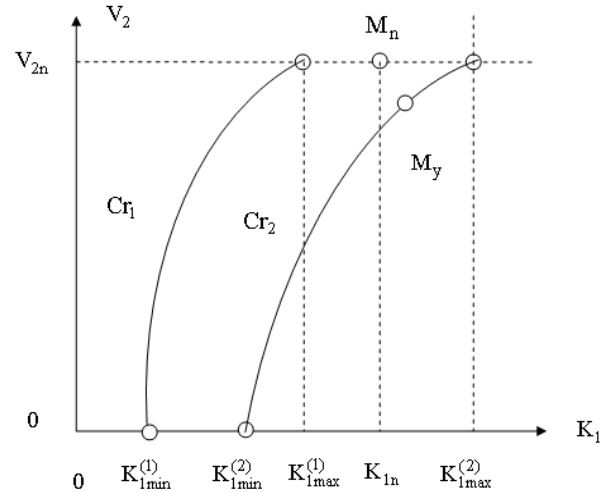


Рис. 3. Область  $\Omega_{kv}$  опасных параметров судов

**Выводы.** 1. Приведены аналитические выражения границ областей опасных курсов и опасных скоростей, с помощью которых осуществляется формирование указанных областей. 2. Рассмотрены способы оценки опасности сближения судов с помощью области опасных курсов и области их опасных скоростей при внешнем управлении процессом расхождения. Приведены процедуры выбора маневра их расхождения. 3. Получены формулы границ области недопустимых значений курсов одного судна и скоростей второго судна и предложена процедура ее графического отображения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цымбал Н.Н. Гибкие стратегии расхождения судов / Н.Н.Цымбал, И.А.Бурмака, Е.Е. Тюпиков. - Одесса: КП ОГТ, 2007. - 424 с.
2. Пятаков Э.Н. Взаимодействие судов при расхождении для предупреждения столкновения / Э.Н. Пятаков, Р.Ю. Бужбецкий, И.А. Бурмака, А.Ю. Булгаков - Херсон: Гринь Д.С., 2015. - 312 с.
3. Кудряшов В. Е. Синтез алгоритмов безопасного управления судном при расхождении с несколькими объектами / В. Е. Кудряшов // Судостроение. - 1978.- №5. - С. 35-40.
4. Lisowski J. Dynamic games methods in navigator decision support system for safety navigation/ Lisowski J. // Advances in Safety and Reliability. - 2005. - Vol. 2. - London-Singapore, Balkema Publishers. - P. 1285-1292.
5. Wang T.F., Yan X.P., Wang Y., Wu Q.: Ship Domain Model for Multi-ship Collision Avoidance Decision-making with COLREGs Based on Artificial Potential Field. TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, pp. 85-92, 2017.
6. Вагущенко Л.Л. Расхождение с судами смещением на параллельную линию пути / Л.Л. Вагущенко. - Одесса: Феникс, 2013. - 180 с.
7. Пятаков Э.Н. Оценка эффективности парных стратегий расходящихся судов / Э.Н. Пятаков., С.И. Заичко // Судовождение: Сб. научн. трудов. / ОНМА, - Вып.15. - Одесса: "ИздатИнформ", 2008. - С. 166 - 171.
8. Hornauer S. Trajectory Planning with Negotiation for Maritime Collision Avoidance / Hornauer S., Hahn A., Blaich M., Reuter J. TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, 2015, page 335-341.
9. Бурмака И.А. Маневр расхождения трех судов изменением курсов/ И.А. Бурмака, А.Ю. Булгаков // Автоматизация судовых технических средств: науч. -техн. сб. - 2014. - Вып. 20. Одесса: ОНМА. - С. 18 -23.
10. Kao Sheng-Long. A fuzzy logic method for collision avoidance in vessel traffic service / Kao Sheng-Long, Lee Kuo-Tien, Chang Ki-Yin, Ko Min-Der// J. Navig. 2007. 60, № 1, p. 17-31.
11. Булгаков А.Ю. Использование опасной области курсов двух судов для выбора допустимого маневра расхождения/ А.Ю. Булгаков// Водный транспорт. - 2014. №2 (20). - С. 12 - 17.
12. Бурмака И.А. Управление судами в ситуации опасного сближения / И.А. Бурмака., Э.Н. Пятаков., А.Ю. Булгаков - LAP LAMBERT Academic Publishing, - Саарбрюккен (Германия), - 2016. - 585 с.

## REFERENCES

1. Tsimbal N.N. Flexible strategies of divergence of vessels/ Tsimbal N.N., Burmaka I.A. and Tyupikov E.E. - Odessa: KP OGT.- 2007.- 424 p.
2. Pyatakov E.N. Cooperation of vessels at divergence for warning of collision / Pyatakov E.N., Buzhbeckij R.Y., Burmaka I.A., Bulgakov A. Y. - Kherson: Grin D. S.- 2015.- 312 p.
3. Kudryashov V.E. Synthesis of algorithms of safe management by a ship at divergence with a few objects/Kudryashov V.E. //Sudostroenie .- 1978.- №5.- p. 35 - 40.
4. Lisowski J. Dynamic games methods in navigator decision support system for safety navigation/ Lisowski J. // Advances in Safety and Reliability. – 2005. - Vol. 2. - London-Singapore, Balkema Publishers. – P. 1285-1292.
5. Wang T.F., Yan X.P., Wang Y., Wu Q.: Ship Domain Model for Multi-ship Collision Avoidance Decision-making with COLREGs Based on Artificial Potential Field. TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 11, No. 1, pp. 85-92, 2017.
6. Vagushchenko L.L. Divergence with vessels by displacement on the parallel line of way / Vagushchenko L.L.- Odessa: Feniks.- 2013.- 180 p.
7. Pyatakov E. N. Estimation of efficiency of pair strategies of going away vessels / Pyatakov E. N., Zaichko S.I.// Sudovozhdenie.- 2008.- №15.- p. 166 – 171.
8. Hornauer S. Trajectory Planning with Negotiation for Maritime Collision Avoidance / Hornauer S., Hahn A., Blaich M., Reuter J. TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, Vol. 9, No. 3, 2015, page 335-341.
9. Burmaka I.A. Maneuver of divergence of three vessels by the change of courses/ Burmaka I.A., Bulgakov A. Y.// Avtomatizatsiya sudovykh tekhnicheskikh sredstv. - 2014.- №20 . - p. 18 -23.
10. Kao Sheng-Long. A fuzzy logic method for collision avoidance in vessel traffic service / Kao Sheng-Long, Lee Kuo-Tien, Chang Ki-Yin, Ko Min-Der// J. Navig. 2007. 60, № 1, p. 17-31.
11. Bulgakov A.Y. Use of dangerous region of courses of two vessels for the choice of possible manoeuvre of divergence/ Bulgakov A.Y.// Vodnyy transport.- 2014.- №2 (20).- p. 12 – 17.
12. Burmaka I. Management by vessels in the situation of dangerous rapprochement / Burmaka I., Pyatakov E., Bulgakov A.- LAP LAMBERT Academic Publishing, - Saarbrücken (Germany), – 2016. - 585 p.

### **Выбор совместной стратегии расхождения судов изменением параметров движения при их внешнем управлении И. А. Бурмака, С. С. Пасечнюк**

**Аннотация.** Приведены аналитические выражения границ областей опасных курсов и опасных скоростей, с помощью которых осуществляется формирование данных областей при внешнем управлении процессом расхождения судов. Рассмотрены процедуры оценки опасности сближения судов и маневра их расхождения с помощью области опасных курсов и области их опасных скоростей. Получены формулы границ области недопустимых значений курсов одного судна и скоростей второго судна и предложена процедура ее графического отображения.

**Ключевые слова:** безопасность судовождения, расхождение судов, внешнее управление процессом расхождения, области опасных параметров движения судов.

### **Choice of joint strategy of divergence of vessels by the change of parameters of motion at their external management I. A. Burmaka, S. S. Pasechnyuk**

**Abstract.** Analytical expressions of scopes of regions of dangerous courses and dangerous speeds are resulted, which forming of these regions at the external process control of divergence of vessels is carried out by. Procedures of estimation of danger of rapprochement of vessels and maneuver of their divergence by the region of dangerous courses and region of their dangerous speeds are considered. The formulas of scopes of region of impermissible values of courses of one ship and speeds of the second ship are got and procedure of its graphic reflection is offered.

**Keywords:** safety of navigator, divergence of vessels, external process control of divergence, region of dangerous parameters of motion of vessels.

## Research of the technical characteristics of the electromechanical drive system of spiral classifier

V. Dmitriev

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-12>

State Higher Educational Institution "National Mining University", Dnipro, Ukraine  
Corresponding author. E-mail: vallerii.dmitriev@gmail.com

Paper received 13.02.18; Revised 18.02.18; Accepted for publication 19.02.18.

**Annotation.** The sources of forced oscillations of the electromechanical system of the spiral classifier under the action of the disturbing moment from the portion of sand between the lugs are considered. Spectral analysis of the power signal consumed by the spiral drive is performed and the estimation of the possibility of using the amplitude-frequency characteristics of the oscillations for the tasks of automatic monitoring of technical and technological parameters is given.

**Keywords:** spiral classifier, electromechanical system, spectral decomposition of the signal, automatic control.

**Introduction.** Spiral classifiers are one of the most common aggregates in the technology of iron ore enrichment. They are usually installed in the first stage of ore preparation of the ore processing line, operate in a cycle with drum mills [1, 3] and perform a hydraulic classification of the ore crushed in the mill with separation into "finished" and "unmilled" grades. The latter is deposited in the classifier bath and is released in the form of "sands", which are returned to the mill's drum by means of a spiral.

The classifier spiral is a complex aggregate and includes a large number of elements, whose technical characteristics determine the operability of the entire electromechanical system [2] of the classifier.

**Status of the question.** Automation of control and management processes determines the search and justification of control methods, based on the technical and technological characteristics of the units. In the case of the spiral classifier, in the known automatic control and regulation systems [1, 3], grinding and classification processes do not include special sensors for automatic monitoring of the technical condition of the spiral and automatic control of productivity over the sands. Evaluation of the latter by indirect parameters, for example, according to the average value of the active current or power [3], consumed by the driving motor of the spirals, leads to a significant error (30...50)% and drift of the characteristics of control in time.

**Aim of the research.** To evaluate the possibility of automatic control of the technical condition of the spiral and the technological parameter of productivity in the sands by the amplitude-frequency characteristics of the power signal of the driving motor of the spiral under the action of a disturbing moment, during the movement and dropping of a portion of sands.

The methods of experimental studies, spectral decomposition, amplitude-frequency analysis of power signals of the driving motor of the classifier spiral, methods of statistical analysis have been used in the work.

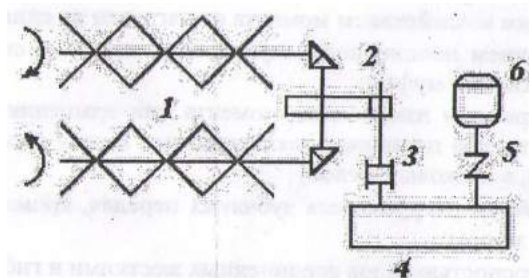
The results of the research are that oscillations of the active drive power signal characterize the oscillations of the mechanical elements of the spiral, which are caused by the action of the disturbing moment during the movement and dropping of portions of sands.

Scientific novelty of the research is that for the first time the possibility of constructing an automatic performance control over the sands with the use of the technical characteristics of the spiral and with the signal of the active drive power of the electromechanical system is justified.

Practical significance is that the amplitude-frequency

characteristic of the oscillations can be used to evaluate the technical characteristics of the spiral state and the technological estimation of the mass of sand portions for the construction of automatic control means.

**Main part.** A simplified electromechanical system of the double-spiral classifier is shown in Figure 1. Shafts with spirals 1, gears of open 2 and closed 4 types, rigid 3 and elastic 5 couplings of connection of intermediate shafts and a shaft of the driving electric motor 6 are represented here.



**Figure 1.** Simplified electromechanical system of the double-spiral classifier with the electric drive

On the assumption of normal process of classification in the classifier bath, i.e. under a pulp consistency (1200...1700) grams per liter, building-up process of sands is even in classification and the sand batches are afforded of truncated cone form between the spiral blades. The spiral blades move the sand batches directly and periodically load spokes those retain them (a single spiral turn retains 6 spokes on the shaft). This spokes loading leads to the periodical loading along the spiral shaft. It happens because of the spokes fixed on the shaft during the running of the rotary shaft that moves sand batches.

A motional energy transfer from the rotary shaft of the driving motor runs further along the chain (Figure 1): the flexible coupling 5, the close reducing gear 4, the rigid coupling 3, the close gear drive 2, the shafts 1 of the spiral classifier, the spiral blades, the movable sand batches. This energy transfer scheme let us to make an assumption of possibility of the movable sand mass estimation and the evaluation of sand batches dumped into the sand chute through the active power consumption with the conducted electric motor 6. Also we need to give an estimate of possibility of the power signal splitting to be disaggregated into the permanent and the dynamic power, evaluate their contribution to the general signal.

A constant component defines the typical expenditures for sand batches movement, friction between sands, between

sands and blade, bearing and gear face friction, coupling and electric motor coil energy loss. The consequence of this is the change in the average values of power in time with a change in the energy losses due to friction, losses in clutches and windings, which depend on the size of the sands, technological regimes, operating conditions of the equipment, etc.

The dynamic components may contain information on sands batches mass transported and dumped to the sand coupling. The example for the electromechanical breaker systems is provided in [5].

All the main sources of excitation of the oscillations of the spiral classifier as an electromechanical system, leading to oscillations in the signal of the driving motor power, have their characteristic frequency of oscillations and corresponding amplitude, which to some extent depends on the total load of the transported sands, has different energy intensities and contribution to the total signal of the active power consumed.

It is natural that a source that is less liable to the impact of both the frequency and amplitude interferences are of the strongest interest to the sands load control problems.

We consider the main sources of the mentioned ones and analyze their frequencies and amplitudes based on the technical parameters of the classifier 2KПC-2,4.

1. The oscillations evoked by spiral shafts unbalance and discrete expansion of some elements significantly depend on the mechanical engineering assemblies and elements condition. For example, the blade or fettling breakage and the spoke rupture result in oscillation amplitude growth with the same values of the sand load. The frequency of these oscillations equal to the rotation frequency of the spiral shaft:

$$f_1 = \frac{n}{60} \text{ Hz}, (1)$$

where  $n$  is the rotating velocity of the spiral shaft, rpm, at  $n = 1,69$  rpm,  $f_1 = 0,033$  Hz.

2. A periodical load of spokes those hold the spiral blades at their successive load into the sands results in the applicable change of the driving torque, i.e. also results in oscillations with the frequency proportional to the spoke number for one spiral coil. Classifiers under consideration usually have 6 spokes each of them is  $60^\circ$  out of spiral coil circle. The oscillation frequency is determined as:

$$f_2 = 6 \cdot f_1 = 6 \cdot \frac{n}{60} \text{ Hz}, (2)$$

and at  $n = 1,96$  rpm  $f_2 = 6 \cdot 1,96/60 = 0,1956 \approx 0,2$  Hz.

3. Gear drives lead to the oscillations with frequencies:

$$f_3 = Z_i \cdot f_1 \text{ Hz}, (3)$$

where  $Z_i$  – a number of a gearwheel teeth.

These are the so-called “tooth frequencies”. Their amplitude is characterized by the transferred torque moment (by load) by the teeth wear rate and gaps at the gear drive mounting. For example, teeth frequencies during the contact interaction of teeth of the exposed drive 2 conical pair (see Figure 1):

$$f_3 = 76 \cdot 1,96/60 = 2,417 \approx 2,4 \text{ Hz}.$$

4. The elastic clutch brings to the nonlinear torque moment conversion. It causes the torsional vibrations at the system divided by this clutch into the shaft and reducer on the one part and rotor of the driving motor.

Imagine electromechanical classifier as bimass system

(Figure 1), where  $J_1$  – a point moment of spiral classifier and reducer inertia,  $J_2$  – a point moment of motor spindle inertia,  $g_{1,2}$  – a rigidity of the elastic clutch. A differential motion equation system of this system may be represented as [8]:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + C_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) \\ J_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - C_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) \end{cases}, (4)$$

where  $\varphi_1, \varphi_2$  – the instantaneous angles of mass rotation relative to the certain initial position.

In order to find a partial solution of this system we need to make such evaluations:

$$\begin{cases} \varphi_1 = A_1 \cdot \sin(\omega_c \cdot t + E) \\ \varphi_2 = A_2 \cdot \sin(\omega_c \cdot t + E) \end{cases}. (5)$$

Let's substitute values (5) at the system (4). When we solve it relatively to the natural frequency  $\omega_c$  of the system we get [8, 9]:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_{1,2}(J_1 + J_2)}{J_1 \cdot J_2}}. (6)$$

From the expression (6) appears that frequency  $\omega_c$  is characterized by the common condition of electromechanical system and is proportional to the coupling rigidity. The sands load forms a part of  $J_1$  as the adjoint inertia moment and more over has a damping effect on the oscillations amplitude. As it is seen from the above the utilization of the system natural frequency for sands load evaluation is difficult enough. According to the available information  $\omega_c$  for the submerged (KCH) and unsubmerged (KCI) types of classifier is varying from 5 to 10 Hz.

The elastic clutch is located directly in front of the driving motor and functions as low-pass filter [8], i.e. oscillations with higher frequencies than cutoff frequencies  $f_{cf}$  of the clutch do not go through and we do not find them reasonable to analyze. The analysis shows that for clutches used under the conditions of enterprises namely for 5 petal clutches and ones made of transport rubber  $f_{cf} \geq 5$  Hz.

5. The feature of spiral classifier design has two overhangs. It dumps the sand batches into the sand chute in a single revolution. This results in torque moment oscillation and power consumption of the electric motor accordingly. The frequency of these oscillations is determined as:

$$f_4 = 2 \cdot f_1 \text{ Hz}, (7)$$

and at  $n = 1,96$  rpm  $f_4 = 2 \cdot 1,96/60 = 0,06536 \approx 0,065$  Hz.

The spiral of classifier and its determined elements are directly influenced by sands load. That is why the dynamics of spiral has certain advantages for checking the problem. Besides the frequencies  $f_1, f_2, f_4$  the spiral also generates other frequencies of forced oscillations by the action of the external load with the variable component. Identification of the spiral dynamic behaviors [2] occurs by the way of the dynamic equivalent shaft with the torsional rigidity that changes periodically with the frequency  $6\omega$  (since spiral has 6 spokes at section which successively take the effect of the moment from the sands load). The solution of the differ-

ential equation of this shaft motion [9] has shown a wide frequency range of the forced oscillations presented in Figure 2. Here is represented: a dashed line corresponds to the main frequency of the classifier spiral (shaft) rotation; the thick long lines correspond to the frequencies  $2\omega$  and  $6\omega$  under relevant oscillations of the external moment and rigidity; the

thick short lines characterize shaft oscillation with frequencies  $4\omega$  and  $8\omega$ ; the thin short lines correspond to the frequencies emerged in the forced oscillation of the shaft subject to the nonsymmetric changes of rigidity and external moment.

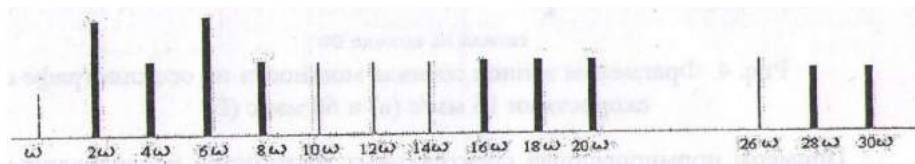


Figure 2. Frequency spectrum of the spiral shaft forced oscillation

6. Oscillations caused by the nonsymmetric location of motor spindle at the stator magnetic field characterize changes of the total load on the driving motor that also turns on the load on sands. The frequency of these oscillations is:

$$f_5 = \frac{\omega_g}{60} \text{ Hz, (8)}$$

where  $\omega_g$  – the rotor speed of the driving motor, rpm.

$$f_5 = 485/60 = 8,083 \approx 8,1 \text{ Hz.}$$

The other types of the oscillation sources may in a less degree characterize the sands load. That is the reason why we do not consider them.

In some enterprises of the manufacturing environments such as Mining and Metallurgical Company of Tyrnyauz, north ore-dressing and processing enterprise and mining and smelting complex of Navoiy experimental researches of power signal of spiral driving motor for different kinds of classifiers – 2KCI-24, 2KCH-246 1KCI-30 were done. The goal of researches was an experimental test of the control method and evaluation of the spectral component of the power signal under the various sands loads for revealing of the most informational frequencies (or frequency range).

In process of the researches the oscillography of the power signals for various load duties of spiral classifier were carried out. The load duties were determined with an impact on the feed ore and water consumption at the grinding cir-

cuit. The assessment of the sands load were made by the average value of the active power consumed by the driving motor in the form of the ensemble average of the signal realization recording –  $M(x)$  on the oscillograms.

In this paper the information capability of the power spectral components made under the Navoiy mining and smelting complex conditions was analyzed by the 2KCI-2,4 classifier. The analogous results were made at the others enterprises.

To study the level of the dynamic component at each analyzed frequency, i.e. estimating the contribution of the power signal dispersion, a well-known spectral analysis method using Fourier transforms was used [6]. According to the practical recommendations given in [6], the normalized estimate of the spectral density is taken as the initial formula for calculating the estimate of the spectral density of signals.

Stationarity and ergodicity of the analyzable random processes must be provided in accordance with the recommendations made in [6].

In order to reduce errors of spectral density of the correlation function figured out according to the finite member function [6] a complementary function of the correlation window “Bartlett window” is introduced.

According to the abovementioned expressions (10-13) a special program for spectral density calculation “SPEKTR” for study of the power signal of spiral driving motor is written.

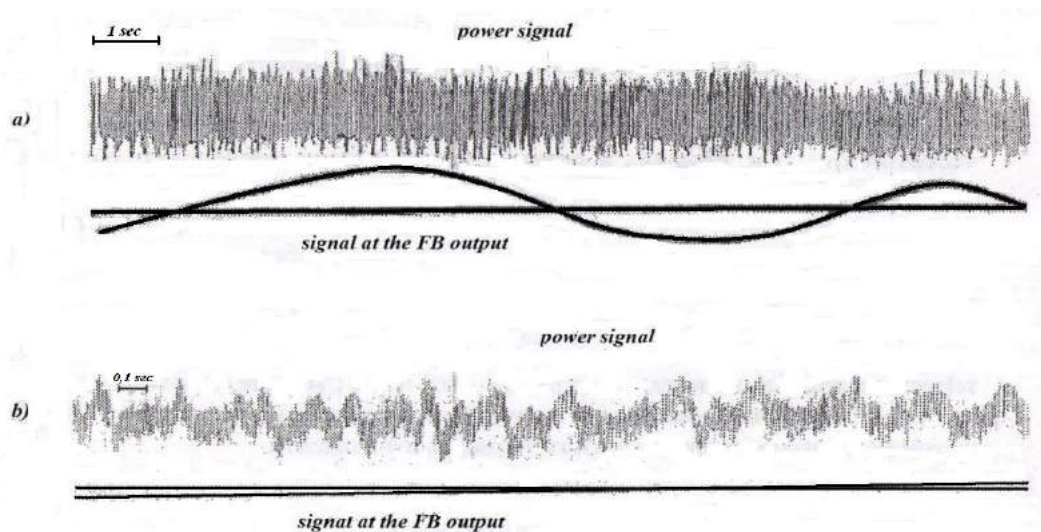


Figure 3. Capture sample of the power signal on the oscillogram at the 16 mm/s (a) and 60 mm/s (b) speeds

In order to improve the calculation accuracy and spectral density analysis the signal recording from the power con-

verters was carried out at two speeds – 16 mm/s and 60 mm/s.



Thus, at the 1<sup>st</sup> speed the analysis in the 0...1 Hz range, at the 0,005 Hz interval was made, at the 2<sup>nd</sup> speed in the 0...10 Hz range in the 0,1 Hz interval.

At the same time a signal with a filter cutoff frequency  $f_{cf1} = 1,0$  Hz and  $f_{cf2} = 10$  Hz is separated and recorded on the oscillograph by the low-pass filter (FB) to study the action of the very-low-frequency signals.

The capture sample of the power signal on the oscillogram at the 16 mm/s speed is performed in Figure 3(a), the sample made at the 60 mm/s speed – in Figure 3. A signal from the active power converter is represented at the top of the oscillogram, the output signal from the FB filter – at the bottom part.

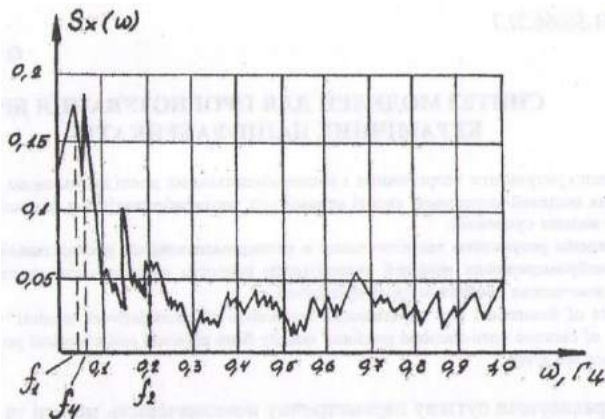


Figure 4. Graphic of normalized spectral density of power signal at the 16 mm/s recording speed

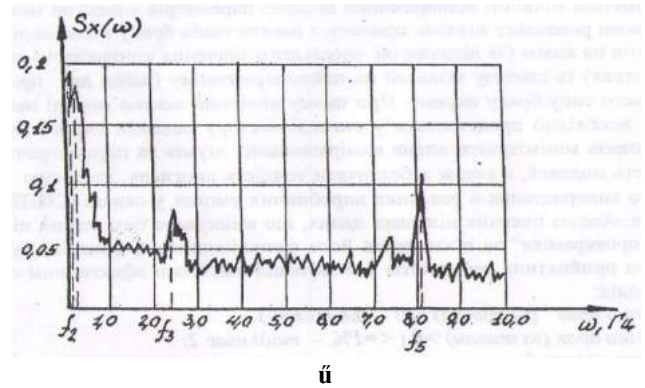


Figure 5. Graphic of normalized spectral density of power signal at the 60 mm/s recording speed

The examples of the normalized spectral density of the examined power signals are shown in Figure 4 and Figure 5.

The results of the calculation by the “SPEKTR” program and the analysis are presented in the table 1 – for oscillogram recorded at the 60 mm/s speed and in the table 2 – for oscillogram recorded at the 16 mm/s speed for 0-10 Hz and 0-1 Hz ranges in various technological modes of the classifier. Thus, more than 60 oscillograms were processed for both recording speeds. The analogous results were obtained.

The analysis of the experimental results confirms the corollaries about amplitude variation at the all studied frequencies with sands load, i.e. they may work as the required data source. However, their contribution to the common energy level of the signal is different. Moreover, each of them depends on the technical conditions of the vibration source.

Table 1. The processing results of the oscillograms with 60 mm/s speed, arbitrary unit

Name	Assembly average $M(x)$	Mean square deviation $\sigma_x$	Dispersion $D(x)$	Value degree $S(x)$ on the frequency, Hz		
				0,2 $f_2$	2,4 $f_3$	8,1 $f_5$
Condition 1	66,26	5,718	32,7	0,885	0,349	0,471
Condition 2	61,40	5,211	27,155	0,721	0,264	0,311
Condition 3	50,44	4,301	18,489	0,596	0,167	0,196
Condition 4	43,37	3,607	13,01	0,261	0,111	0,135

Table 2. The processing results of the oscillograms with 16 mm/s speed, arbitrary unit

Name	Assembly average $M(x)$	Mean square deviation $\sigma_x$	Dispersion $D(x)$	Value degree $S(x)$ on the frequency, Hz		
				0,035 $f_1$	0,065 $f_4$	0,2 $f_2$
Condition 1	66,26	5,718	32,7	0,911	0,998	0,395
Condition 2	61,40	5,211	27,155	0,811	0,865	0,318
Condition 3	50,44	4,301	18,489	0,595	0,625	0,279
Condition 4	43,37	3,607	13,01	0,248	0,391	0,165

The research of signals and driving motor power at idling speed of spiral (when the spiral is raised) has not revealed the dominant frequencies. In this case the spiral spectral density is almost a flat spectrum with a continuous roll-off higher than  $\approx 10$  Hz frequency. It also affirms an induce character of frequencies on a specified frequencies under the sands load (of the external moment).

The results of the theoretical and experimental researches have affirmed the possibility of the informative frequency choice equal to the double reversible shaft of spiral ( $f_4$ ). This frequency is characterized by the sampling period of sands dumping into the sand chute as the most noise-resistant frequency with considerable duty.

The rotational frequency of the shaft rotation  $f_1$  also has considerable duty. However, it is less noise-resistant because its amplitude depends on the shaft rigidity and its residual deformation, on the journal and thrust bearing condition, etc.

The frequencies  $1\omega$  and  $6\omega$  are located on either side of frequency  $f_4$  (see Figure 4). They have considerable duty and may become the biggest part of the error receiving the information at the frequency  $f_4$ .

Asynchronous electric motors are used for the drive spiral classifier. Their soft mechanical feature results in the rotor speed and shaft mechanical moment [7] characteristics. This, in its turn, results in a certain change of shaft speed at the change of the classifier loading by the circulate sands. It is

established that speed reduction from the idle speed to the torque rating is 10% for this electric motor. Therefore a shaft speed of the spiral classifier such as 2КСП-2,4 with  $n_b = 1,96$  rpm may change within the range of  $\pm 0,1$  rpm from the rated one and change of the informative frequency may be  $\pm 0,005$  Hz from the center frequency  $f_4 = 0,065$  Hz.

**Conclusions.** The results of the theoretical and experimental researches have shown the utilization possibilities of the amplitude frequency response of the spiral shaft and, respectively, the driving motor power signal for evaluation the sands mass as batches, which are transportable along the classifier bath and dumped into the sands clutch, and evaluations of the technical state of the elements of the electromechanical system.

chanical system.

The double rotational frequency  $f_4$  is the most informative and noise-resistant among the considered frequencies. It characterizes the frequency of the sands batches dumping into the clutch. For the classifier 2КСП-2,4 it is  $f_4 = 0,065$  Hz.

Consequently, the possibility of development of the checking facilities of the spiral classifier among sands according to the usage of the amplitude frequency response of the dynamic component of the spiral driving motor power signal has been confirmed, both as a separate automatic device and as a special software product.

#### REFERENCES

1. Хан, Г.А. Автоматизация обогатительных фабрик / Г.А. Хан, В.П. Картушин, Л.В. Сорокер, Д.А. Скрипчак. – М.: Недра, 1974. – 280 с.
2. Корсун, В.И. Идентификация динамических характеристик спирали классификатора и их практическая проверка / В.И. Корсун, А.Н. Марюта, В.И. Дмитриев // Автоматический контроль и управление в цветной металлургии. Тезисы докладов РНТС. – Ташкент, 1983. – 28 с.
3. Тихонов, О.Н. Автоматизация производственных процессов на обогатительных фабриках / О.Н. Тихонов. – М.: Недра, 1985. – 272 с.
4. Улитенко, К.Я. Определение циркулирующей нагрузки измельчительных агрегатов в АСУ ТП / К.Я. Улитенко, Р.П. Маркин // Обогащение руд. – С-Пб., 2005. – №2. – С. 42-44.
5. Качан, Ю.Г. Модель формирования активной мощности приводного электродвигателя конусной дробилки / Ю.Г. Качан, В.И. Корниенко. – Изв. вузов. Горный журнал. – 1987. – №3. – С. 109-113.
6. Бендат, Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1974. – 650 с.
7. Пиотровский, Л.М. Электрические машины / Л.М. Пиотровский. – М. – Л.: Энергия, 1972. – 504 с.
8. Маслов, Г.С. Расчеты колебаний валов / Г.С. Маслов. – М.: Машиностроение, 1980. – 151 с.
9. Бизерман, В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бизерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

#### REFERENCES

1. Khan, G.A. Automation of concentrating factories / G.A. Khan, V.P. Kartushin, L.V. Soroker, D.A. Skripchak. – Moscow: Nedra, 1974. – 280 p.
2. Korsun, V.I. Identification of the dynamic characteristics of the classifier spiral and their practical verification / V.I. Korsun, A.N. Mariuta, V.I. Dmitriev // Automatic control and management in non-ferrous metallurgy. Abstracts of the RNTS. – Tashkent, 1983. – 28 p.
3. Tikhonov, O.N. Automation of production processes at concentrating plants / O.N. Tikhonov. – Moscow: Nedra, 1985. – 272 p.
4. Ulitenko, K.Y. Determination of the circulating load of grinding aggregates in the process control system / K.Y. Ulitenko, R.P. Markin // Enrichment of ores. – St. Petersburg, 2005. – №2. – P. 42-44.
5. Kachan, Y.G. Model of active power generation of a drive motor of a cone crusher / Y.G. Kachan, V.I. Kornienko. – News of universities. Mining magazine. – 1987. – №3. – P. 109-113.
6. Bendat, J. Measurement and analysis of random processes / J. Bendat, A. Pirsol. – Moscow: Mir, 1974. – 650 p.
7. Piotrovsky, L.M. Electric machines / L.M. Piotrovsky. – M. – L.: Energia, 1972. – 504 p.
8. Maslov, G.S. Calculations of oscillations of shafts / G.S. Maslov. – M.: Mechanical Engineering, 1980. – 151 p.
9. Biserman, V.L. Theory of mechanical oscillations / V.L. Biserman. – Moscow: Higher School, 1980. – 408 p.

#### Исследование технических характеристик электромеханической системы привода спирали классификатора

**В. И. Дмитриев**

**Аннотация.** Рассмотрены источники вынужденных колебаний электромеханической системы спирального классификатора при действии возмущающего момента от порции песков между лопастями. Выполнен спектральный анализ сигнала мощности, потребляемой приводом спирали, и дана оценка возможности использования амплитудно-частотных характеристик колебаний для задач автоматического контроля технических и технологических параметров.

**Ключевые слова:** спираль классификатора, электромеханическая система, спектральное разложение сигнала, автоматический контроль.

## Magnetic damper for aircraft engine D436T

Gulyaeva T.V.\* , Tatarchuk O.V.\*\* , Gulyaeva L.V.\*\*\*  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-13>

\*Zaporizhzhya national technical University, Zaporizhzhya, Ukraine,

\*\*SE "Ivchenko-Progress", Zaporizhzhya, Ukraine

\*\*\*Zaporizhzhya national technical University, Zaporizhzhya, Ukraine

Paper received 02.01.18; Revised 06.01.18; Accepted for publication 08.01.18.

**Abstract.** The article discusses the design of a magnetic damper to fix the problem the occurrence of resonance, leading to vibration of the shaft at high speeds. When creating engines of large bypass ratio and large rotor speeds are crucial questions speakers. The most effective means of reducing the level of vibrations and dynamic loads at the nodes of the motors is the use of damper supports. For the final determination of the effectiveness of the type of damper selected and designed for this engine, it is necessary to perform experimental work. When fine-tuning the engine D-436T1 (special examination for the fan wheel) at 5900 rpm fan...6100 rpm had increased engine vibration at frequencies of the rotor due to resonance vibrations of the shaft of the fan. These oscillations were caused by the bending of the shaft of the fan and tapping it into stator and rotor parts of the compressor low pressure. A change in the design of the fan shaft to eliminate resonance was impossible. Domain service fan wheel and fan design coil spring / oil damper was not provided to prevent resonance. To solve the problem of design of a magnetic damper that allows you to change the technology of Assembly of the engine and provide its operation on all modes. The analysis of magnetic materials that can be used in the damper based on the design features and maximize the stiffness of the damper. Analyzed three systems: Sm-Co, Fe-Nd-B and Fe-Nd-C, from which we can conclude that magnetic characteristics of the most printlevel may be the system Fe-Nd-B. At the moment developed the design of the fan shaft with magnetic damper is at the stage of experimental work to determine the effect of magnetic field on the details that surround the damper in the first place, on the parts of the bearing and the efficiency of the damping

**Keywords:** magnetic damper, axial force, radial force, the stiffness of the damper, the coercive force, residual induction.

**Introduction.** In the aircraft industry the main goal of the developers of turbojet engines is the creation of highly economical and reliable, with low specific gravity propulsion. The life and reliability of modern machines with elements rotating in a large extent depends on the level of vibration, durability of bearings, the magnitude of the dynamic loads caused by rotor imbalance. One of the reasons that causes more vibrations in an aircraft engine, is the increased imbalance of the rotor (or rotors), which can lead to the excitation of one or more critical speeds, vibration of the rotor, and cause the resonance phenomena in the reference design [1].

When you create engines heavily decontrol with large rotor speeds are crucial questions speakers. The most effective means of reducing the level of vibrations and dynamic loads at the nodes of the motors is the use of dampfern supports. Supports of rotor are separate modules, which are included in the constructive force of an engine system. Design dampfer supports very diverse, but regardless of this they have the following main functions:

– to reduce the support stiffness of the rotor, which leads to a change of dynamic elastic system of the engine (this reduces the natural frequency of the system, eliminates resonances in the operating modes);

– the absorption of the vibration energy of the engine dynamic system, turning it into heat, which does not allow to develop large amplitude vibrations, dynamic loads and stresses in engine parts.

Nowadays in aviation engines use three basic types dampfern supports:

- hydrodynamic (oil) damper;
- hydrodynamic (oil) damper and elastic element type "squirrel wheel" (elastic oil damper);
- with elastic ring.

For the final determination of the effectiveness of the type of damper selected and designed for this engine, it is necessary to perform experimental zavodnye work. But since experimental evidence is of high value, it is advisable to use numerical simulation to evaluate variants of the system rotor-bearing:

1. Determination of critical speeds redemptive system.
2. The calculation of the system response, steady-on im-

balance, i.e., forced oscillations.

3. Methods of assessment of residual unbalance in the rotor.

4. Investigation of the stability of the system rotor-bearing on the basis of the calculation of the critical speed taking into account damping or the application of sustainability criteria.

5. Analysis of the transient unsteady processes or reactions of the rotor to imbalance and impact exciting force and also the study of transients caused by the phenomenon of self-excitation.

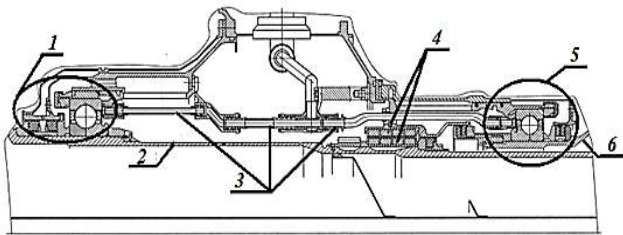
Abroad these issues were addressed by many authors in a different setting. In the CIS such researches were considered in the MAI and CIAM. In Ukraine the company "Ivchenko-Progress" developed a methodology and software package for the determination of natural frequencies and forms of oscillations of a system of rotors, and also for definition of amplitude-frequency characteristics, which are caused by the response of the system is established on imbalances, on structural friction and viscous friction. To determine the natural frequencies used in the method of initial parameters for systems which have many relations [2,3].

**Design features magnetic mounts engine D-436T1.** On GP "Ivchenko-Progress" in fine-tuning the engine D-436T1 (special examination for the fan wheel) at 5900 rpm fan...6100 rpm had increased engine vibration at frequencies of the rotor due to resonance vibrations of the shaft of the fan. These oscillations were caused by the bending of the shaft of the fan and tapping it into stator and rotor parts of the compressor low pressure. A change in the design of the fan shaft to eliminate resonance was impossible. Domainservice fan wheel and are available in fan design elastic oil damper was not provided to prevent resonance. To solve the above mentioned problems together with the SE "Ivchenko-Progress" according to the agreement on cooperation was tasked to design such a damper that would allow the available geometrical dimensions do not change the technology of Assembly of the engine and provided the performance of the engine during all modes of operation. A separate task was to ensure maximum rigidity of the damper due to the selection of magnetic material with optimal properties [4-7].

On the basis of the foregoing, of the design of the fan

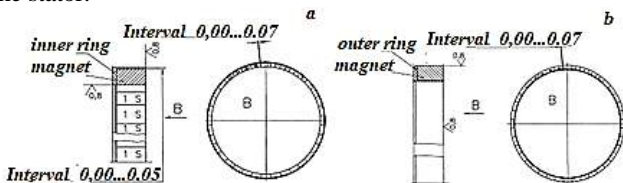
shaft with a magnetic damper [8-10], which would allow to eliminate the resonance frequency region of the operating range of the engine and to prevent the increase of vibration level. The scheme also had the task of testing the possibility of applying this type of damper as extra support for long shaft engines. Developed the design of the support does not require the traditional oil supply for cooling of the bearing and is devoid of typical defects mevalonic supports (procon-sulare, the complexity of the supply and discharge of oil, the complexity of the collection and ensure that special requirements for the bearing).

In Fig. 1 shows the fan shaft of aircraft engine D-436 T1 with magnetic support [5,11].



**Fig. 1.** The fan shaft of aircraft engine D-436 T1 with magnetic bearing: 1 – bearing of the fan, 2 – fan shaft, 3 – the oil feed pipe, 4 – magnetic damper, 5 – bearing the low-pressure compressor, 6 – shaft front compressor low pressure.

In Fig. 2 shows the structure of the rings of the rotor and the stator.



**Fig. 2.** the Design of the rings of rotor and stator: a – the inner ring with magnets, b – outer ring with magnets.

Developed magnetic damper consists of a portion that rotates the rotary and stationary part (stator). Rotary part of the magnetic damper consists of a set of radially magnetized sectors gathered in a ring of non-magnetic steel (EP 33-VD) and installed in the cage with magnetom eco steel (EP 609-W) of alternating magnetic poles, each pair of segmented rings. The fixed part of the damper is assembled from segments radially magnetized permanent magnets assembled in a ring of non-magnetic steel (EP 33-VD) and installed in the cage with magnetom eco steel (EP 609 - W) of alternating magnetic poles, each pair of segmented rings. Thus, the poles of the magnets of the rotor and stator create a whole range repulsive force. In Fig. 3 shows a bushing with magnets.

Design must provide:

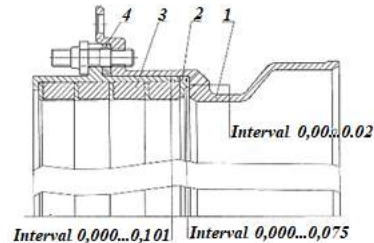
1. The mutual displacement in axial direction by the amount  $L$  of the sleeve with the magnets 1 and sleeve with magnets 2 (Fig. 4).
2. Measurement of axial force  $G_{rew}$  and the value of  $L$  when mutual displacement of the sleeve with the magnets 1 and sleeve 2 with magnets (see Fig. 4).
3. The mutual displacement in the radial direction by the amount  $d$  of the sleeve with the magnets 1 and sleeve 2 with magnets.
4. Measuring radial forces of  $R_{ad}$  and the value of  $d$  when mutual displacement of the sleeve with the magnets 1 and sleeve 2 with magnets (see Fig. 4).
5. Rigid fixation of one of the plugs with magnets in the

measurement of axial and radial ROS Red forces.

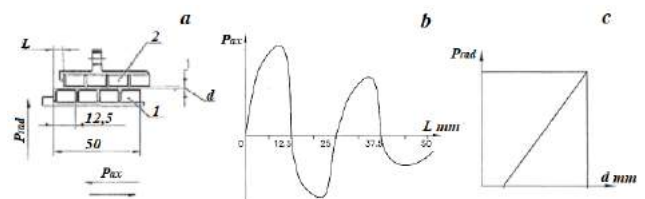
6. The step width in the measurement of axial and radial forces – 0.1 mm.

7. Needs to be secured and the installation of the hub axle with the magnets 1 and sleeve 2 with magnets in adjacent axes (see Fig. 4).

8. Weight of the subjects and items of equipment should not affect the accuracy of measurement of forces.



**Fig. 3.** Bushing with magnets: 1 – sleeve, 2 – ring, 3 – sleeve with magnets, 4 – adjusting ring.



**Fig. 4.** – Scheme of tests of the magnetic damper: a – Magnetic damper: 1 – inner ring, 2 – ring appearance; b Addition  $P_{oc}(L)$ ; c – Addition  $P_{rad}(d)$ .

According to the scheme of the test magnetic damper (see Fig. 4), the value razanajato (axial) forces  $P_{oc} \geq 1500$  N, the value of radial force  $R_{ad} \geq 500$  N.

**Features choice of permanent magnet material**

The requirements that apply to magnetic materials:

- high coercive force;
- low specific weight;
- low cost;
- stable characteristics over a wide temperature range and time;
- sufficient physical and chemical properties;
- high electrical resistance.

The use of permanent magnets with a high value of coercive force, which characterizes the resistance  $R_{omagnan}$  arising from the characteristics of the suspension: of the magnet in the field of another magnet. The required values razanajato forces can be achieved provided that there is no significant mutual demagnetization of support elements. This condition is responsible cobalt alloys and composite materials based on alloy Nd-Fe-(b,C). When looking at the second type alloys are also the third condition is low cost compared to cobaltocene alloys. The specific weight of the obtained sintered magnets – 9375 kg/m<sup>3</sup>.

High resistance of magnetic materials is necessary to minimize losses from eddy currents generated by the rotation of the shaft.

Also, the design of a magnetic damper was used, known at that time, magnetic material based on the alloy Sm-Co with known characteristics. However, the high cost of the Sm, high energy costs for obtaining cobalt and the need to preserve the basic characteristics of quite a long time does not give them sufficient widespread use. To reduce the cost of such magnets you can use magnets based on alloys of the system Fe-Nd-B and Fe-Nd-C. Table 1 presents comparative characteristics of the magnets of the systems Sm-Co, Fe-Nd-

B and Fe-Nd-C (TC – Curie temperature, IS the spontaneous on-magnet, HA – anisotropy field, (BH)max – the maximum magnetic energy). The working temperature of about 470 K.

**Table 1.** Comparative characteristics of the magnets of the systems Sm-Co, Fe-Nd-B and Fe-Nd-C.

Connection	T <sub>k</sub> , K	I <sub>s</sub> , T	B <sub>r</sub> , T	H <sub>A</sub> , MA/m	(BH) <sub>max</sub> , kJ/m <sup>3</sup>
SmCo <sub>5</sub>	1020	1,14	0,77	1,3	140
Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> C	535	1,5	0,8	7,6	450
Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B	585	1,6	1,2	5,4	512

Technical characteristics of the magnets:

1. Magnetic induction Br ≥ 0.9 T.
2. The coercive force HC ≥ 600 kA/m.
3. Operating temperature T ≥ 493 K.

**The calculation of magnetic forces in the magnetic damper.** Informed by the results of the research supports damper with a permanent magnet the Bekkers were made the following conclusions: by increasing the radius of the support its capacity increases linearly, and the weight of the

shaft increases with the square. That is, under certain conditions, the bearing will compensate only the weight of the shaft. Therefore, the shaft must be run empty and the inner ring of the bearing – minimal [12-20].

To calculate the discharge power was used the following formula:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot J^2 \cdot l \cdot (r + x/2)}{2} \cdot e^{-\frac{\pi x}{d}} \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

Magnetic saturation can be defined as:

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H \quad (2)$$

In total, this design uses magnets 390. The size of the magnets that are used in design, 6x12x16 mm, height 6 mm, the working part of the magnet 12x16 mm, thus this plane can be divided into 12 elementary magnets of square section. Thus, for a single magnet, the value of the discharge power obtained by the formula 1, should be increased in 12 times.

**Table 2.** Magnetic properties [21-24].

Magnetic system	The coercive force, H <sub>C</sub> , kA/m	Residual induction, B <sub>r</sub> , T
Magnetoplasma composition Nd <sub>15,2</sub> Fe <sub>74,99</sub> Cu <sub>1,57</sub> B <sub>6,5</sub> C <sub>0,51</sub> Ti <sub>1,38</sub>	1320	0,79
Anisotropic magnet composition Nd <sub>15,2</sub> Fe <sub>75,5</sub> Cu <sub>1,57</sub> B <sub>6,5</sub> C <sub>0,17</sub> Ti <sub>1,38</sub> after TH	1260	1,125
Plate magnets KS-37	1300	0,77
Rosenteich force for the minimum values of H <sub>C</sub> and B <sub>r</sub>	600	0,9

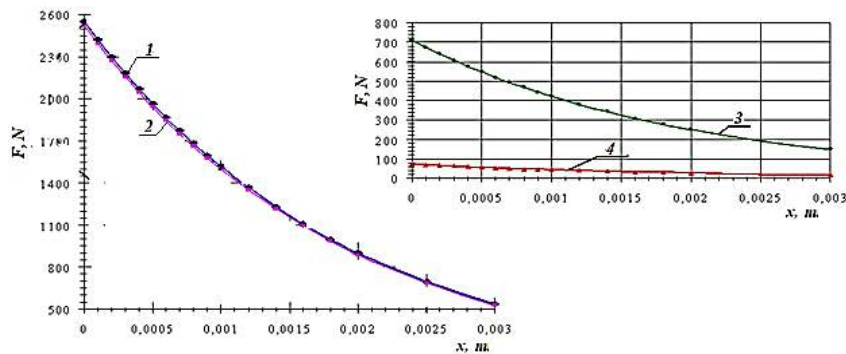
Using the data in table 2, determined by the discharge power according to the formula (1). To compute the dependence of the force from the magnitude of the gap in the magnetic damper, it was believed that the sine of the maximum angle of rotation [25].

It is known that the smaller the gap in the damper, the greater razanajato power can be achieved [5,26-32]. However, the features of production do not allow to reduce the gap to a minimum. In the proposed design, the clearance is 1 mm. figure 7 shows the dependence razanajato forces from the gap in the magnetic damper.

In Fig. 5-7 shows the dependence razanajato power from step razanajato (axial) forces from the gap and radial forces from clearance for sintered under the initial pressure of 12 MPa and a temperature of 1023 K magnets of the composition Nd-Fe-B doped with Cu, C, Ti in the magnetic damper.

Radial support stiffness is calculated according to the following formula:

$$C = \frac{F}{x} \quad (3)$$

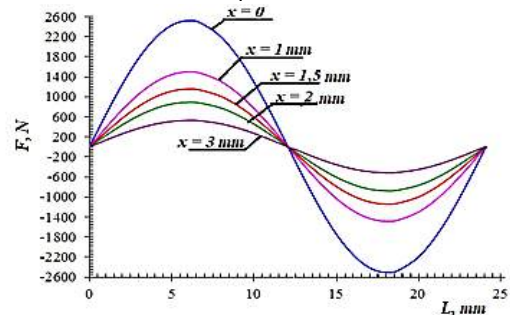


**Fig. 6.** Dependence razanajato (axial) forces from the gap in the magnetic damper:

- 1 – Baked under an initial pressure of 12 MPa and a temperature of 1023 K magnets of the composition Nd<sub>15,2</sub>Fe<sub>74,99</sub>Cu<sub>1,57</sub>B<sub>6,5</sub>C<sub>0,51</sub>Ti<sub>1,38</sub>;
- 2 – Plate magnets KS-37;
- 3 – Anisotropic magnets of the composition Nd<sub>15,2</sub>Fe<sub>75,5</sub>Cu<sub>1,57</sub>B<sub>6,5</sub>C<sub>0,17</sub>Ti<sub>1,38</sub> after HT;
- 4 – Rosenteich power for the minimum values of H<sub>C</sub> and B<sub>r</sub>.

The specific lift force per unit surface is calculated by the following formula:

$$f = \frac{I^2}{4} \quad (4)$$



**Fig. 5.** Dependence razanajato (axis) from the force of the step sintered under the initial pressure of 12MPa and a temperature of 1023 K magnets of the composition Nd<sub>15,2</sub>Fe<sub>74,99</sub>Cu<sub>1,57</sub>B<sub>6,5</sub>C<sub>0,51</sub>Ti<sub>1,38</sub>.

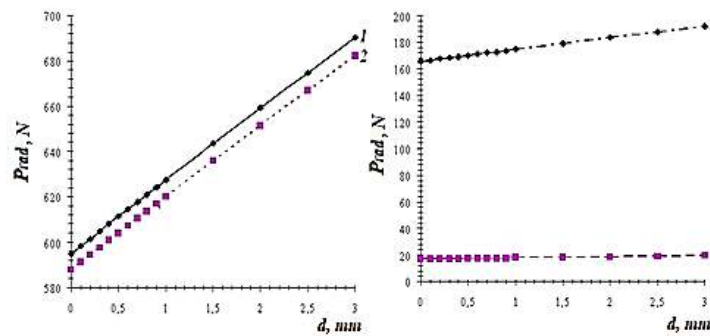


Fig. 7. the dependence of the radial forces from the gap in the magnetic damper:

1 – Baked under an initial pressure of 12 MPa and a temperature of 1023 K magnets of the composition  $Nd_{15,2}Fe_{74,99}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,51}Ti_{1,38}$ ; 2 – Plate magnets KS-37; 3 – Anisotropic magnets of the composition  $Nd_{15,2}Fe_{75,5}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,17}Ti_{1,38}$  after HT; 4 – Rosentech power for the minimum values of HC and Br.

Tab. 3 presents the unit values for the lift force, which is calculated by the formula (4) for different types of magnets.

Table 3. values of specific lift force per unit surface of the magnet.

Magnetic system	Specific lifting force, f, kN/mm <sup>2</sup>
Magnetoplasma composition $Nd_{15,2}Fe_{74,99}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,51}Ti_{1,38}$	119,377
Anisotropic magnet composition $Nd_{15,2}Fe_{75,5}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,17}Ti_{1,38}$ after TH	33,178
Plate magnets KS-37	117,973
Rosentech force for the minimum values of Hc and Br	3,396

In Fig. 8 shows the dependence of the radial stiffness of the support from the gap in the magnetic damper.

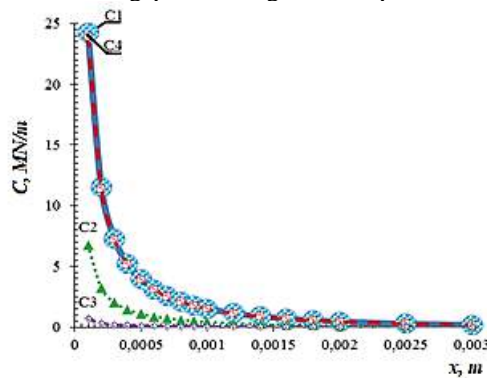


Fig. 8. Dependence of the radial stiffness of the support from the gap in the magnetic damper:

C1 – Baked under an initial pressure of 12 MPa and a temperature of 1023 K magnets of the composition  $Nd_{15,2}Fe_{74,99}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,51}Ti_{1,38}$ ; C2 – Anisotropic magnets of the composition  $Nd_{15,2}Fe_{75,5}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,17}Ti_{1,38}$  after HT; C3 – Rosentech power for the minimum values of HC and Br; C4 – Plate magnets KS-37.

Thus, the proposed design fan shaft with magnetic damper and the analysis of magnetic materials that can be used in the damper based on structural features. It is shown that the

maximum stiffness of the damper and taking into account the cost of finished products the most successful are the magnets made from the alloy  $Nd_{15,2}Fe_{74,99}Cu_{1,57}B_{6,5}C_{0,51}Ti_{1,38}$ . It is also shown that such a design of the support does not require the traditional oil supply for cooling of the bearing and is devoid of typical defects between the bulk of the supports.

### Conclusions

1. The proposed design fan shaft with magnetic damper that had the task of testing the possibility of applying this type of damper extra support for long shaft engines. Such a design of the support does not require the traditional oil supply for cooling of the bearing and is devoid of typical defects mevalonic supports.
2. The scheme tests the magnetic damper, the calculated discharge power for different types of magnetic systems.
3. The analysis of magnetic materials that can be used in the damper based on structural features. Analyzed three systems: Sm-Co, Fe-Nd-B and Fe-Nd-C, from which we can conclude that magnetic characteristics of the most printlevel may be the system Fe-Nd-B.
4. Developed the design of the fan shaft with magnetic damper is at the stage of experimental work to determine the effect of magnetic field on the details that surround the damper in the first place, on the parts of the bearing and the efficiency of damping.

### REFERENCES

1. Martynenko, G.Y. (2007) Determination of the stiffness characteristics of the radial magnetic bearings in two circular permanent magnet [Opredelenie zhestkostnykh kharakteristik radialnykh magnitnykh podshipnikov na dvukh koltsevykh postoiannykh magnitakh] / *Visnyk NTU «HPD». Tem. vyp. «Dynamika i micnist' mashyn» – Bulletin of NTU "KHPI". The. vol. "Dynamics and strength of machines", 38, 83-95. [in Rus]*
2. Metlin, V.B. (1968) *Magnetic and magnetohydrodynamic support [Magnitnye i magnitogidrodinamicheskie opory]*. Moscow: Energiy. [in Rus]
3. Demkin, N.B. & Bolotov, A.N. (1980) The study of axial magnetic bearings [Issledovanie aksial'nyh magnitnykh podshipnikov] / *Trenie i iznos – Friction and wear, 1(1), 697-704.* [in Rus]
4. Sarychev, A.P. & Matveichuk P.A. (1996) Experience of development and manufacture of electromagnetic bearings for the oil and gas industry [Opyt razrabotki, izgotovleniya jelektromagnitnykh podshipnikov dlja neftegazovoj promyshlennosti] / *Kompresornaja tehnika i pnevmatikaju – Compressors and pneumatical, 3-4(12-13), 107-109.* [in Rus]
5. Shorr, B.F. & Melnikov, G.V. (1988) *The analysis of structures by the method of direct mathematical modelling [Raschet konstrukcij metodom prjamogo matematicheskogo modelirovanija]*. Moscow: Mashinostroenie. [in Rus]
6. *Constructive-circuit design* [E. source]. – Mode of access URL: <http://www.aviagoturbina.ru/index.php/konstruktivno-shemnoe-reshenie>. [in Rus]
7. Petrova L. G., Chudina A. V., Ostroukh A.V. (2007) *Mechanical properties of metals. Plastic deformation and recrystallization: a*

- study guide to multimedia educational publishing, Moscow: MADI(GTU). [in Rus]
8. Shaikhutdinov A. & Sarychev A. (2001) *Magnetic suspension for flexible rotors compress-litters of gas pumping units*. Manufacturers offer compressors and compressor equipment, 180-183. [in Rus]
  9. Gulyaeva T. V., Kolomoets A. E., Gulyaev V. S., Behara N. V. (2007) *Obtaining magnetic materials needed for the magnetic dampers of aircraft engines*, Bulletin of the engine. Zaporozhye JSC "Motor Sich", № 2, 189 – 193. [in Rus]
  10. Bolotov A. N. & Fuching V. L. (2008) *Tribology magnetoactive bearings: monograph*. Tver: TSTU. [in Rus]
  11. Patent No. RU2287729C1. *Electromagnetic damper* [E. source] / E. V. Sidorov, G. S. Tyukavin. – Mode of access URL: <http://www.findpatent.ru/patent/228/2287729.html>. [in Rus]
  12. The supremely D. A. *Magnetic system of a synchronous electrical machines with permanent magnets and high speed: the abstract* Diss...Cand. tech. nauk: spets. – 05.09.01 "Electrical engineering and electric apparatus" / Citin Dmitry Medvedev. – M.: MAI, 2009. – 24 sec. [in Rus]
  13. Bearings SKF: General catalogue. – SPb., 1989. – 976 p. [in Rus]
  14. Zhuravlev Yu. N. (2003) *Active magnetic bearings: Theory, calculation, application*. SPb.: Polytechnic. [in Rus]
  15. Petzold O. (2006) *Hybridmagnete für einen magnetisch gelagerten Rundtisch*. Technische mechanik Band 26, Heft 2, p. 85-86. [in German]
  16. Neumann L. G. Theoretical foundations of electrical engineering / L. G. Neumann, K. S. Demirchyan. – Leningrad: Energoizdat, 1981. – 250 p. [in Rus]
  17. Sharov V. S. Peculiarities of calculation of magnetic suspension of rotors for high speed electric motors / U. S. Sharov. – M.: MPEI, 1982. – 84 p. [in Rus]
  18. Vereshchagin V. P. Mathematical model of magnetic bearing / U. P. Vereshchagin, V. A. Klubukov // electromechanics. Proceedings VNIEM, 2009. – T. 112. – S. 17 – 22. [in Rus]
  19. Mikhaïlin V. (2007) *Permanent magnets on the basis of bonded for electronic equipment (development of technology of obtaining, properties and application): abstract*. dis. kand. technical Sciences: 05.11.14 "Technology of instrument making" [E. source]. M., Mode of access URL: <http://www.dissercat.com/content/postoyannye-magnity-na-osnove-magnitoplastov-dlya-pribov-elektronnoi-tehniki-razrabotka-t>. [in Rus]
  20. Zolotarevskii V. S., (1998) *Mechanical properties of metals* [text-book for high schools], [3rd ed., Rev.]. – M.: MISIS. [in Rus]
  21. Brekharya G. P., Kharitonova E. A., Gulyaeva T. V. (2014) *Properties of the permanent magnets Nd-Fe-B alloy with Cu, Ti, C, obtained by a powder method or sintering of the films at high pressure*. Progress in physics of metals. – K.: IMF. T. 15. P. 35-53. [in Rus]
  22. Pat. 105308 Ukraine, IPC H01F 1/057 H01F 1/053 B22F 3/12. *Material for rdenabled postijno magneto the method of Yogo producing* / Brekharya G. P., Kharitonov, O. A., V. A. Dechtiarenko, Gulyaeva, T. V.; salnik patentovannym Kyiv, Institute of metallic im. G. V. Kurdyumov of NAS of Ukraine. No. a 201302023; stat-ed. 19.02.2013; publ. 25.04.2014, bull. No. 8 [in Ukr]
  23. Pat. on corino model 92390 Ukraine, IPC H01F 1/00 H01F 1/053 H01F 1/057. *The method of darianna postijno magneto on snow splavu Nd-Fe-B/* Brekharya G. P., Gulyaeva T. V., Kharitonova O. A., Gulev V. I., Gnezdilov V. O., Of Device T. I., Litvinenko, Y. M.; Savnik patentovannym Kyiv, Institute of metallic im. G. V. Kurdyumov of NAS of Ukraine. no u 2014 03132; stated. 28.03.2014; publ. 11.08.2014, bull. No. 15. [in Ukr]
  24. Gulyaeva T. V. (2015) *Proposed rational leguana Reimu Spinna econome-legovini Shvidko hogenic splavu Nd-Fe-B-Ti-C-Cu for paviment magnetic feature: dis. on zdotutya Sciences*. Stupina candidate. tech. SC.: spec. 05.16.01 "Metaloplast Termona obrobka metalu" / T. V. Gulyaeva – Zaporizhzhya, 175 p [in Ukr]
  25. Gulyaeva T. V., Tatarchuk O. V., Gulyaeva L. V. (2013) *Magnetogorsk material magnetic dempfer avazbekov*. X International scientific and technical conference "Progressive technology gitto cycle avecina dvigun energetichnih installations": dopoda tezi, (Alushta, Krim, Ukraine, the 23-28 of September 2013). – Zaporozhye: OJSC "Motor Sich", P. 144-147. [in Ukr]
  26. Patent No. EN 2280876 C1 *Acceleration Sensor* [E. source] / E. L. Mezhrich, E. A. Ivanovskii, V. A. Kurtukov [and others]. – Mode of access URL: <http://www.findpatent.ru/patent/228/2280876.html>. [in Rus]
  - B27. olov A. N. & Xrenov V. L. (1995) *Tribology of bearings and guides of the slide with the magnetic unloading*. Friction and wear. T. 16. No. 6. P. 1048 – 1070. [in Rus]
  28. Izotov A. D. (1982) *Calculation of unsteady-loaded bearings*. L.: Engineering. [in Rus]
  29. Bolotov A. N., Novikov V. V., Zelenkov S. D. (2007) *Magnitosloe the interaction of highly coercive permanent magnets for the bearing support: monograph*. Tver: TSTU. [in Rus]
  30. Krinchik, G. S. (1976) *Physics of magnetic phenomena*. M.: Izd-vo Mosk. University press. [in Rus]
  31. Tolstoy D. M., Borisova G. A., Grigorova S. R. (1971) *The Role of normal variation in normal direction during friction. About the nature of friction of solids*. Minsk: Nauka. [in Rus]
  32. *Read more about gas turbine engines of the family of D-436*. State enterprise "Zaporozhye machine-building design Bureau "Progress" named after academician A. G. Ivchenko [E. source]. – Mode of access URL: <http://www.zmkb.com/welcome.do?id=146> guidance for those operating. [in Rus]

#### Магнитный демпфер для авиадвигателя Д-436т

Т. В. Гуляева, О.В. Татарчук, Л. В. Гуляева

**Аннотация.** В статье рассматривается конструкция магнитного демпфера, который предназначен для устранения проблемы возникновения резонанса, приводящего к вибрации вала на больших оборотах. При создании двигателей большой степени двухконтурности с высокими частотами вращения роторов чрезвычайно большое значение имеют вопросы динамики. Наиболее эффективными средством снижения уровня вибраций и динамических нагрузок в узлах двигателей является применение демпферных опор. Для окончательного определения эффективности типа демпфера, который может быть выбран и рассчитан для данного двигателя, необходимо выполнить экспериментально-доводочные работы. При доводке двигателя Д-436Т1 (проведение специальной проверки по колесу вентилятора) при оборотах вентилятора 5900 ... 6100 об/мин возникали повышенные вибрации двигателя на частотах ротора вследствие резонансных колебаний вала вентилятора. Эти колебания вызвали изгиб вала вентилятора и касания его об статорные и роторные детали компрессора низкого давления. Изменение конструкции вала вентилятора для устранения резонанса было невозможным. Добалансировка колеса вентилятора и имеющийся в конструкции вентилятора упруго-масляный демпфер не обеспечивали устранения резонанса. Для решения проблемы была разработана конструкция магнитного демпфера, которая позволяет не менять технологию сборки двигателя и обеспечивает его работоспособность на всех режимах работы. Проведен анализ магнитных материалов, которые могут быть использованы в данном демпфере, исходя из конструктивных особенностей и обеспечения максимальной жесткости демпфера. Проанализированы три системы: Sm-Co, Fe-Nd-B и Fe-Nd-C, из которых можно сделать вывод, что по магнитным характеристикам наиболее подходящей может быть система Fe-Nd-B. На данный момент разработана конструкция вала вентилятора с магнитным демпфером находится на стадии экспериментальных работ с целью определения влияния магнитного поля на детали, которые окружают данный демпфер, в первую очередь, на детали шарикоподшипника и эффективность демпфирования.

**Ключевые слова:** магнитный демпфер, осевая сила, радиальная сила, жесткость демпфера, коэрцитивная сила, остаточная индукция.

## The method of transforming algorithms' graphs for tasks mapping in the dynamically reconfigurable computer systems

I. Klymenko, O. Storozhuk, Y. Kulakov

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-14>

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine  
Corresponding author. E-mail: ikliryna@gmail.com, storozhuk.om@gmail.com, ya.kulakov@gmail.com

Paper received 25.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Abstract.** This article is dedicated to resolves the problem of reducing time overheads of task mapping process on dynamically reconfigurable computing structure in the reconfigurable computer systems based on FPGA. The proposed mathematical models for the basic stages of the data processing take into account the influence of the configuration data loading delay on the efficient of the reconfigurable computation. Based on these models we propose the method of transforming algorithms' graphs for tasks adaptive mapping in the dynamic reconfigurable computer systems. Simulation of the proposed means showed that the proposed approach allows reducing time overheads and improving the efficiency of reconfigurable computing for resolving tasks with frequent repetitions of the same type of functions.

**Keywords:** *Reconfigurable Computer Systems, Reconfiguration overhead, Partial dynamic reconfiguration, FPGA, Field Programmable Gate Array.*

**Introduction.** The high level of modern progress has led to the fact that extensive technologies for increasing the productivity of high-performance computing reach limitations, which is confirmed by violations of Moore's law in recent years [1]. The desire to further increase performance to the level of *exaflops* makes the challenge to find new intensive solutions. The technology of FPGA dynamic reprogramming is one of the perspective directions in this area. So the technology is rapidly developing today in the direction of creating reconfigurable high-performance computer systems or *Reconfigurable Computers* (RCs) [2 – 4]. The most perspective classes of tasks for solved by means of the dynamically RC are real-time control tasks, in particular computing in an indefinable basis or fuzzy computing, that having informational, multidimensional and dynamic nature [3, 4].

In contrast to the static reconfiguration that is limited to the implementation of the traditional principle of functional cores hardware acceleration [5, 6], *Partial Dynamic Reconfiguration* (PDR) creates preconditions for creating computing structures adapted to the requirements of *Run Time* mode tasks solving [2, 4]. Firstly, this allows to overcome the hard architecture limits of traditional high-performance computing systems of wide use and to bring their actual productivity to the declared peak in critical classes of tasks. Secondly, to significantly expand the functional capabilities of RCs based on FPGA and to implement computing structures high complexity on a limited space of the chips without a significant increase in prices. There is also an opportunity to increase energy saving efficiency based on e use of PDR technology [4].

**Brief overview of related publications.** The efficiency of data processing in RCs is most influenced by the time overhead in the reconfiguration process of the computing environment. There are many ways to reduce overhead, such as reusing reconfigurable computing resources [7], cached of configuration data [8], preemptive reconfiguration [9, 10]. Most known display mechanisms are realized at software level of the operating system superstructure, the overcoming of space restrictions of the FPGA is carried out by standard means, for example by defragmentation of the computing space of the FPGA [7, 8], by unloading of non-critical configurations [7, 10], by failure to perform tasks [7, 8, 10]. These methods are mainly aimed at reducing the overhead

on the physical level of the static RCs functioning and their use in a dynamically RCs is ineffective.

**The purpose of this article** is solving the important problem of the present which impedes the intensive progress of reconfigurable computing that consists in the development of new method for adaptive mapping tasks in to change the computing structure of reconfigurable computing systems, taking into account their functional and hardware constraints.

**Materials and methods.** Problems with mixed type of parallelism are considered as initial problems. This allows them to transform their graphs of algorithms to configure the most efficient task-oriented computing structures with a high processing speed in the reconfigurable environment. *Macro Dataflow Graphs* (MDGs) present computational tasks with a mixed type of parallelism, in the nodes of which macro tasks (M-tasks) are placed [11].

The computational task is presented by a MDG  $G_M = \{N_G, D_G\}$ , where  $N_G$  – the set of nodes corresponding to the M-tasks;  $D_G$  – the set of edges that determine the relationship between M-tasks,  $N_M = \{N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_g\} | i = \overline{1, g}$  – the set of M-tasks in the graph nodes;  $g$  – the number of graph nodes,  $W_k | k = \overline{1, w}$  – the identifier of the MDG tier;  $w$  – number of MDG tier. Each M-task is put into hardware task compliance (HW-task), which is determined by vector [10]  $Task_j = \{S_j, T_{SUM_j}(T_j + R_j), I_j, N_i\}$ , where  $S_j$  – the area of rectangle that containing the task  $Task_j$  on the FPGA reconfigurable computing space;  $R_j$  – the time sending the configuration data and reconfiguration of the computing structure on the FPGA to perform the HW-task;  $T_j = T_{HW_j}$  – the HW-task implementation time on the FPGA equipment, taking into account of time for input-output data to computation;  $T_{SUM_j}$  – total task  $N_i$  execution time,  $I_j | j = \overline{1, m}$  – the computation function implemented by HW-task;  $m$  – the number of HW-tasks synthesized and stored in the of *Configuration Data Library* (CDL).

In order to determine the dynamically RCs performance criteria, improved acceleration indicator has been proposed, which, in contrast to the well-known [12], takes into account the time complexity of parallel control scheduling processes and allocation of reconfigurable computational resources:



$$\rho = \frac{T_{SW}}{[T_{CONTROL} + R] + T_{HW}}, \quad (1)$$

where  $T_{SW}$  – is time of M-task computation on the processor core;  $T_{HW}$  – time of HW-task computation on FPGA equipment;  $R$  – computing environment reconfiguration time for the M-task,  $T_{CONTROL}$  – process complexity time of mapping M-task on to reconfigurable computing environ-

$$\min(T_{CONTROL} + \sum_j R_j) = \min(T_{CONTROL}) + \sum_j \min(T_{COMM_j}) + \sum_j T_{CONFIG_j}, \quad (2)$$

where  $T_{COMM}$  – transmission time of configuration data from external storage in FPGA interfaces;  $T_{CONFIG}$  – the configuring time of computing environment, while doing so  $R = T_{COMM} + T_{CONFIG}$ .

The basic efficiency criteria of realization computing tasks algorithms in dynamically RC are determined, according to which the length of the critical path and width of the MDG presented tier-parallel algorithm form are estimated by the following relations:

$$(R + T_{HW}) < T_{SW}; \max[H_k] | k = \overline{1, w} \leq n, \quad (3)$$

where  $H_k$  – the number of nodes in the tier of MDG;  $W_k$ ;  $k = \overline{1, w}$  – tier index;  $w$  – number of tier,  $h = \overline{1, H_k}$  – number of node on the tier  $k$ ;  $n$  – the number of HW-tasks on the FPGA.

The functional features of RCs implementation provide extensive opportunities for reducing communication delays during the reconfiguration. The nature of the emergence of communication delays is influenced by the following factors: the structure of the computer system; address space organization; communication environment structure; configuration data location; configuration data amount. Communication delays determine the time that spent on to the process of transferring configuration data from remote libraries to the FPGA chip interfaces, which preceding the programming process of the computing area on the FPGA chip surface. This time defines an unproductive part of the reconfiguration time and it is a critical criterion for the effectiveness of dynamically reconfigurable computations.

ment. The amount of  $(T_{CONTROL} + R)$  determines the overhead of mapping process computing M-tasks to reconfigured computing environment.

Based on modified efficiency criterion (1), the target function of reducing the overhead of mapping tasks process to reconfigurable computing environment is obtained, which depends entirely on the delays that accompany this process:

**A new approach of transforming the MDG into a dynamic RC.** For RCs in the article a new approach for modification of the MDG presented tier-parallel algorithm is proposed, which is based on criteria (2) and (3). The proposed approach is to transfer the time component of the M-tasks mapping from the graph critical path to other tiers. To reduce the critical time, proposed complex integration of technologies of preemptive computation structure reconfiguration and the reusing of HW-tasks resources, which prevents the reload of the configuration data. This part of the reconfiguration time component will be removed from the critical path, and the part is moved to the previous tier of the MDG graph. As result of such graph modification, the critical path will only be determined by the sequence M-tasks computation time.

In order to estimate reconfiguration time, the main mapping tasks stages were determined and studied, on which basis it was determined that, according to the location of configuration data, there are possible three reconfiguration sequences. To implement the proposed method, it is suggested to use multilevel caching of configuration data at different levels of RC (Fig. 1), that allows realizing three basic loading sequences of configuration data:

**Sequence I.** *Standard reconfiguration process of the FPGA computation space.* Download hardware data for configuration task  $Task_j$  from global CDL.

$T_{SUM_j}^I = R_j^I + T_j = (T_{COMM\_NET_j}) + T_j$ , where  $T_{COMM\_NET_j}$  – it's the search time and configuration data transfer from the global CDL to the level of RCU by network communications and the programming time of FPGA.

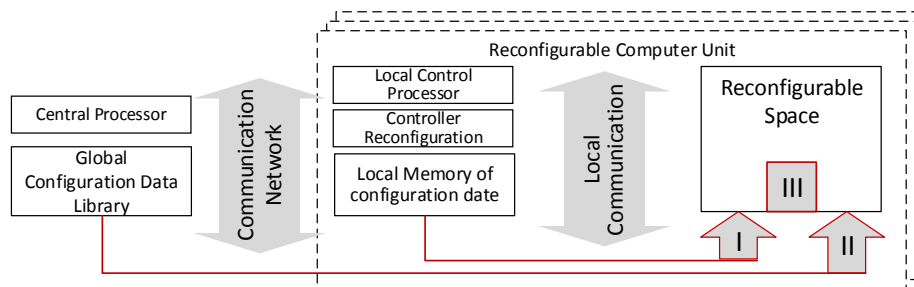


Fig. 2. The basic loading sequence of configuration data

**Sequence II.** *Caching configuration data in the Local Memory (LM) of the Reconfigurable Computer Unit (RCU).* Loading hardware configuration data task from LM of the RCU:  $T_{SUM_j}^{II} = R_j^{II} + T_j = T_{COMM\_LBUS_j} + T_j$  where  $T_{COMM\_LBUS_j}$  – the search and transfer time of configuration data from the LM and the time programming of FPGA.

**Sequence III.** *Caching SW-tasks in to the FPGA reconfigurable computation space.* The HW-task in reconfigurable

area of the FPGA surface is already configured:  $T_{SUM_j}^{III} = T_j, R_j = 0$ .

Mathematical models of data processing, which allow to estimate reduction of the critical time execution of MDG, and overhead time amount, are summarized in Table. 1, where  $T_B$  is the execution time of sequence of interconnected tasks  $I_j | j = \overline{1, K}$  from which the critical path of the MDG is formed.

**Table 1.** Basic stages mathematical models organization of reconfigurable computation

	Time to complete tasks on a critical path, ( $T^B$ )	Overhead time, ( $\Delta R_{remove}$ )
Standard reconfiguration process (Sequence I)	$T^B = \sum_{j=1}^K P_j R_j + \sum_{j=1}^K P_j T_j$	–
Loading from the central library of caching configurations on the FPGA	$T_{rapid\_I}^B = \sum_{j=1}^K R_j^I + \sum_{j=1}^K P_j T_j$	$\Delta R_{remove\_I} = \sum_{j=1}^K R_j^I (P_j - 1)$
Load from the local memory of the cache module on the FPGA (Sequence II)	$T_{rapid\_II}^B = \sum_{j=1}^K R_j^{II} + \sum_{j=1}^K P_j T_j$	$\Delta R_{remove\_II} = \sum_{j=1}^K P_j R_j^I + \sum_{j=1}^K R_j^{II} (P_j - 1)$
Storage in a cache memory on a FPGA (Sequence III)	$T_{rapid\_III}^B = \sum_{j=1}^K P_j T_j$	$\Delta R_{remove\_III} = \sum_{j=1}^K P_j R_j^I + \sum_{j=1}^K P_j R_j^{II}$

The following notation is used for the formal time estimation: the execution time of sequence of M-tasks ( $I_j | j = \overline{1, K}$ ) on the critical path B, K – the number of task types,  $P_j$  – the number of tasks instances,  $R_j$  – the loading and programming time of each j-th HW-task on the FPGA space,  $T_j$  – calculation time for each HW-task. The component  $P_j T_j$  corresponds to the total productive execution time of all instances of the HW-task  $I_j$  on the reconfigurable area of the FPGA surface. Based on developed basic stage formalization of reconfigurable computing organization, a mathematical model of process of adaptive tasks mapping, presented by MDG graphs in to reconfigurable computation structure is proposed:

$$T_{G\_DAG} = \sum_{j=1}^K T_{IO\_j} + \sum_{h=1}^{H_1} R_h + \sum_{k=1}^w \max(\sum_{h=1}^{H(k+1)} R_h, \{T_h | h = \overline{1, H_k}\})$$

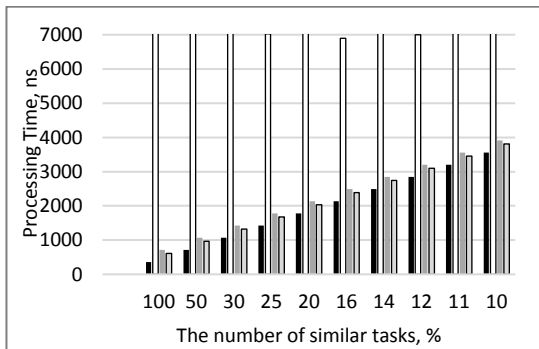
$, R_j = 0, (4)$

Expression components (4) include the reconfiguration time of the first tier nodes, configuring time of reconfigurable computation structure for each task; critical time of computational algorithm performing, execution time of sequential processes that can't be separated in time, for example,

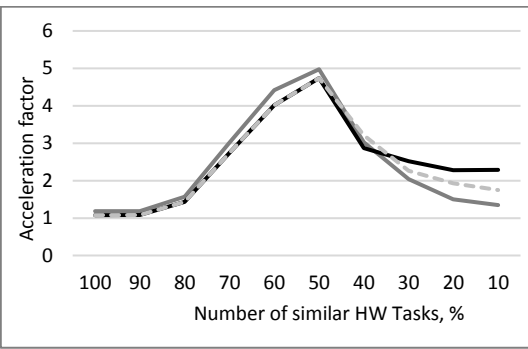
processes synchronization and data exchange through the common communication environment.

**Results and discussion.** Based on the formal estimation of the time presented above, we offer a simulation RC model that allows allocating reconfigurable resources in a time approximating to real, which is a convenient tool for modeling and studying the time characteristics of functional data processing process in a dynamic RC.

The research was conducted for a series of algorithms presented by the MDG graphs. Graphs of algorithms with different numbers of similar tasks and different power of connectivity were investigated. The investigated algorithms are randomly synthesized on the basis of the developed library of hardware implementations of functional cores that correspond to certain macro problems. Functional blocks of hardware tasks are synthesized in Verilog hardware language and implemented on the Altera Cyclone II EP2C35F672C6 FPGA. Altera Development Kit DE2 board is used for verification and research of functional blocks time characteristics. On the experiments basis, the reconfiguration time which is depends on the number of performed tasks types (Fig. 2) were obtained.



**Fig. 2.** The dependence of the critical processing time on the number of similar tasks: ■ – reused on the FPGA reconfigurable space (Sequence III); □ – loading from the global library without reuse (Standard); ▒ – loading from the global library with reuse (Sequence I); ◻ – loading from local memory with reuse (Sequence II).



**Fig. 3.** Optimization of data processing: – – adaptive HW Tasks mapping; – – adaptive HW Task mapping with optimization overhead time reconfiguration; – – adaptive HW Task mapping with optimization ratio of MDG width to FPGA reconfigurable space.

The efficiency of the reusing resources algorithms depends on the number of similar tasks in the computational algorithm (Fig. 2). According to the results of experiments, it can be seen that complex integration of reusing reconfigurable computing resources and preemptive reconfiguration (4) allows to eliminate practically all unproductive reconfigura-

tion time for any computational algorithms, regardless of similar tasks amount. During the investigation of acceleration values for reconfigurable computations, it was found that complex approach reduces the reconfiguration time by a factor of 2.5 compared to the standard approach. Curves character in Fig. 3 are determines the dependence tendency

of the computation time on the ratio of the solvable tasks parameters and the reconfigurable environment. For the number of tasks of the same type, more than 50% of increase in overhead time is due to the introduction of additional means for active tasks copying. Optimization is done by using a copy of the configurations of all tasks in the computing module local memory. However, by the proportional relationship between the parameters of solvable problems and the structure of the reconfigurable computing environment, there is no point in copying HW tasks through the internal memory of the FPGA chip. It helps to preserve the internal memory of the FPGA and allows an average of 1.16 times to accelerate the computational process.

**Conclusions.** Considering the investigation results of the proposed method of HW-tasks adaptive mapping in to computation structure of RCs, it was found that provides an intensive acceleration to an average of 63%, provided that the MDG graph width and the large number of similar tasks are commensurate with the size of the reconfigurable section FPGA. In this case, in the process of overcoming the FPGA space constraints, which corresponds to the critical sections on the charts dependency, there is a sharp decrease in the acceleration intensity of reconfiguration by an average of 85%.

It is determined that the ratio of the dimension of the reconfigurable computing environment and the degree of parallelization algorithm of the solvable problem, as well as the frequency of execution of similar functions, is significantly influenced by the reconfiguration speed. Violation of these ratios is accompanied by additional unproductive costs in the process of tasks adaptive mapping in to the reconfigured computation structure (4), that found the necessity to optimize the data processing in the RCs. Such optimization by the integral optimization criterion is described in detail in the previous papers by the authors [10, 13]. According the results of experiments is determined that the efficiency of the proposed method of tasks adaptive mapping increases due to optimization of overhead time considering the restrictions of the FPGA reconfigurable space. Such an optimization reduces the intensity of the influence the limitations of the FPGA reconfigurable space on the total computation speed by about 10%. However, this quantity may fluctuate within the region of optimal reconfiguration parameters [13]. Optimization of the computation granularity [13] provides computing acceleration at the critical parts of the data processing process, on average up to 12%, depending on the technical parameters of the FPGA chip, compared with the implementation of large-grained computation.

#### REFERENCES

1. Kumar, S. Fundamental limits to Moore's law. [https://www.researchgate.net/profile/Suhas\\_Kumar5/publication/284219009\\_Fundamental\\_Limits\\_to\\_Moore's\\_Law/links/5663fd9408ae192bbf901e85.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Suhas_Kumar5/publication/284219009_Fundamental_Limits_to_Moore's_Law/links/5663fd9408ae192bbf901e85.pdf), last accessed 2017/11/28.
2. Koch D. Partial reconfiguration on FPGAs. Architectures, tools and applications// Springer-Verlag, 2013)
3. Melnyk V. Self-configurable fpga-based computer systems: basics and proof of concept. Advances in cyber-physical systems, 2016. 1(1). P. 39-50.
4. Klymenko, I., Rudnytsky, M. Classification of reconfigurable computing systems// Visnyk of Vinnytsia Politechnical Institute, 2014. (116). P. 120-128.
5. Rajasekhar, Y., Sass, R.: Architecture and applications for an all-FPGA parallel computer// In: 41st International Conference on Parallel Processing Workshops (ICPPW) on Proceeding, US, PA, Pittsburgh, 2012. P. 157-164.
6. George, A., Lam, H., Stitt, G. Novo-G: At the forefront of scalable reconfigurable supercomputing// Computing in Science & Engineering, 2011. 13 (1). 82-86.
7. Al-Wattar, A., Areibi, S., Saffih, F. Efficient On-line Hardware/Software Task Scheduling for Dynamic Run-time Reconfigurable Systems// In: 26th International Parallel and Distributed Processing Symposium Workshops & PhD Forum (IPDPSW) on Proceedings, China, Shanghai, 2012. P. 401-406.
8. Liu, S., Pittman, R.N., Forin, A., Gaudiot, J.-L. Achieving Energy Efficiency through Runtime Partial Reconfiguration on Reconfigurable Systems// Transactions on Embedded Computing Systems (TECS), 2013. P. 72:1-72:21.
9. Zhao, G., Hou, Y., Wang S. Research on reconfiguration technology based on SOPC for PXI instrument. In: AUTOTESTCON on Proceedings, USA, Virginia, 2015. P. 280-283.
10. Kulakov, Y.O., Klymenko, I.A., Rudnytskyi, M.V. Development of the reconfiguration acceleration method in the dynamically reconfigurable computing systems// Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2015. 4/4 (76). P. 25-29.
11. Dümmler, J., Rauber, T., Rüniger G. Scalable computing with parallel tasks// In: the 2nd Workshop on Many-Task Computing on Grids and Supercomputers (MTAGS '09) on Proceedings, US, Oregon, Portland, 2009. P. 1-10.
12. Ahmed, W., Shafique, M., Bauer, L., Henkel, J. Adaptive Resource Management for Simultaneous Multitasking in Mixed-Grained Reconfigurable Multi-core Processors// In: 9th International Conference on Hardware/Software Codesign and System Synthesis (CODES+ISSS) on Proceedings, Taipei, 2011. P.365-374.
13. Kulakov, Y., Klymenko, I., Tkachenko, V., Storozhuk, O. The method for providing quality of service time requirements in reconfigurable computing systems// Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2016. 5/9 (83). P. 1-12.

#### Метод трансформации графов алгоритмов для отображения задач в динамически реконфигурируемых компьютерных системах

**И. А. Клименко, А. Н. Сторожук, Ю. А. Кулаков**

**Аннотация.** Статья посвящена решению проблемы сокращения накладных расходов времени процесса отображения задач на динамически реконфигурируемую вычислительную структуру в реконфигурируемых компьютерных системах на базе ПЛИС. Предлагаемые математические модели основных этапов обработки данных учитывают влияние задержек передачи конфигурационных данных на эффективность реконфигурируемых вычислений. На основе этих моделей мы предлагаем метод трансформации графов алгоритмов для адаптивного отображения задач в динамических реконфигурируемых компьютерных системах. Моделирование разработанных средств показало, что использование предлагаемого подхода позволяет сократить накладные расходы времени и повысить эффективность реконфигурируемых вычислений для решения задач с частыми повторениями одного и того же типа функций.

**Ключевые слова:** Реконфигурируемые компьютерные системы, накладные расходы реконфигурации, частичная динамическая реконфигурация, ПЛИС, программируемые логические интегральные схемы.

## Обоснование допустимого дополнительного теплового износа изоляции трехфазного асинхронного электродвигателя в послепусковой период

С. А. Квитка, А. Ю. Вовк, Д. Н. Нестерчук, А. А. Стребков

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-15>

Таврический государственный агротехнологический университет, г. Мелитополь, Украина

Corresponding author. E-mail: sergei.kvitka1965@gmail.com, aleksvovk020405@gmail.com, dina-nesterchuk@ukr.net sashko@yandex.ru

Paper received 23.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Аннотация.** Исследован тепловой переходный процесс при пуске асинхронных электродвигателей, а также процесс теплового износа изоляции в послепусковой период. На основании проведенных исследований получены выражения для определения дополнительного теплового износа изоляции асинхронного электродвигателя в послепусковой период и обоснована величина допустимого дополнительного теплового износа на один аварийный пусковой режим. Полученные результаты могут быть использованы для разработки устройств функционального диагностирования электродвигателей и защиты их от аварийных пусковых режимов.

**Ключевые слова:** асинхронный электродвигатель, тепловой износ, изоляция, диагностирование, послепусковой период.

**Введение.** Пусковые режимы асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым ротором сопровождаются высокими пусковыми токами, что приводит к значительному нагреву обмоток статора и ускорению теплового износа их изоляции. Если же электродвигатель запускается в условиях пониженного напряжения, то в этом случае время пуска существенно увеличивается, а в некоторых случаях двигатель может вообще не запуститься, что приведёт к значительному расходу его ресурса или выходу двигателя из строя.

Нередки и пуски электродвигателей под нагрузкой, что тоже негативно сказывается на состоянии их изоляции. Расчет дополнительного теплового износа изоляции в послепусковой период в зависимости от уровня питающего напряжения и загрузки рабочей машины позволяет определить лишь его количественный показатель, поэтому актуальной задачей для обеспечения ресурсосбережения при пусках электродвигателей является обоснование величины допустимого дополнительного теплового износа изоляции асинхронных электродвигателей в послепусковой период.

**Краткий обзор публикаций по теме.** Анализ работ в этом направлении показал, что вопросу исследования износа изоляции посвящено немало публикаций, однако при этом совместно не учитывается уровень питающего напряжения и коэффициент загрузки электродвигателя [1].

Для уменьшения теплового износа изоляции предложены варианты снижения потерь в электродвигателе путем модернизации его конструкции [2], а также метод минимизации расхода его ресурса [3]. Но при этом остаются не до конца исследованными закономерности теплового износа изоляции при пуске электродвигателей с отклонением от номинального режима, в частности – при разном уровне питающего напряжения. В [4, 5] проведены исследования расхода ресурса изоляции, учитывая как уровень напряжения, так и коэффициент загрузки двигателя, однако отсутствует обоснование допустимой величины дополнительного теплового износа изоляции на один пусковой режим.

**Цель.** Поэтому целью статьи является обоснование допустимого значения дополнительного теплового износа изоляции асинхронного электродвигателя в послепусковой период.

**Материалы и методы исследования.** Объектом исследования является тепловой переходный процесс при пуске асинхронного электродвигателя, работающего в паре с рабочей машиной. Результаты, представленные в

статье, получены на основании аналитических исследований.

**Результаты и их обсуждение.** Тепловой переходный процесс при пуске асинхронного электродвигателя весьма скоротечен, поэтому с достаточной степенью точности можно принять, что он протекает адиабатически [5].

Составим уравнение теплового баланса статорной обмотки электродвигателя:

$$Cdt = P_0(1 + \alpha\tau)dt, (1)$$

где  $C$  – теплоемкость обмотки Дж/°С;  $P_0$  – потери активной мощности при температуре окружающей среды, Вт;  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления материала обмотки, 1/°С;  $\tau$  – превышение температуры обмотки над температурой окружающей среды, °С;  $t$  – текущее время, с.

Приведем уравнение (1) к следующему виду:

$$T_n \frac{d\tau}{dt} - \tau - \frac{1}{\alpha} = 0, (2)$$

$$\text{где } T_n = \frac{C}{\alpha P_0}, (3)$$

Решение уравнения (2) даст выражение текущего превышения температуры обмотки над температурой окружающей среды:

$$\tau = \left( \frac{1}{\alpha} + \tau_{\text{нач}} \right) e^{\frac{t}{T_n}} - \frac{1}{\alpha}, (4)$$

где  $\tau_{\text{нач}}$  – начальное превышение температуры обмотки, °С.

Потери активной мощности в обмотке при температуре окружающей среды:

$$P_0 = 3r_0 I_n^2, (5)$$

где  $r_0$  – активное сопротивление одной фазы обмотки при температуре окружающей среды, Ом;  $I_n$  – действующее значение пускового электрического тока, А.

Подставив (5) в (3), получим выражение постоянной времени нагрева обмотки статора при пуске электродвигателя:

$$T_n = \frac{C}{3\alpha r_0 I_n^2}, (6)$$

В [6] был исследован электромеханический переходный процесс при пуске асинхронного электродвигателя и получены зависимости времени его разгона в функции загрузки и уровня питающего напряжения на трех основных участках: от нуля до минимальной угловой скорости, от минимальной угловой скорости до критической и от критической угловой скорости до номинальной.

Таким образом, зная время разгона электродвигателя на каждом участке, можно найти максимальное превышение температуры в конце каждого участка:

$$\tau_{mi} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_{нач.i}\right) e^{\frac{3\alpha r_0 I_{нi}^2 t_i}{c}} - \frac{1}{\alpha}, \quad (7)$$

где  $\tau_{mi}$  – максимальное превышение температуры обмотки статора в конце любого участка разгона, °C;  $t_i$  – время разгона, с;  $i$  – номер участка.

В соответствии с [6] величину  $I_{нi}^2 t_i$  обозначим буквой  $\Pi_i$  и будем считать импульсом квадрата пускового тока на каждом участке разгона:

$$\Pi_i = I_{нi}^2 t_i, \quad (8)$$

Тогда (7) можно переписать так:

$$\tau_{mi} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_{нач.i}\right) e^{\frac{3\alpha r_0 \Pi_i}{c}} - \frac{1}{\alpha}, \quad (9)$$

Представим графически импульс квадрата пускового тока на первом участке разгона (рис. 1). Введем обозначения:  $I_{н0}$  и  $I_{н1}$  – действующие значения пускового тока в начале и конце первого участка разгона,  $t_1$  – время разгона электродвигателя на первом участке.

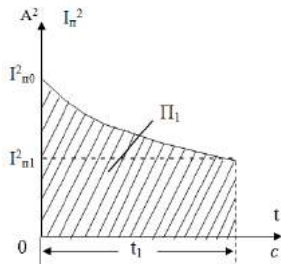


Рис. 1. Графическое изображение импульса квадрата пускового тока на первом участке разгона

Как видно из рис. 1, заштрихованная область соответствует импульсу квадрата пускового тока на первом участке. С определенной степенью точности можем принять, что она имеет форму трапеции. В этом случае импульс квадрата действующего значения пускового электрического тока на первом участке запишется так:

$$\Pi_1 = \int_0^{t_1} I_{н1}^2 dt \approx \frac{I_{н0}^2 + I_{н1}^2}{2} t_1, \quad (10)$$

а максимальное превышение температуры обмотки статора на этом же участке запишется так:

$$\tau_{m1} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_0\right) e^{\frac{3\alpha r_0 \Pi_1}{c}} - \frac{1}{\alpha}, \quad (11)$$

Аналогично можем записать выражения максимального превышения температуры обмотки статора и импульса квадрата пускового тока на каждом из участков:

$$\tau_{m2} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_{m1}\right) e^{\frac{3\alpha r_0 \Pi_2}{c}} - \frac{1}{\alpha}, \quad (12)$$

$$\Pi_2 = \frac{I_{н1}^2 + I_{н2}^2}{2} t_2, \quad (13)$$

$$\tau_{m3} = \left(\frac{1}{\alpha} + \tau_{m2}\right) e^{\frac{3\alpha r_0 \Pi_3}{c}} - \frac{1}{\alpha}, \quad (14)$$

$$\Pi_3 = \frac{I_{н2}^2 + I_{н3}^2}{2} t_3, \quad (15)$$

Учитывая скоротечность процесса нагрева обмотки, принимаем, что она достигает максимального превышения температуры в момент времени  $t=0$ . В послепусковой период охлаждения обмотки скорость изменения температуры будет небольшой в соответствии с кривой охлаждения:

$$\tau = \tau_n \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \tau_m e^{-\frac{t}{T}}, \quad (16)$$

Поэтому можно сделать вывод, что основной тепловой износ изоляционной конструкции в результате пускового режима происходит в послепусковой период. Скорость теплового износа изоляции находим так:

$$\varepsilon = \varepsilon_n e^{\frac{B \left( \frac{1}{\theta_n} - \frac{1}{\tau_n \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \tau_m e^{-\frac{t}{T} + \theta_{cp} + 273}} \right)}{n}}, \quad (17)$$

где  $\varepsilon$  – текущая скорость теплового износа изоляции, бч/ч;  $\varepsilon_n$  – номинальная скорость теплового износа изоляции, бч/ч;  $B$  – параметр, характеризующий класс изоляции, К;  $T$  – постоянная времени нагрева электродвигателя, с;  $\theta$  – абсолютная номинальная температура изоляции, К;  $\theta_{cp}$  – температура окружающей среды, °C.

Дополнительный тепловой износ изоляции в послепусковой период происходит на протяжении пяти постоянных времени нагрева и может быть найден так:

$$E_{доп} = \int_0^{5T} \varepsilon dt - 5T \varepsilon_n, \quad (18)$$

Как видим, дополнительный тепловой износ изоляции зависит от его скорости, которая, в свою очередь, является функцией превышения температуры обмотки над температурой окружающей среды и зависит от времени разгона электродвигателя, на которое влияют уровень питающего напряжения и коэффициент загрузки рабочей машины.

Это может быть использовано при разработке устройств диагностирования пусковых режимов асинхронных электродвигателей, однако для этого необходимо обоснование допустимого значения дополнительного теплового износа изоляции в послепусковой период. Найдем его из расчета на один аварийный пусковой режим, используя [7].

Запланированный тепловой износ изоляции в течение года работы электродвигателя определяем так:

$$E_{г.н} = \frac{T_n}{T_p}, \quad (19)$$

где  $T_n$  – базовый срок службы изоляции асинхронного электродвигателя, бч;  $T_p$  – расчетный срок службы электродвигателя (рассчитанный заводом-изготовителем), лет.

Фактический тепловой износ изоляции за год работы электродвигателя чаще всего меньше допустимого и зависит от загрузки:

$$E_{г.ф} = N \cdot \varepsilon_{ср.ф}, \quad (20)$$

где  $N$  – количество часов работы электродвигателя в году, ч;  $\varepsilon_{ср.ф}$  – эквивалентная среднегодовая скорость теплового износа изоляции, бч/ч.

$$\varepsilon_{ср.ф} = \varepsilon_n e^{B \left( \frac{1}{\theta_n} - \frac{1}{\tau_{ф} + \theta_{ср.ф} + 273} \right)}, \quad (21)$$

где  $\tau_{ф}$  – эквивалентное среднегодовое превышение температуры обмотки электродвигателя за время работы, °C;  $\theta_{ср.ф}$  – эквивалентная среднегодовая температура окружающей среды, °C.

В свою очередь, эквивалентное среднегодовое превышение температуры определяется так:

$$\tau_{ф} = \tau_n \frac{a + k_{ф}^2}{a + 1}, \quad (22)$$

где  $a$  – коэффициент потерь в электродвигателе;  $k_{ф}$  – эквивалентный среднегодовой коэффициент загрузки электродвигателя.

Таким образом, допустимый дополнительный износ изоляции обмотки электродвигателя в течение года будет равен:

$$\Delta E_{г} = E_{г.н} - E_{г.ф}, \quad (23)$$

В течение года работы электродвигателя происходит  $n$  аварийных пусковых режимов, с учетом чего может быть определен допустимый дополнительный износ изоляции на одну тепловую перегрузку:

$$E_{доп} = \frac{\Delta E_{г}}{n}, \quad (24)$$

где  $n$  – вероятное количество аварийных пусков в течение года.

Так как электродвигатель может работать в различных номинальных режимах, то выражение (24) примет вид:

$$E_{доп} = \frac{\Delta E_r}{k_p \cdot n}, \quad (25)$$

где  $k_p$  – коэффициент, учитывающий номинальный режим работы электродвигателя.

После подстановки (19) – (23) в (25) получаем:

$$E_{доп} = \frac{1}{k_p \cdot n} \left( \frac{T_n}{T_p} - N \cdot \varepsilon_n e^{\left( \frac{1}{\theta_n} - \frac{1}{a+k_\phi^2} \frac{1}{\frac{a+1}{a+1} + \theta_{ср.ф} + 273} \right)} \right), \quad (26)$$

Зависимость допустимого дополнительного теплового износа изоляции электродвигателя АИР100S2У3 на один аварийный пусковой режим в течение года, рассчитанная по указанным выражениям, представлена на рис.2.

Согласно статистическим данным, вероятное количество аварийных пусков электродвигателя в течение года составляет от 50 до 100. Таким образом, значение допустимого дополнительного теплового износа изоляции электродвигателя на один аварийный пусковой режим составляет:

$$E_{доп} = 2 \dots 4 \text{ бч.}$$

Полученное значение допустимого дополнительного теплового износа изоляции может быть использовано при выборе уставки предполагаемого устройства защи-

ты от аварийного пускового режима асинхронного электродвигателя.

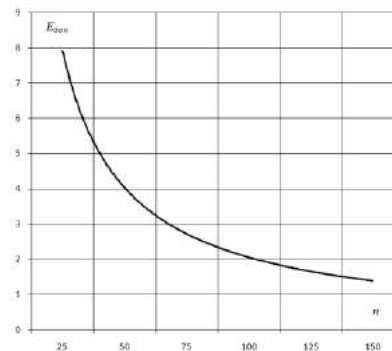


Рис. 2. Зависимость допустимого дополнительного теплового износа изоляции электродвигателя АИР100S2У3 на один аварийный пусковой режим в течение года

**Выводы.** В результате проведенных исследований были получены выражения для определения дополнительного теплового износа изоляции асинхронного электродвигателя в послепусковой период, а также обосновано его допустимое значение на один аварийный пусковой режим, что может быть использовано при разработке устройств функционального диагностирования электродвигателей и их защиты от аварийных пусковых режимов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Овчаров С.В. Ресурсоэнергосберегающие эксплуатационные режимы силового электрооборудования / С. В. Овчаров // Аграр Медиа Груп, 2012. – 293 с.
2. Hung N. T. Optimization of Electric Energy in Three-Phase Induction Motor by Balancing of Torque and Flux Dependent Losses [Text]/N.T.Hung, N.C.Thien, T.P.Nguyen, V.S.Le, D.A. Tuan/Lecture Notes in Electrical Engineering.-2014.-P.497-507.
3. Grouni S. Novel Loss Optimization in Induction Machines with Optimum Rotor Flux Control [Text]/ S. Grouni, R. Ibtouen, M. Kidouche, O. Touhami// International Journal of Systems Control. – 2010. – Vol. 1, № 4. – P. 163–169.
4. Овчаров С. В. Аналитическое исследование расхода ресурса изоляции асинхронного электродвигателя в послепусковой период [Текст] / С. В. Овчаров, О. А. Стребков // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Вип. 12. Т. 2 – Мелітополь, ТДАТУ, 2012. – С. 73–80.
5. Овчаров С. В. Дополнительный тепловой износ изоляции асинхронного электродвигателя в послепусковой период [Текст] / С. В. Овчаров, О. А. Стребков // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Вип. 13. Т. 2 – Мелітополь, ТДАТУ, 2013. – С. 172–177.
6. Вовк О. Ю. Розробка пристрою, який забезпечує ресурсозберігаючий пуск асинхронних електродвигунів при зниженій напрузі [Текст] / О. Ю. Вовк, С. О. Квітка, Д. М. Нестерчук, О. А. Стребков, О. В. Ковальов // Технологічний аудит і резерви виробництва. – 2017. – Т. 1, N 1(33). – С. 37–44.
7. Овчаров, В. В. Эксплуатационные режимы работы и непрерывная диагностика электрических машин в сельскохозяйственном производстве [Текст] / В. В. Овчаров. – Киев: УСХА, 1990. – 168 с.

#### REFERENCES

1. Ovcharov S. Resources and energy saving operating modes of power electrical equipment / S. Ovcharov // Agrar Media Group, 2012. – 293 p.
2. Hung N. T. Optimization of Electric Energy in Three-Phase Induction Motor by Balancing of Torque and Flux Dependent Losses [Text] / N. T. Hung, N. C. Thien, T. P. Nguyen, V. S. Le, D. A. Tuan // Lecture Notes in Electrical Engineering. – 2014. – P. 497–507.
3. Grouni S. Novel Loss Optimization in Induction Machines with Optimum Rotor Flux Control [Text] / S. Grouni, R. Ibtouen, M. Kidouche, O. Touhami // International Journal of Systems Control. – 2010. – Vol. 1, № 4. – P. 163–169.
4. Ovcharov S. Analytical investigation of resource isolation expense of asynchronous motor in afterstarting period [Text] / S. Ovcharov, O. Strebkov // Praci Tavria State Agrotechnological University. – N 12, Vol. 2. – Melitopol, TSATU, 2013.-P. 73-80.
5. Ovcharov S. The additional heat expense of resource isolation of asynchronous motor in afterstarting period [Text] / S. Ovcharov, O. Strebkov // Praci Tavria State Agrotechnological University. – N 13, Vol. 2. – Melitopol, TSATU, 2013. – P. 172-177.
6. Vovk O. Development of a device providing resource-saving start-up of induction motors under reduced voltage [Text] / O. Vovk, S. Kvitka, D. Nesterchuk, O. Strebkov, O. Kovalyov // Technology audit and production reserves. – 2017. – T. 1, N 1(33). – P. 37–44.
7. Ovcharov, V. V. (1990). Operational modes and continuous diagnostics of electrical machines in agricultural production. Kyiv: Publ. USH, 168.

#### Method of determining heat additional wear of isolation of three-phase induction motor in the post launch period

S. Kvitka, A. Vovk, D. Nesterchuk, A. Strebkov

**Abstract.** The thermal transition process at the start-up of asynchronous electric motors, and process heat insulation degradation in post launch period. On the basis of the conducted research, the obtained expressions to define additional thermal insulation degradation induction motor in the post launch period is justified and allowable additional thermal wear for one emergency start-up mode. The obtained results can be used for development of devices for functional diagnostics of electric motors and protect them from emergency starting mode.

**Keywords:** induction motor, thermal wear, insulation, diagnostics, afterstarting period.

## Усовершенствование технологии строительства композитных плавучих доков большой подъемной силы

К. В. Кириченко, А. В. Щедролосев  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-17>

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова  
Corresponding author. E-mail: [aleksandr.schedrolosev@nuos.edu.ua](mailto:aleksandr.schedrolosev@nuos.edu.ua)

Paper received 26.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Аннотация.** Разработана технология изготовления тонкостенных конструкций для понтонов композитных плавучих доков на основе модифицированного бетона. Представлена технология строительства композитных плавучих доков, позволившая перенести значительную часть работ в формовочный и корпусо-сборочный участки корпусного цеха и со ступеней в цехи верфи. Приведена технология изготовления сварных арматурных каркасов железобетонных секций понтона дока. Приведена схема понтона для постройки доков с уменьшенным количеством набора.

**Ключевые слова:** плавучий композитный док, железобетонные секции, понтон, бетон.

**Введение.** Постоянные потребности мирового судоходства в судоремонте, обследовании и контроле состояния судов, техническом обслуживании их подводной части обуславливают повышенный и не уменьшающийся спрос на плавучие доки, производство которых становится предметом выгодного бизнеса и одним из важных направлений выхода отечественной продукции на мировой рынок судостроения. Для этого необходимо создать рентабельную и конкурентоспособную продукцию, отвечающую мировым требованиям качества в условиях инновационного развития судостроения, неотъемлемыми составляющими которого является создание и выпуск продукции при постоянном поиске новых прогрессивных технических решений и технологии ее производства [1].

**Краткий обзор публикаций по теме.** Проведенный анализ эксплуатационных условий работы композитных плавучих доков показал, что они являются в значительной мере экстремальными. Кроме этого, специфика технологии и организации строительства доков большой подъемной силы потребовала решения ряда технических задач, не имеющих аналогов в мировой практике докостроения. В плавучий док, как и на судно, распространяются все требования классификационных и страховых обществ по контролю за его состоянием и восстановлением работоспособности. Поэтому плавучие доки подлежат осмотру, ремонту, восстановлению, а также докованию. По требованиям классификационных обществ металлический док один раз в три года должен выводиться из эксплуатации для его осмотра и проведения ремонтных работ подводной части корпуса, а после 12 лет осмотр должен проводиться ежегодно. При выполнении этих операций док выводится из цикла работ по его прямому назначению - судоремонта. Теряется рабочее время, снижается количество отремонтированных в доке судов, увеличиваются расходы, себестоимость эксплуатации дока, падает прибыль владельца дока.

**Цель.** Целью статьи является усовершенствование технологии формирования корпусов железобетонных понтонов плавучих доков большой подъемной силы для увеличения срока эксплуатации доков.

**Материалы и методы.** Основным материалом для корпуса понтона принимают железобетон, как наиболее удовлетворяющий требованиям долговечности. Железобетонные понтоны доков большой подъемной силы изготавливают полностью сборным методом из двух частей (полукорпусов) в большой и малой док-камерах ХГЗ «Паллада» с последующим продольным сращиванием их на плаву. Технология строительства композит-

ных плавучих доков ориентирована на применение механизированных и автоматизированных процессов при выполнении большинства работ. На ХГЗ «Паллада» используют собственный автоматизированный бетонный завод по производству модифицированного бетона класса В 50 на сжатие марки F 300 по морозостойкости на основе сульфатостойкого портландцемента с отечественными добавками. Корпус плавучего дока можно условно разбить на 12 районов в зависимости от условий работы и влияния окружающей среды [2]. На рисунке 1 приведено деление корпуса композитного плавучего дока на эти районы по внешней и внутренней поверхности корпуса в рабочем состоянии и при погружении:

1 – район подводного бетона, постоянно омываемый морской водой (днище, борта понтона);

2 – район ватерлинии, где бетон поддается частому изменению процесса замораживания и оттаивания, увлажнения и высыхания;

3 – район переменного уровня воды (борта дока от уровня ватерлинии до палубы безопасности), где бетон поддается увлажнению при погружении дока и высушиванию или замораживанию при всплытии дока;

4 – район надводного бетона (борта башен дока от палубы безопасности до топ-палубы), где бетон испытывает действие только атмосферных влияний;

5 – район топ-палубы, где бетон поддается атмосферным влияниям и механическим воздействиям;

6 – район ступень-палубы, где бетон поддается воздействию всех атмосферных влияний, частому изменению увлажнения, высушивания или замораживания, а также механическим воздействиям;

7 – район сухих отсеков, где бетон поддается воздействию воздуха внутренних помещений;

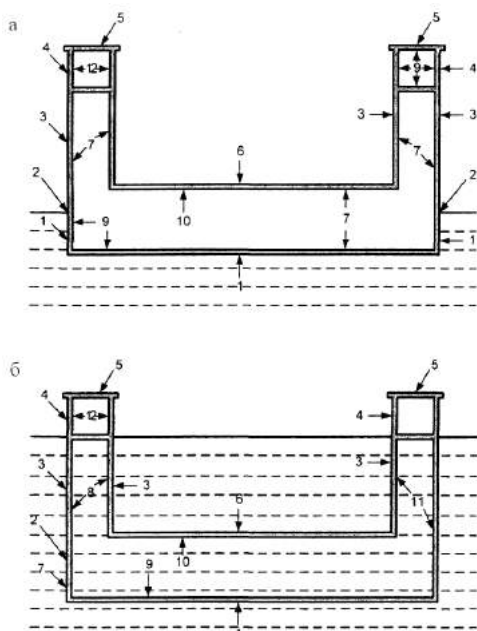
8 – район балластных отсеков от ватерлинии до палубы безопасности, где бетон поддается увлажнению при погружении дока и высушиванию при всплытии;

9 – район балластных отсеков в районе понтона, где бетон поддается постоянному влиянию морской воды;

10 – район нижней плоскости ступень-палубы в балластных отсеках, где бетон поддается увлажнению при погружении и высушиванию при всплытии, а также механическим воздействиям от докуемого судна;

11 – район танков, где бетон поддается постоянному влиянию нефтепродуктов (дизтопливо, мазут);

12 – район внутренних железобетонных конструкций жилых и служебных помещений дока.



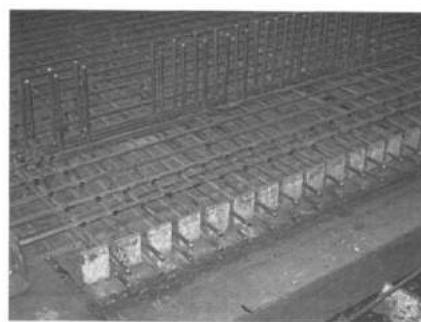
**Рисунок 1** - Деление корпуса композитного плавучего дока на районы влияния различных механических и климатических факторов  
а – положение дока в рабочем состоянии; б – положение дока при погружении [2]

В связи с такими многофакторными условиями эксплуатации композитных плавучих доков необходимо было разработать технологию производства нового вида высокопрочного судостроительного бетона с повышенными прочностными характеристиками, высокой водонепроницаемостью и морозостойкостью. Многолетние исследования и опытные работы, проведенные автором совместно со специалистами ХГЗ «Паллада» и УкрНИИТС позволили разработать технологию нового вида высокопрочного судостроительного бетона с морозостойкостью 300...600 циклов, находящегося в морской воде [3–5]. Судостроительные бетоны значительно отличаются от бетонов, применяемых в других отраслях промышленности и имеют свои специфические особенности. Это связано с малыми толщинами корпуса железобетонного понтона (100...140 мм), большим процентом насыщения стальной арматурой (250...600 кг/м<sup>3</sup>) для обеспечения общей и местной прочности корпуса понтона, использованием достаточно жирных составов бетонов (с затратой цемента 450...800 кг/м<sup>3</sup>) с мелким заполнителем, подвижностью 2...18 см и малыми значениями водоцементного отношения 0,32...0,45.

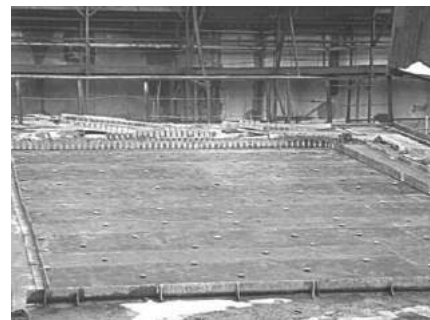
В процессе исследования было установлено, что для строительства железобетонных понтонов плавучих доков должны использоваться такие виды бетонов: тяжелые судостроительные бетоны класса В30...В60 и бетоны класса В30...В50; мелкозернистые бетоны класса В30...В40; судостроительные легкие бетоны; нефтепроницаемый бетон.

Правку, очистку, резку арматурной стали производят на автоматической линии безотходного раскроя. Сборку арматурных сеток и каркасов производят на специальных станках (рис. 2).

Сварку арматурных сеток и каркасов производят на многоконтактных сварочных машинах, а сварку сеток – на специальной контактно-сварочной машине. Формирование плоских железобетонных секций производят в универсальных металлических формах-матрицах (рис.3).



**Рисунок 2** - Стенд для изготовления сварных арматурных каркасов железобетонных секций понтона дока



**Рисунок 3** - Форма-матрица для изготовления плоских железобетонных секций

В процессе изготовления плоских секций понтона арматурную сталь защищают от агрессивного влияния морской среды защитными слоями: в местах контакта конструкций с водой толщиной 15 мм, с воздухом – толщиной 10 мм. Проведенные исследования и расчеты позволили разработать для железобетонного понтона композитного дока тонкостенные конструкции толщиной 120...140 мм для элементов, подверженных большим гидростатическим нагрузкам, и толщиной 70...80 мм для водонепроницаемых элементов. С целью снижения стоимости контурной опалубки конструкции в виде плит армируют стержнями сеток, имеющих унифицированный шаг 100 мм. При формировании понтона осуществляют привязку стержней сеток к шпангоутам и теоретическим линиям дока.

Правку, очистку и порезку арматурной стали круглого и периодического профиля диаметром 10...36 мм производят на автоматической линии безотходного раскроя. Правку, очистку и резку гладкой арматуры диаметром до 10 мм, поставляемой в бухтах, производят на станках. Подготовленные стержни комплектуют по сеткам, каркасам, секциям (в контейнерах или пакетах). Гибку хомутов для каркасов выполняют на универсальных гибочных станках по шаблонам или в специальных приспособлениях – кондукторах.

Предварительную сборку сеток и арматурных каркасов с установкой закладных деталей и рымов производят на сборочных станках, а сварку – на специальной многоконтактной сварочной машине. Для изготовления каркасов применена безотходная технология использования материала. Окончательную сборку и сварку арматурных каркасов секций производят в формах-матрицах из предварительно собранных каркасов с выпусками сваренных сеток.

Железобетонные секции понтона спроектированы с учетом их изготовления в формах-матрицах. При этом предусмотрены стыки омоноличивания вертикальных



элементов шириной до 0,5 м в сторону стапель-палубы. Формирование железобетонных секций производят ребрами вниз в универсальных металлических формах-матрицах с выдвигной разборной опалубкой с выпусками. Матрицы-стенды имеют разработанную оригинальную конструкцию, что позволяет вынимать готовые изделия из опалубки механическим путем [6]. Секции массой до 24 т изготавливают на бетоноформовочном участке корпусного цеха (рис.4), секции массой больше 24 т – на стапеле в большой док-камере.



**Рисунок 4** - Плоская железобетонная секция с закладными деталями и выпусками, изготовленная в цехе для понтона дока

Железобетонные блоки понтона формируют на пред-стапельной площадке. Формирование понтона выполняют на стапелях большой и малой док-камер от миделя в нос и в корму и от наружного борта к ДП (днищевые секции – от зоны разреза к наружным бортам (рис. 5).

Перед закладкой понтона основание стапеля выравнивают до горизонтального положение. Конструкция стапельных опор позволяет производить подклинку в процессе монтажа секции. После укладки днищевые секции постоянно подклинивают на всех опорах. Отклонение опорных поверхностей от основной плоскости (ОП) понтона не должно превышать 5 мм. Монтаж вертикальных элементов на днищевую плиту производят после созревания бетона в стыках днища (не менее 75% марочной прочности). Допускается монтаж вертикальных элементов до бетонирования стыков днищевой плиты. В этом случае бетонирование стыков днища начинают только после окончания монтажа вертикальных элементов на 9 м в нос и в корму от места бетонирования.

Монтаж секций стапель-палубы проводят после омоноличивания вертикальных стыков и достижения бетона этих стыков прочности не менее 75 % марочной прочности. Во время омоноличивания стыков в районе бетонирования (не менее 9 м в нос и в корму от места бетонирования) нельзя проводить никаких работ, которые могут нарушить контакт арматуры с бетоном или привести к трещинообразованию в свежееуложенном бетоне.

С целью сокращения стапельного периода и снижение трудоемкости работ на понтоне в районе башен устанавливают металлические бимсы, а узел соединения понтона с башней омоноличивают в период изготовления секций внутреннего и наружного бортов. Установку и приварку металлических бимсов производят по мере монтажа секций внутреннего и наружного бортов (до омоноличивания стыков). Это позволяет исключить отрицательное влияние сварочных деформаций от привар-

ки бимсов и сократить стапельный период строительства дока.



**Рисунок 5** - Формирование днища железобетонного понтона на стапеле большой док-камеры

При монтаже днищевой плиты на стапеле в районе срачивания полукорпусов понтона с целью обеспечения точности устанавливают и армируют швеллеры узла срачивания. Эту технологическую операцию производят после установки и армирования стыков днищевой плиты.

Подачу железобетонных секций на стапель осуществляют кранами при помощи траверс, кантовку – кантователем или со специальной эстакады. Конструкция траверс и кантующих устройств исключает поломку секций.



**Рисунок 6** – постройка композитного автономного плавучего дока грузоподъемностью 7100 т в Херсонском государственном заводе «Паллада» [7]

Технологические операции по формированию железобетонного понтона выполняют в такой последовательности (одинаково в большой и малой док-камерах): подготовка стапеля к закладке понтона; Установка опорных подушек в горизонтальное положение и опалубки для стыков днища; установка секций днища, окончательная подгонка опалубки на стыках; армирование, очистка арматуры и кромок бетона в стыках, сварка арматуры в стыках, продувка, промывка и бетонирование стыков с последующим уплотнением бетона; уход за бетоном, включая термовлажностную обработку в холодное время года; установка и раскрепление секций вертикальных элементов (переборки борта – рис. 6); зачистка и устранение дефектов в стыках; нанесение на понтоне контрольных линий; подготовка понтона к испытанию на водонепроницаемость; испытание понтона на водонепроницаемость в соответствии с проектной документацией и схемой непроницаемых отсеков.

При постройке доков с уменьшенным количеством набора - арматура, работающая на местную прочность, устанавливается снаружи в направлении наименьшего пролета, а арматура, работающая на общую прочность, устанавливается внутри элемента.

В результате поперечные переборки между внутрен-

ними бортами устанавливаются через 4 шпации, то есть через 3 метра. Конструкция бетонной части башен дока выполняется без использования шпангоутов, флоров и бимсов. Конструкция композитного безнаборного понтона дока показана на рис. 7 [8].

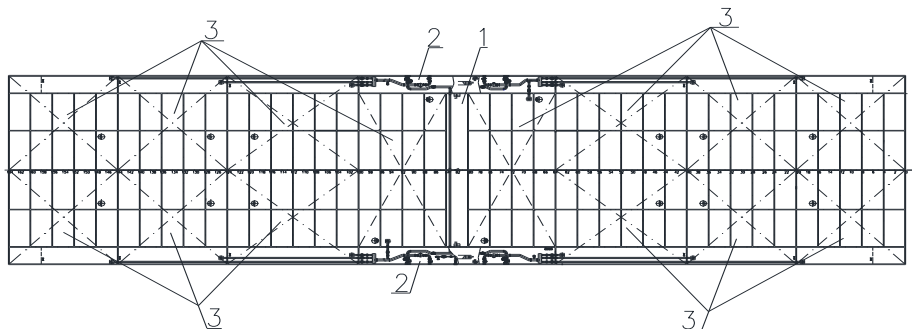


Рисунок 7 – Конструкция композитного безнаборного понтона дока, где 1 - тоннель, 2 - сухие отсеки, 3 - балластные отсеки.

Изготовление металлических плоскостных секций бортов, палуб и выгородок и объемных секций башен производят в цехе металлоконструкций, сборку и сварку блоков-секций башен из плоскостных секций – на открытых сборочных площадках 3-й достроечной набережной. При изготовлении металлических секций башен дока очистку и грунтовку металла выполняют на автоматической линии сборки плоскостных секций с применением разделного метода установки и автоматической сварки набора. Металлические башни дока изготавливают блочным методом из заранее изготовленных секций (рис. 8) с применением автоматической и полуавтоматической сварки под флюсом и в среде защитных газов.



Рисунок 8 - Блок-секция металлической башни, изготовленная на стенде в цехе

Блоки I и II ярусов собирают на подсекции внутреннего или наружного борта. В большой док-камере на подготовленный понтон устанавливают блоки-секций одной из башен дока (рис. 9). При установке металлических блоков башен дока на понтон и соединения их между собой применяют полуавтоматическую сварку в среде защитных газов монтажных стыков. Установку башен дока производят большими насыщенными блоками с применением агрегатного метода монтажа механизмов.

Горизонтальные полосы крестовидной детали соединены сварным швом: внешняя – с арматурным каркасом стпель-палубы, внутренняя – с бимсом и поперечным набором продольной переборки понтона.



Рисунок 9 - Установка в большой док-камере блоков башни на железобетонный понтон композитного дока подъемной силой 8500 т

Шпангоут борта, бимс и закладные детали объединены в вертикальной плоскости в общий рамный контур с поперечным набором башни (рис. 10).

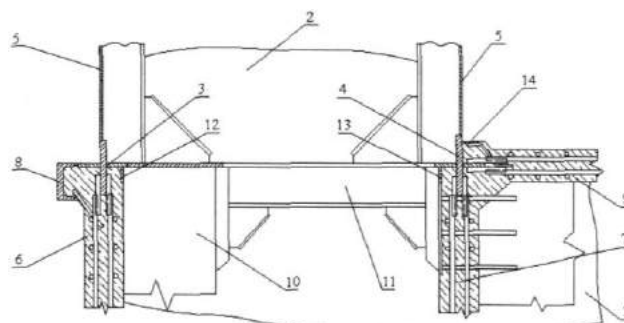


Рисунок 10 - Конструктивный узел соединения металлической башни с железобетонным понтоном

1 – железобетонный понтон; 2 – металлическая башня; 3, 4 – крестовидная закладная деталь для крепления наружного и внутреннего борта башни соответственно; 5 – наружный и внутренний борт башни; 6 – наружный борт понтона; 7 – внутренняя продольная переборка; 8 – привальный брус; 9 – стпель-палуба; 10 – шпангоут; 11 – стальной бимс; 12, 13, 14 – металлические ребра, установленные для увеличения сцепления бетона с крестовидными закладными деталями

Для увеличения местного сцепления бетона с крестовидными деталями и предотвращения его отслаивания от них в результате знакопеременного изгиба корпуса дока на полосах крестовидных деталей установлены

ребра (металлические полосы) вровень с бетонной поверхностью борта, продольной переборки и стальной палубы понтона. Установку и приварку металлических бимсов проводят по мере монтажа блоков-секций башен, что позволяет исключить появление сварочных деформаций от приварки бимсов. Таким образом, конструкция соединения металлической башни с железобетонным понтоном композитного дока [9] позволяет выполнять этот узел в составе железобетонных секций понтона на стендах, проводить бетонирование секций в удобном положении с использованием отработанной технологии укладки бетона, при этом снижая трудоемкость и упрощая технологию работ в стапельный период строительства дока.

До установки на понтон блоков-секций в них устанавливают основное корпусное насыщение и производят испытание внутрисекционных соединений на непроницаемость. Все блоки-секций устанавливают от миделя в нос и корму. После проведения испытаний в них устанавливают механизмы, трубопроводы и оборудование. Основной принцип, заложенный в технологию механомонтажных и трубомонтажных работ, – максимальный перенос подготовительных объемов этих работ с дока в цехи и на достроечную набережную. Большой объем работ в башнях дока выполняют крупноблочным методом на базе макетирования наиболее насыщенных помещений. Это осуществляют путем модульно-агрегатного метода проектирования и монтажа энергетических комплексов дока. При создании монтажных блоков (агрегатов) принята функциональная группировка механизмов, арматуры, трубопроводов и приборов. Число монтажных блоков, их взаимное расположение в помещениях энергетического комплекса дока, рациональное расположение коммуникаций между блоками и агрегатами определяют путем разработки и изготовления макета. В районах машинного и компрессорного отделений, помещения преобразователей предусматривают укрупненные блоки массой до 50 т в специальных каркасах. Формирование больших блоков и агрегатов осуществляют на участке агрегатирования. Блоки и агрегаты загружают в блоки-секций башни до их накрытия объемными секциями, расположенными выше палуб или платформ. После завершения строительства частей дока их выводят из док-камер на акваторию завода для сращивания понтона и завершения достроечных работ.

После завершения сращивания железобетонного понтона продолжают установку секций и блоков башен (рис. 11). Монтаж башен на плаву проводят ярусами с целью получения минимальных деформаций при сварке башен осуществляют балластировку понтона. При формировании и сварке монтажных стыков башен особое внимание обращают на обеспечение свободной усадки сварных швов, для чего пазы обшивки башен (между ярусами) закрепляют гребенками. В процессе формирования башен на плаву регулярно проводят измерение упругой линии дока с фиксацией результатов и сопоставлением их с регламентируемыми величинами.

Весь объем монтажно-достроечных работ на доке выполняют на плаву в районе достроечной набережной. В башнях дока проводят корпусодостроечные работы, к которым относят: формирование, зашивку и оборудование помещений; изоляционные и окрасочные работы; нанесение палубных покрытий; монтаж судовых устройств и дельных вещей [10–12]. Монтаж изоляции

выполняют после завершения всех работ по установке и приварке насыщения, испытания помещений на непроницаемость и герметичность, очистки и грунтовок поверхностей, подлежащих нанесению изоляции. Перед окраской производят тщательную подготовку металлических поверхностей под грунтовку.



Рисунок 11 - Монтаж башен дока на плаву

Испытание дока проводят на территории завода с полной демонстрацией Заказчику всех его спецификационных характеристик. В специальном котловане проводят испытание дока при погружении на предельную осадку (рис. 12).



Рисунок 12 – Проведение испытаний испытания композитного автономного плавучего дока "ERENEOS" грузоподъемностью 7100 тонн [7]



Рисунок 13 – Транспортирование композитного автономного плавучего дока "ERENEOS" грузоподъемностью 7100 тонн [7]

Для доставки дока к месту эксплуатации (рис.13) его на заводе подготавливают к морскому перегону: оборудуют необходимыми устройствами (буксирным, якорным, спасательным, сигнальным и др.), устанавливают кильблоки, снимают с башен краны и закрепляют их на стапель-палубе.

**Результаты и их обсуждение.** Модифицированный бетон на основе сульфатостойкого цемента с добавками защищает стальную арматуру от контакта с морской водой и увеличивает продолжительность эксплуатации дока в 1,5 раза Арматурная сталь, находящаяся в конструкциях понтона, защищена от агрессивного влияния

морской среды защитным слоем в местах соприкосновения с водой толщиной 15 мм, а в местах соприкосновения с воздухом – толщиной 10 мм. В результате этого композитные плавучие доки могут эксплуатироваться в течение 70-80 лет без их вывода из эксплуатации. При этом расходы на ремонт и содержание корпуса дока уменьшаются в 6-10 раз. Представлена технология строительства композитных плавучих доков, которая позволяет перенести значительную часть работ в формочный и корпусо-сборочный участки корпусного цеха и со стапелей в цехи верфи, что дало возможность повысить процент технической готовности (до 96%) конструкций

корпуса железобетонного понтона и металлических башен, а также существенно сократить общую продолжительность строительства доков и трудоемкость работ.

**Выводы.** Разработана технология изготовления тонкостенных конструкций для понтонов композитных плавучих доков на основе модифицированного бетона, обеспечивающего их долговечность и значительное увеличение продолжительности эксплуатации доков в морской воде. Представлена технология строительства композитных плавучих доков. Приведена схема понтона для постройки доков с уменьшенным количеством набора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Рашковський, О.С.** Проектування, технологія і організація побудови композитних плавучих доків [Текст] / О.С. Рашковський, О.В. Щедролюсєв, Д.В. Єрмаков, О.М. Узлов.: Навчальний посібник. – Миколаїв: НУК: РАЛІ Поліграфія, 2015 – 254 с.
2. **Мишутин А.В.** Железобетонные плавучие сооружения и перспективы их использования [Текст] / А.В. Мишутин.: Вісник ОДАБА. – Одеса – 2002, - Вып. 6, – с. 181-187.
3. **Слуцкий Н.Г.** Разработка технологии долговечного модифицированного бетона для композитных плавучих доков / Слуцкий Н.Г. // Вестник СевГТУ «Механика, энергетика, экология». – Севастополь: СевГТУ, 2009.–№ 97.–С. 133–136.
4. **Мишутин А.В.** Повышение надежности и долговечности бетона тонкостенных железобетонных конструкций, эксплуатируемых в морской среде / Мишутин А.В. // Сб. международной инженерной академии. – Одесса: «Астропринт», 2003. – С. 76– 79.
5. **Рашковский А.С.** Оптимизация состава бетона для понтонов композитных плавучих доков / А.С. Рашковский, Н.Г. Слуцкий // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК, 2008. – № 5 (422). – С. 17-24.
6. **Декларационный патент 13425** Україна, МПК В 63 В 5/00. Спосіб виготовлення секції корпусу залізобетонної плавучої

- споруди / Слуцький М.Г., Євдошук Д.В., Тодорашко Г.Т. (Україна). Заявл. 30.01.06; Опубл. 15.03.06. – К.: Промислова власність, 2006. – № 3, кн. 1 – С. 5.73.
7. <http://www.pallada-doc.com/>
8. **Заявка на винахід a201709715** від 05.10.2017 р. «Композитний безнабірний понтон доку», автори: Маломан В.Ф., Коннов В.М., Щедролюсєв О.В., Узлов О.М., Кириченко К.В.
9. **Патент на винахід 77619** Україна, МПК В 63 В 35/34. З'єднання металеві башти із залізобетонним понтоном композитного плавучого доку / Слуцький М.Г., Коннов В.М., Токар О.Г. (Україна). Заявл. 15.12.06; Опубл. 15.02.05. – К.: Промислова власність, 2005. – № 2, кн. 1 – С. 5.74.
10. **Щедролюсєв О.В.** Сучасний стан модульного формування приміщень для морських плавучих споруд / О.В. Щедролюсєв, С.В. Терлич // Збірник наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК. – 2008. – № 2 (419). – С. 28–35.
11. **Marine Interior Systems / Norac Product Manual.** Norway, Edition 2, 2004. – 124 p.
12. **Слуцький М.Г.** Використання модульної оббудови приміщень на композитних плавучих доках / М.Г. Слуцький, С.В. Терлич // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв: НУК, 2008. – № 2 (419). – С. 45–48.

#### REFERENCES.

1. Rashkovskiy O.S., Shchedrolosiev O.V., Yermakov D.V., Uzlov O.M.. Design, technology and organization of building composite floating docks. 2015, Nikolayev, NUOS-RAL Polygraphy, P.254.
2. Mishutin A.V. Ferro-concrete floating structures and prospects of their use. Odessa, Bulletin of the OSACA, 2002, Issue 6, P. 181-187.
3. Slutsky N.G. Development of the technology of durable modified concrete for composite floating docks. Sevastopol, 2009, Bulletin of the SevSTU, Issue 97, P. 133-136.
4. Mishutin A.V. Increase of reliability and durability of concrete thin-walled reinforced concrete structures exploited in the marine environment. Odessa, Astroprint, 2003, P. 76-79.
5. Rashkovskiy O.S., Slutsky N.G. Optimization of the composition of concrete for pontoons of composite floating docks. Nikolayev, Proceedings of NUOS, 2008, Issue 5 (422), P. 17-24.
6. Slutskiy M.H., Yevdoshchuk D.V., Todorashko H.T. Declaration patent. 13425 Ukraine, МПК 63 В 5/00. Method of manufacturing section of the body of a reinforced concrete floating structure.

- Declared 30.01.06; Pubwished 15.03.06. - K. : Industrial Property, 2006. - No. 3, book 1 - P. 5.73.
7. <http://www.pallada-doc.com/>
8. Maloman V.F., Konnov V.M., Shchedrolosiev O.V., Uzlov O.M., Kyrychenko K.V. Composite Pontoon Dock without framing. Application for invention a201709715 dated 05.10.2017.
9. Slutskiy M.H., Konnov V.M., Tokar O.H. Connection of metal tower with reinforced concrete pontoon composite floating dock. Patent for invention. 77619 Ukraine, МПК 63 В 35/34. Declared 15.12.06; Pubwished 15.02.05. - K. : Industrial Property, 2005. - No. 2, book. 1 - S. 5.74.
10. Shchedrolosiev O.V., Terlych S.V. Modern state of modular formation of premises for marine floating structures. Nikolayev, Proceedings of NUOS, 2008, Issue 2 (419), P. 28-35.
11. Marine Interior Systems / Norac Product Manual. Norway, Edition 2, 2004. – 124 p.
12. Slutskiy M.H., Terlych S.V. Use of modular buildings on composite floating docks. Proceedings of NUOS, 2008, Issue 2 (419), P. 45-48.

#### Improvement of technology construction of composite floating docks of great lift

**К. Kyrychenko, O. Shchedrolosiev**

**Abstract.** the paper presents the technology of manufacturing thin-walled structures for pontoons of composite floating docks based on modified concrete. The technology of construction of composite floating docks is presented, which made it possible to transfer a significant part of the works to the molding and hull-assembly sections of the hull workshop and from the slipways to the shipyard workshops. The technology of manufacturing welded reinforcing cages of reinforced concrete pontoon dock sections is also presented in this paper. The pontoon scheme for the construction of docks with a reduced number of sets is given.

**Keywords:** floating composite dock, reinforced concrete sections, pontoon, concrete.

## Метод визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів для проектів меліоративного будівництва в степовій зоні України

Д. О. Ладичук, Н. М. Шапоринська, М. М. Волошин, В. Д. Ладичук

<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-18>

ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет», Херсон, Україна  
Corresponding author. E-mail: dladychuk@ukr.net, shaporynska@ukr.net, voloshin\_nik\_1977@ukr.net

Paper received 25.01.18; Revised 29.01.18; Accepted for publication 30.01.18.

**Анотація.** У статті на основі аналізу існуючих методів типізації територій під меліоративне будівництво та на основі багаторічних власних досліджень запропонований метод типізації, який розглядає ландшафт, як систему взаємопов'язаних складових, які одночасно можуть бути тільки індикаторними або факторними показниками.

**Ключові слова:** типовість, антропогенно змінений ландшафт, меліоративний режим, індикаторні показники, факторні показники, інтегровані показники.

**Вступ.** Сьогодні в Україні вчені-гідромеліоратори наголошують на необхідності відновлення зрошення до площ проектних розрахунків, з поступовим їх збільшенням до 2,2 млн га. Це потребує розробки нових проектів меліоративного будівництва із застосуванням сучасних способів зрошення та землекористування. При цьому треба враховувати, що ландшафти на яких буде відновлюватись зрошення є суттєво антропогенно зміненими і вже існуючі проекти меліоративного будівництва не можуть бути використані для цих територій. Такі умови потребують розробки нових проектів меліоративного будівництва з обов'язковим виконанням передпроектних вишукувань для встановлення змін, що відбулися на території досліджуваних ландшафтів, особливо в степовій зоні України, яка інтенсивно використовується для потреб меліоративного будівництва.

**Огляд публікацій по темі.** Результати чисельних польових та виробничих дослідів та передпроектних вишукувань часто рекомендуються до застосування на практиці без належного обґрунтування «модельності» дослідів. Інакше кажучи, поширення результатів проведених дослідів виконуються тільки в описовому сенсі (посилання на можливу тотожність ґрунтових, гідрогеологічних, кліматичних характеристик, що неминує вимагає широкого застосування стохастичних прийомів та імовірнісних оцінок), але не в кількісно доведеному вигляді. Це не дає можливості широкого застосування отриманих наукових результатів на практиці.

Під типовістю антропогенно змінених ландшафтів розуміється відповідність їх природно-кліматичних, агротехнічних і водогосподарських умов між собою. Тоді дослідно-виробнича ділянка повинна бути моделлю території, на яку будуть поширені результати досліджень [1].

Аналіз сучасних досліджень в області меліоративного будівництва, зрошувального землеробства та сільськогосподарських меліорацій показав, що в даний час при визначенні типовості, в основному, застосовуються методи оцінки типовості дослідних ділянок, які наведені в наукових роботах [2,3,4].

Незважаючи на використання цих методів в наукових роботах і технічних розробках, кожен з наведених методів має характерні недоліки, які не дозволяють їх широко впроваджувати в наукових дослідженнях. Недоліки першого методу [2]: стохастичність ознак, що вивчаються на другому етапі методу дуже складно вибрати – які ознаки першорядні, а які другорядні, тому це виконують виходячи з інтуїтивних уявлень, і на це йде багато часу. Недоліки другого методу [3] – це велика кількість зразків ґрунту; водно-солевих показників, таких як мінералізація ґрунтових вод і водопровідність, які необхідно враховувати при обробці даних. Недоліки третього методу [4] це: широкі довірчі інтервали, які показують мі-

нливість солевого складу ґрунту і повинні бути більш конкретними за рахунок збільшення кількості зразків досліджуваних ґрунтів і те, що порівнювати можна тільки ґрунти одного типу та гранулометричного складу.

Передумовами розробки запропонованого методу типізації антропогенно змінених ландшафтів стали наукові результати, що представлені у роботах [5,6].

**Мета.** Розробка методу визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів, який дозволить, з відповідною точністю, поширювати результати передпроектних вишукувань для територій меліоративного будівництва і дозволить зменшити кількість відбору зразків, які характеризують стан досліджуваних ландшафтів.

**Матеріал та методи.** Сьогодні сформовані складні природно-технічні (ландшафтно-меліоративні) системи, що функціонують на відміну від природних ландшафтів за новими законами і мають свої регіональні часові та просторові особливості, що дозволяє їх характеризувати як антропогенно змінені.

Антропогенно змінений ландшафт має певну структуру і будову, динаміку властивостей і станів, обумовлених його стійкістю і способом розвитку, тобто еволюційно незворотно змінюється і його необхідно розглядати тільки як динамічну систему. Але дослідження показують, що кожен окремий показник стану такого ландшафту можна відновити в тих межах, які він мав у одному з попередніх етапів розвитку, але відновити структуру їх системної взаємодії практично неможливо (метаморфізм еволюції ландшафту) [5].

Виходячи з цього, можна відмітити, що втрата екологічної стійкості антропогенно зміненого ландшафту на одному з етапів його розвитку викликає перехід з однієї форми екологічної рівноваги в іншу, яка властива ландшафту на наступному етапі розвитку. Таким чином, якщо ландшафт вийшов з умов екологічної стійкості при даних своїх показниках, то він зазнав змін (адаптувався до нових умов свого розвитку) і при них ландшафт знаходиться в іншій формі екологічної рівноваги і має на даному етапі розвитку нову (відповідну значенням його показників) екологічну стійкість.

Основними критеріями оцінки змін стану антропогенно змінених ландшафтів сьогодні є: стан ґрунту і рівень біорізноманіття. У такому випадку ці важливі складові виступають як індикатори зміни ландшафтів в просторі і часі.

Ґрунт є одним із важливих об'єктів, який впливає на отримання кінцевого продукту – рослинницької сільськогосподарської продукції. Але на ґрунт значний вплив здійснюють зрошувальні та ґрунтові води, які можуть привести стан ґрунту до зниження його родючості, розвитку таких негативних процесів як вторинне засолення та осолонцювання, підлуження тощо, що в кінцевому

результаті веде до недоотримання сільськогосподарської продукції. При цьому зрошувальна вода починає здійснювати вплив на стан ґрунту відразу, а ґрунтові води, коли їх рівні перевищують критичний рівень. Тому необхідно виконувати відбір зразків цих факторів впливу (зрошувальні та ґрунтові води), на основі яких визначається їх фізико-хімічний склад. Для визначення стану ґрунту і факторів впливу (зрошувальні та ґрунтові води) розроблений комплекс показників, який отримав назву меліоративний режим [7].

Остання паспортизація ґрунтів була виконана ще в 1957-1962 роках і сьогодні питання типовості антропогенно змінених ландшафтів, головним індикатором яких є ґрунти, є вельми актуальним. Тому виникає необхідність не тільки у визначенні типовості безпосередньо ґрунтів, а й факторів, що впливають на них (з урахуванням динаміки їх змін у просторі та часі). Тоді важливо встановлення типовості для індикаторних та факторних показників окремо, з подальшим визначенням інтегрованого показника типовості для кожного з порівнюваних ландшафтів. Це вимагає створення особливої предметної області систем, яка враховує територію з усією притаманною їй специфі-

кою природних умов, ресурсним потенціалом, поширеними в її межах видами господарської діяльності.

**Результати та обговорення.** Показники меліоративного режиму характеризують кожну із наведених вище складових ландшафту та взаємозв'язок між ними і скомпоновані в таблиці 1.

При тривалому впливі ґрунт з часом може змінювати свої властивості, і тільки в негативному відношенні. Для того, щоб негативна зміна властивостей ґрунтів не відбувалася, для кожного з показників меліоративного режиму розроблені оптимізаційні значення, які не ведуть до деградації ґрунтів. Вони мають назву гранично – допустимі значення (див. табл. 1). Гранично – допустимі значення для кожного з показників меліоративного режиму встановлюються дослідним шляхом, на територіях, що не мають антропогенного впливу (унікальні ландшафти), й які мають значну стійкість до зовнішніх факторів впливу.

В такому разі ґрунти виступають як індикатор зміни антропогенно змінених ландшафтів у просторі та часі. Тому виникає необхідність поділення показників меліоративного режиму на індикаторні та факторні показники.

**Таблиця 1.** Принципове поділення показників меліоративного режиму

Назва	Умовні позначення, одиниця вимірювання	Гранично – допустимі значення
<b>Індикаторні показники меліоративного режиму (на які впливають), <math>T_y^o</math></b>		
Водно – фізичні показники ґрунту: - допустимі межі регулювання вологості кореневмісного шару	$W, \% \text{ від м.с.г.}$	(0,75-0,85) найменшої вологості
Фізико – хімічні показники ґрунту: - загальна та токсична засоленість - співвідношення катіонів у водній витяжці - рН ґрунтового розчину	$S, S_T, \% \text{ на } 100 \text{ г ґрунту}$ $Na/\sqrt{Ca}, Na/\sqrt{Mg}$ $pH_{гр}$	0,2; 0,1 <0,6 не нормується
Агрохімічні показники ґрунту: - вміст гумусу - склад гумусу	$\Gamma, \%$ $Cg/Cф$	для кожного типу ґрунту своє значення
<b>Факторні показники меліоративного режиму (що впливають), <math>T_y^ф</math></b>		
Допустимі межі регулювання рівнів ґрунтових вод	$H, м$	$H_{кр}$
Якість зрошувальної води: - мінералізація - співвідношення катіонів у зрошувальній воді - рН зрошувальної води	$г/дм^3$ $(Na 100)/(Ca+Mg)$ -	< 0,8 < 25 < 7,5
Інтенсивність та спрямованість волого – та водообміну відповідно: - між зоною аерації і зоною насичення ґрунтовими водами - зоною насичення ґрунтовими водами і нижчезалегаючими підземними водами	$\pm Q, мм$ $\pm q, мм$	не нормується не нормується

До індикаторних відносяться: водно-фізичні, фізико – хімічні та агрохімічні показники ґрунту (допустимі межі регулювання вологості кореневмісного шару ( $W$ ), загальна та токсична засоленість ( $S, S_T$ ), співвідношення катіонів у водній витяжці ( $Na/\sqrt{Ca}, Na/\sqrt{Mg}$ ), вміст гумусу ( $\Gamma$ ) та його склад).

До факторних показників відносяться: допустимі межі регулювання рівнів ґрунтових вод, якість зрошувальної води (мінералізація, хімічний склад), інтенсивність та напрямки волого – ( $Q$ ) та водообміну ( $q$ ) відповідно: між зоною аерації і зоною насичення ґрунтовими водами та зоною насичення ґрунтовими водами і нижчезалегаючими підземними водами.

Показники мають свої умовні позначення, розмірність. Тому об'єднати їх у єдиний показник неможливо без відповідної обробки.

За таких умов їх необхідно привести до безрозмірної величини за допомогою статистичних індексів. Для цьо-

го застосовується перероблена формула індексу:

$$P_{yi} = \frac{P_i}{P_{оон}}, \quad (1)$$

де  $P_{yi}$  - коефіцієнти визначених значень показників меліоративного режиму;

$P_i$  - існуючі значення показників меліоративного режиму;

$P_{оон}$  - гранично – допустимі значення показників меліоративного режиму.

По кожній групі показників меліоративного режиму кожного із досліджуваних ландшафтів визначаються інтегрований індикаторний та інтегрований факторний показники в залежності від перемноження коефіцієнтів визначених значень для індикаторних та факторних показників меліоративного режиму. Для цього використовується властивість системи як мільтиплікативність:

$$T_y^o = P_{y1}^o \times P_{y2}^o \times \dots \times P_{yn}^o, \quad (2)$$

$$T_y^\phi = P_{y1}^\phi \times P_{y2}^\phi \times \dots \times P_{yn}^\phi, \quad (3)$$

де  $T_y^o, T_y^\phi$  – відповідно: інтегрований індикаторний та інтегрований факторний показники меліоративного режиму;

$P_{y1}^o, P_{y2}^o, \dots, P_{yn}^o$  - коефіцієнти визначених значень індикаторних показників меліоративного режиму (визначаються за формулою 1 для кожного оціночного показника меліоративного режиму окремо);

$P_{y1}^\phi, P_{y2}^\phi, \dots, P_{yn}^\phi$  - коефіцієнти визначених значень факторних показників меліоративного режиму (визначаються за формулою 1 для кожного факторного показника меліоративного режиму окремо).

Типовість досліджуваних ландшафтів визначається окремим порівнянням інтегрованих індикаторних та інтегрованих факторних показників між собою:

$$\frac{T_{y1}^o}{T_{y2}^o}, \quad (4)$$

$$\frac{T_{y1}^\phi}{T_{y2}^\phi}, \quad (5)$$

де  $T_{y1}^o, T_{y2}^o$  – відповідно: інтегровані індикаторні показники меліоративного режиму порівнюваних агроландшафтів;

$T_{y1}^\phi, T_{y2}^\phi$  – відповідно: інтегровані факторні показники меліоративного режиму порівнюваних агроландшафтів.

### Висновки, перспективи подальших досліджень.

Антропогенно змінений ландшафт представляють сьогодні складні природно-технічні (ландшафтно-меліоративні) системи. Індикаторами оцінки сучасного стану таких ландшафтів виступають ґрунт і рівень біорізноманіття, що враховано при визначенні інтегрованого показника типовості досліджуваних ландшафтів.

Використання запропонованого методу визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів дозволить створити бази достовірної картографічної і атрибутивної ландшафтно-екологічної інформації, необхідної для передпроектних робіт і прийняття передпроектних рішень. Виконання типізації модельних ділянок відбувається зі зменшенням кількості відбору досліджуваних зразків, які характеризують стан досліджуваних ландшафтів у порівнянні з іншими існуючими методами.

Можна констатувати, що визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів є дуже важливим науковим питанням. Проаналізувавши наявні в даний час методи типовості, необхідно проводити подальшу роботу з удосконалення існуючих і розробки нових методів визначення типовості антропогенно змінених ландшафтів, особливо в умовах глобальної зміни клімату.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Тупицын Б.А. Полищук Р.М., Асатрян В.Т. Применение производственного моделирования при изучении способов улучшения мелiorативного состояния орошаемых земель // Тр. Кишиневского с.-х. ин-та. - 1975. - Т.149. - С.25-28.
2. Шабанов В.В., Рудаченко Е.П. Типизация объектов сельскохозяйственных мелiorаций. - «Вестник с.-х. науки» - 1971 - № 1. - С. 83-86.
3. Шинкаревский Г.М., Тупицын Б.А. Обоснование типичности опытного участка при изучении эффективности работы дренажа. Репринт, 1981.
4. Ладичук Д.О. Особливості формування водно-солевого режиму темно-каштанових ґрунтів півдня України в умовах тривалого зрошення на фоні горизонтального дренажу: дис. ... канд. с. - х. наук: 06.01.02 / Д. О. Ладичук. - Херсон, 2000. - 247 с., іл.
5. Морозов В.В., Ладичук Д.О., Сафонова О.П. Критерії оцінки родючості агроландшафтів півдня України в сучасних умовах землекористування. // Вісник Харківського національного аграрного університету. - №1. - Харків, 2004. - С. 147-151.
6. Ладичук Д.О., Гайдабура О.М. Сучасні методи визначення типовості агроландшафтів // Таврійський науковий вісник: Науковий журнал. Вип. 81. - Херсон: Гринь Д.С., 2012. - С. 319-324
7. Оптимизация мелiorативных режимов орошаемых и осушаемых сельскохозяйственных земель. Рекомендации. - М.: ВО Агрпроимиздат, 1990. - 59 с.

### REFERENCES

1. Tupitsyn B.A. Polishchuk R.M., Asatryan V.T. Primeneniye proizvodstvennogo modelirovaniya pri izuchenii sposobov uluchsheniya meliorativnogo sostoyaniya oroshayemykh zemel' // Tr. Kishinevskogo s.-kh. in-ta. - 1975. - T.149. - S.25-28.
2. Shabanov V.V., Rudachenko Ye.P. Tipizatsiya ob'ektov sel'skokhozyaystvennykh melioratsiy. - «Vestnik s.-kh. nauki» - 1971 - № 1. - S. 83-86.
3. Shinkarevskiy G.M., Tupitsyn B.A. Obosnovaniye tipichnosti opytnogo uchastka pri izuchenii effektivnosti raboty drenazha. Reprint, 1981.
4. Ladychuk D.O. Osoblyvosti formuvannya vodno-solovoho rezhymu temno-kashtanovykh gruntiv pivdnya Ukrainy v umovakh tryvaloho zroshennya na foni horyzontalnoho drenazhu: dys. ... kand. s. - kh. nauk: 06.01.02 / D. O. Ladychuk. - Kherson, 2000. - 247 s., il.
5. Morozov V.V., Ladychuk D.O., Safonova O.P. Kryteriyi otsinky rodyuchosti ahrolandshaftiv pivdnya Ukrainy v suchasnykh umovakh zemlekorystuvannya. // Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho ahramoho universytetu. - №1. - Kharkiv, 2004. - S. 147-151.
6. Ladychuk D.O., Haydabura O.M. Suchasni metody vyznachennya typovosti ahrolandshaftiv // Tavriyskyy naukovyy visnyk: Naukovyy zhurnal. Vyp. 81. - Kherson: Hrin D.S., 2012. - S. 319-324
7. Optimizatsiya meliorativnykh rezhimov oroshayemykh i osushayemykh sel'skokhozyaystvennykh zemel'. Rekomendatsii. - M.: VO Agropromizdat, 1990. - 59 s.

### Method of determination of antropogenic changed landscapes for the projects for reclamative building in the steppe zone of Ukraine

**D. O. Ladychuk, N. M. Shaporynska, M. M. Voloshyn, V. D. Ladychuk**

**Abstract.** The paper represents the method of typiration considering a landscape as the system of interconnected components which can be only indicator or factor indexes. It is possible on the basis of the existing methods of typiration of territories for reclamation construction and on the basis of many years of our own research.

**Keywords:** типовість, антропогенно змінений ландшафт, меліоративний режим, індикаторні показники, факторні показники, інтегровані показники.

### Метод определения типичности антропогенно измененных ландшафтов для проектов мелiorативного строительства в степной зоне Украины

**Д. А. Ладьчук, Н. М. Шапоринская, Н. Н. Волошин, В. Д. Ладьчук**

**Аннотация.** В статье на основе анализа существующих методов типизации территорий под мелiorативное строительство и на основе многолетних собственных исследований предложен метод типизации, рассматривающий ландшафт, как систему взаимосвязанных составляющих, которые одновременно могут быть только индикаторными или факторными показателями.

**Ключевые слова:** типичность, антропогенно измененный ландшафт, мелiorативный режим, индикаторные показатели, факторные показатели, интегрированные показатели.

## Способ определения безопасного маневра расхождения судна изменением курса в ситуации опасного сближения с двумя целями

Э. Н. Пятаков, В. Э. Пятаков, Т. Ю. Омельченко  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-19>

Национальный Университет «Одесская Морская Академия», Одесса, Украина  
Corresponding author. E-mail: burmaka-mob@ukr.net

Paper received 24.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Аннотация.** Для ситуации сближения судна с двумя целями предложен способ формирования областей недопустимых значений параметров движения судна относительно каждой из них. Получена процедура оценки опасности возникшей ситуации сближения по каждой цели применением сформированных областей. Показана возможность выбора маневра расхождения общим отклонением от двух целей с помощью областей недопустимых значений параметров движения судна. В качестве примера рассмотрены три ситуации сближения судна с двумя целями.

**Ключевые слова:** безопасность судовождения, процесс расхождения судов, области недопустимых параметров, маневр общим отклонением.

**Введение.** Проблема обеспечения безопасности судовождения является одной из важнейших, - от ее успешного решения зависит уменьшение количества аварийных случаев и, как следствие, снижение вреда человеческой жизни, окружающей среде, имуществу и производственным процессам.

Навигационные препятствия и интенсивное судоходство значительно осложняют плавание морских судов в стесненных районах и создают предпосылки для возникновения аварийных ситуаций. Стесненные воды являются сложными районами плавания, в которых происходит свыше 80 % всех навигационных аварий, что свидетельствует о большой сложности условий плавания и несовершенстве методов судовождения в стесненных водах.

Особенностями плавания в стесненных районах является быстротекущее изменение навигационной ситуации, что требует разработки оперативных и простых в использовании методов оценки опасности сближения и, в случае необходимости, выбора безопасного маневра расхождения. Нынешнее компьютерное оснащение производственных процессов и высокий уровень использования на судне информационных технологий определяют необходимость компьютерной реализации предлагаемых методов предотвращения столкновения судов. Следовательно, разработка способов управления судами, которые опасно сближаются, почему посвященная данная работа, является актуальным и перспективным научным направлением.

**Краткий обзор публикаций по теме.** В работе [1] для описания процесса расхождения используются методы теории оптимальных дискретных процессов, а в работе [2] предлагается формализовать процесс расхождения методом нелинейной интегральной инвариантности.

Принципы локально-независимого и внешнего управления процессом расхождения опасно сближающихся судов рассмотрены в работе [3], а также приведен анализ методов их реализации, причем в работе [4] проведено подробное исследование методов локально-независимого управления и предложен метод формирования гибких стратегий расхождения. В работе [5] рассмотрены взаимодействие судов в ситуации опасного сближения и выбор стратегии расхождения для предупреждения их столкновения, а процедура выбора оптимального стандартного маневра расхождения пары судов рассмотрена в работе [6]. Экстренная стратегия расхождения в ситуации чрезмерного сближения судов предложена в работе [7].

В работе [8] излагается теоретическое обоснование автономной судовой системы отклонения от столкновения СА. Совместно с алгоритмом по отклонению от столкновения рассмотрены дополнительно Правила отклонения от столкновения COLREG. Также рассматриваются требования к автономной навигации, учитывающие факторы, которые влияют на процесс отклонения от столкновения. Отмечается, что исследования по автоматизации управления судном могут быть представлены классическим подходом, основанным на математических моделях и алгоритмах, или компьютерной технологией, использующую искусственный интеллект. Причем областью искусственного интеллекта для систем автономного отклонения от столкновения, рассматриваемых в статье, являются эволюционные алгоритмы, логика фуззи, экспертные методы, нейросеть и комбинация этих методов — гибридные системы.

Вопросы учета навигационных опасностей и инерционности судна при выборе стратегии расхождения судна освещены в работах [9, 10].

Метод оценки риска столкновения с использованием режима истинного движения рассматривается и обсуждается в работе [11]. Отмечается, что необходимо разработать полезное приложение для использования данных, таких как АИС для обеспечения безопасности и эффективности работы судна. АИС является системой пригодной для сбора информации о целях, но эта информация пока используется неэффективно. Одной из причин возможного столкновения судов является метод оценки риска столкновений. Обычно риск столкновения судна оценивается по значению параметров точки кратчайшего сближения (СПА), которая связана с относительным движением. В этом случае трудно обнаружить пропуск опасной цели при плавании в стесненных водах. В статье вводятся линия прогнозируемого столкновения (ЛОПС) и зона препятствий по цели (ОЗТ) для оценки риска столкновения, эти значения связаны с истинным движением, и это дает возможность выявить ситуации опасного сближения и обеспечить безопасное плавание проход в стесненных водах. В работе [12] предложено описание процесса расхождения судов в терминах дифференциальной антагонистической игры. Анализируемые работы вносят значительный вклад в теорию решения проблемы предупреждения столкновений судов, однако при формировании стратегии расхождения они не предусматривают возникновение ситуации опасного сближения судна с несколькими целями.

**Цель.** Целью настоящей статьи является изложение процедуры выбора маневра расхождения судна измене-



нием курса при сближении с двумя целями с помощью областей недопустимых значений параметров его движения.

**Материалы и методы.** При локально-независимом управлении, как указывается в работе [13], оценка опасности ситуации сближения судна с целью может производиться с помощью области недопустимых параметров движения судна  $\Omega_d$ , границы которой определяются для сближения судна с целью на встречных курсах следующими аналитическими зависимостями:

$$K_1^{(1)} = \gamma^{(1)} + \arcsin \frac{V_2 \sin(K_2 - \gamma^{(1)})}{V_1}, \quad (1) \quad \text{причем}$$

$$V_1 \geq V_2 \sin(K_2 - \gamma^{(1)});$$

$$K_1^{(2)} = \gamma^{(2)} + \arcsin \frac{V_2 \sin(K_2 - \gamma^{(2)})}{V_1}, \quad (2)$$

здесь  $V_1 \geq V_2 \sin(K_2 - \gamma^{(2)})$ .

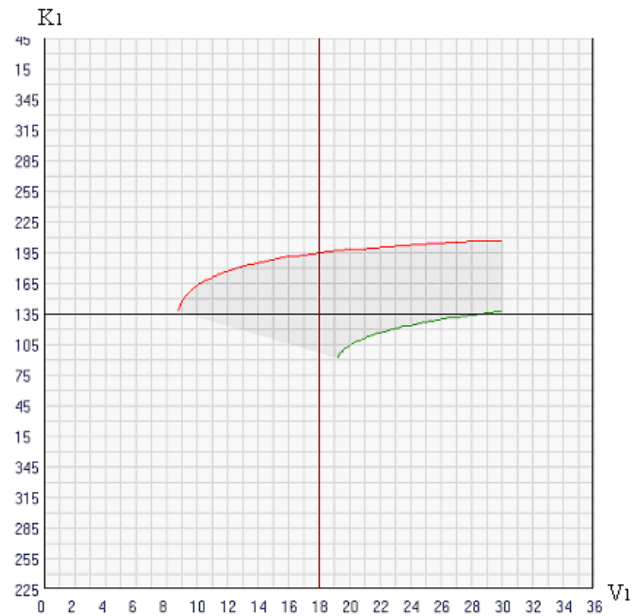
В приведенных выражениях  $K_1$  и  $V_1$  - параметры движения судна,  $K_2$  и  $V_2$  - параметры движения цели,  $\gamma^{(1,2)} = \alpha \mp \arcsin \frac{d_d}{D}$ , причем  $\alpha$  и  $D$  - пеленг на цель и дистанция до нее,  $d_d$  - предельная дистанция сближения.

Помимо приведенных выражений в работе [13] представлено графическое изображение области  $\Omega_d$ , аналогичное изображение для параметров движения судна  $K_1 = 135^\circ$  и  $V_1 = 18$  узлов показано на рис. 1.

Область недопустимых параметров движения судна  $\Omega_d$  позволяет оценить наличие опасности при сближении судна с целью. Если точка с параметрами движения судна  $(K_1, V_1)$  принадлежит области  $\Omega_d$ , то сближение является опасным, если же нет - судно и цель сближаются безопасно. При опасном сближении судна с целью область  $\Omega_d$  позволяет выбрать маневр расхождения изменением курса судна при неизменной его скорости. Такому маневру соответствует точка  $(K_{1y}, V_1)$  с курсом уклонения  $K_{1y}$ , находящаяся на границе области  $\Omega_d$ . Для нашего примера, как следует из рис. 1, безопасный курс уклонения  $K_{1y}$  достигается увеличением до  $195^\circ$ .

Очевидно, принцип оценки ситуации сближения и выбора безопасного курса уклонения с помощью области недопустимых значений параметров движения судна  $\Omega_d$  можно распространить на ситуацию сближения судна с несколькими целями, формируя области  $\Omega_d$  для каждой из встречных целей.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим ситуацию сближения судна с двумя целями, которая характеризуется параметрами движения судна  $K_1$  и  $V_1$ , параметрами движения первой цели  $K_2$  и  $V_2$ , параметрами движения второй цели  $K_3$  и  $V_3$ , пеленгами на цели  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{13}$ , а также дистанциями до них  $D_{12}$  и  $D_{13}$ . Сближение судна с первой целью характеризуется областью недопустимых значений параметров движения судна  $\Omega_d^{(1,2)}$ , границы которой рассчитываются с помощью формул (1) и (2), причем для расчета принимаются параметры  $K_2, V_2, \alpha_{12}$  и  $D_{12}$ .



**Рис. 1.** Область  $\Omega_d$  при сближении судна с целью на встречных курсах

Аналогично формируется область  $\Omega_d^{(1,3)}$  для сближения судна со второй целью, в этом случае границы области  $\Omega_d^{(1,3)}$  рассчитываются по параметрам  $K_3, V_3, \alpha_{13}$  и  $D_{13}$ . Затем производится проверка принадлежности точки параметров движения судна  $(K_1, V_1)$  каждой из областей  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$ , в результате которой делается заключение об опасности сближения судна с каждой из целей. В случае необходимости маневр расхождения судна изменением курса выбирается таким образом, чтобы точка  $(K_{1y}, V_1)$  с курсом уклонения  $K_{1y}$  не принадлежала областям  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$ , т. е. было справедливо условие  $(K_{1y}, V_1) \notin \Omega_d^{(1,2)} \cup \Omega_d^{(1,3)}$ . При этом точка  $(K_{1y}, V_1)$  должна находиться на границе одной из областей.

В дальнейшем в качестве примера рассмотрим несколько ситуаций сближения судна, следующего курсом  $K_1 = 80^\circ$  и скоростью  $V_1 = 23$  узла с двумя целями и произведем из анализ на необходимость выбора маневра расхождения изменением курса судна. Первая ситуация сближения судна с целями показана на рис. 2, а области недопустимых значений параметров движения судна  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$ , построенные для предельной дистанции сближения  $d_d = 1,0$  мили, приведены на рис. 3. Точка с параметрами движения судна принадлежит обоим областям, поэтому судно опасно сближается с первой целью на дистанцию кратчайшего сближения  $D_{\min 1} = 0,14$  мили и со второй целью на  $D_{\min 2} = 0,70$  мили. Поэтому для безопасного расхождения с обоими целями судно должно отвернуть либо вправо на курс  $K_{1y} = 118^\circ$ , либо влево на курс  $K_{1y} = 58^\circ$  (рис. 3).

Вторая ситуация сближения судна с целями показана на рис. 4, причем судно следует с теми же параметрами движения. Анализ областей  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$ , представленных на рис. 5, показывает, что  $(K_{1y}, V_1) \notin \Omega_d^{(1,2)}$  и

судно безопасно расходится с первой целью. Для области  $\Omega_d^{(1,3)}$  сближения со второй целью характерно  $(K_{ly}, V_1) \in \Omega_d^{(1,3)}$  и судно опасно сближается с ней на дистанцию кратчайшего сближения  $D_{min2} = 0,09$  мили. Для безопасного расхождения судну целесообразно уклонится вправо на курс  $K_{ly} = 104^\circ$ , как показано на рис. 5.

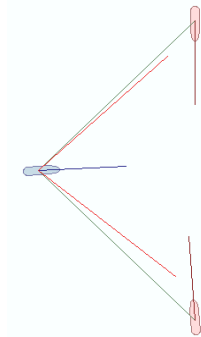


Рис. 2. Первая ситуация сближения судов

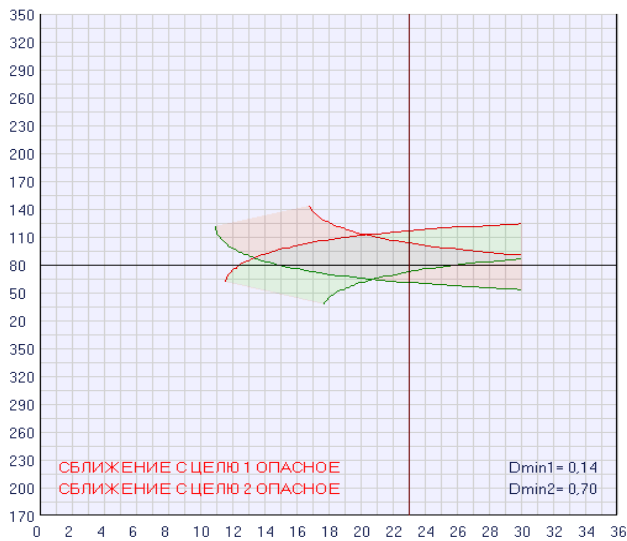


Рис. 3. Области  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$  при первой ситуации сближения

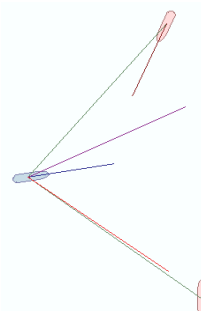


Рис. 4. Вторая ситуация сближения судов

На рис. 6 отображена третья ситуация сближения судов. Области  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$  показаны на рис. 7, из которого следует, что судно чисто расходится с обеими целями на дистанциях превосходящих предельную дистанцию сближения  $d_d$ . Поэтому выбор маневра расхождения в этой ситуации не требуется. Помимо рассмотренного способа расхождения судна с обоими целями общим маневром уклонения может оказаться целесообразным применение двух последовательных уклонений от каж-

дой из целей с использованием областей недопустимых значений параметров движения судна.

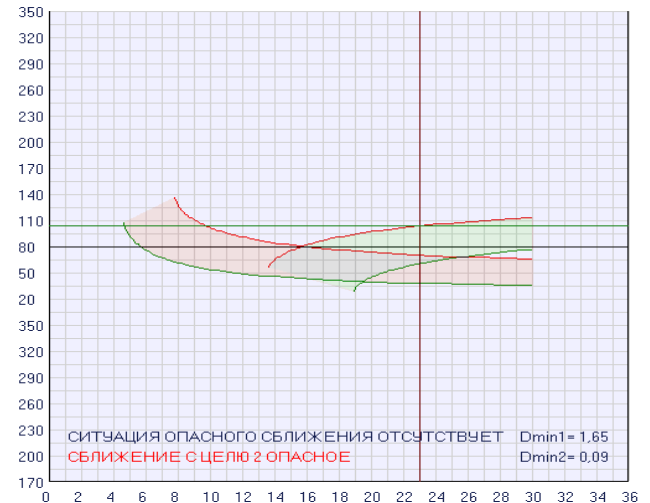


Рис. 5. Области  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$  в случае второй ситуации сближения

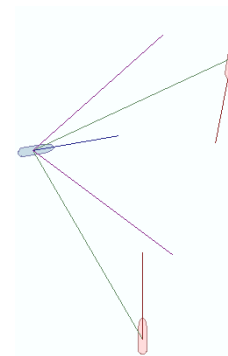


Рис. 6. Третья ситуация сближения судов

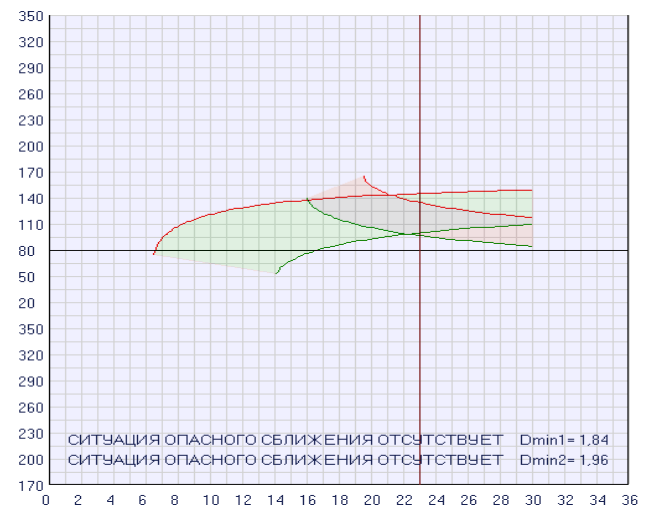


Рис. 7. Области  $\Omega_d^{(1,2)}$  и  $\Omega_d^{(1,3)}$  в случае третьей ситуации сближения

Данный вопрос находится в процессе исследования, результаты которого планируется опубликовать в будущем.

#### Выводы

1. Предложен способ формирования областей недопустимых значений параметров движения судна для ситуации его сближения с двумя целями.
2. Получена процедура оценки опасности ситуации сближения относительно каждой из целей с помощью сформированных областей.

3. Показано, что с помощью областей недопустимых значений параметров движения судна возможен выбор

маневра расхождения общим уклонением от двух целей и приведены примеры трех ситуаций сближения судов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Куликов А. М. Оптимальное управление расхождением судов / А. М. Куликов, В. В. Поддубный // Судостроение. – 1984. - № 12. - С. 22-24.
- Павлов В.В. Некоторые вопросы алгоритмизации выбора маневра в ситуациях расхождения судов/ В.В. Павлов, Н.И. Сеньшин // Кибернетика и вычислительная техника. – 1985. - № 68. - С. 43-45.
- Бурмака И.А. Управление судами в ситуации опасного сближения / И.А. Бурмака, Э.Н. Пятаков, А.Ю. Булгаков - LAP LAMBERT Academic Publishing, - Саарбрюккен (Германия), – 2016. - 585 с.
- Цымбал Н.Н. Гибкие стратегии расхождения судов / Н.Н. Цымбал, И.А. Бурмака, Е.Е. Тюпиков. - Одесса: КП ОГТ, 2007. – 424 с.
- Пятаков Э.Н. Взаимодействие судов при расхождении для предупреждения столкновения / Пятаков Э.Н., Бужбецкий Р.Ю., Бурмака И.А., Булгаков А.Ю. – Херсон: Гринь Д.С., 2015. - 312 с.
- Сафин И.В. Выбор оптимального маневра расхождения / И.В. Сафин // Автоматизация судовых технических средств. - №7. - 2002. - С. 115-120.
- Бурмака И.А. Экстренная стратегия расхождения при чрезмерном сближении судов / Бурмака И.А., Бурмака А. И., Бужбецкий Р.Ю. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. –202 с.
- Statheros Thomas. Autonomous ship collision avoidance navigation concepts, technologies and techniques / Statheros Thomas, Howells Gareth, McDonald-Maier Klaus. // J. Navig. 2008. 61, № 1, p. 129-142.
- Петриченко Е.А. Вывод условия существования множества допустимых маневров расхождения с учетом навигационных опасностей / Петриченко Е.А. // Судовождение. – 2003. – №.6. – С. 103 - 107.
- Бурмака И.А. Результаты имитационного моделирования процесса расхождения судов с учетом их динамики / Бурмака И.А. // Судовождение. – 2005. - №10. – С. 21 – 25.
- Imazu H. Evaluation Method of Collision Risk by Using True Motion / Imazu H.// TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. 2017, Vol. 11, No. 1, pp. 65-70.
- Lisowski J. Game and computational intelligence decision making algorithms for avoiding collision at sea/ Lisowski J. // Proc. of the IEEE Int. Conf. on Technologies for Homeland Security and Safety. - 2005. – Gdańsk. – P. 71 - 78.
- Волков Е.Л. Выбор маневра расхождения судна изменением курса с помощью области недопустимых параметров движения / Волков Е.Л. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue: 132, 2017.- С. 97 - 101.

#### REFERENCES

- Kulikov A.M. Optimum management by divergence of vessels/Kulikov A.M., and Poddubnyy V.V.//Sudostroenie.-1984.- №12.-p. 22 - 24.
- Pavlov V.V. Some questions of choice of maneuver in the situations of divergence of vessels/ Pavlov V.V., Senshin N.I. // Kibernetika i vychislitel'naya tekhnika. - 1985.- №68. - p. 43 - 45.
- Burmaka I. Management by vessels in the situation of dangerous rapprochement/Burmaka I., Pyatakov E., Bulgakov A.- LAP LAMBERT Academic Publishing, - Saarbrücken (Germany), – 2016. - 585 p.
- Tsymbal N. Flexible strategies of divergence of vessels / N. Tsymbal, I.Burmaka, E. Tyupikov, Odessa: KP OGT, 2007. – 424 p.
- Pyatakov E.Cooperation of vessels at divergence for warning of collision / Pyatakov E., Buzhbetskiy R., Burmaka I., Bulgakov A., Kherson: Grin D.S., 2015. - 312 p.
- Safin I.V. Choice of optimum maneuver of divergence / I.V. Safin // Avtomatizatsiya sudovykh tekhnicheskikh sredstv. - 2002.- №7. - p. 115-120.
- Burmaka I. Urgent strategy of divergence at excessive rapprochement of vessels / Burmaka I., Burmaka A., Buzhbetskiy R. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. – 202 p.
- Petrichenko E.A. Conclusion of condition of existence of great number of possible manoeuvres of divergence taking into account navigation dangers/ Petrichenko E.A. // Sudovozhdenie.- 2003.- №6. - p. 103 - 107.
- Burmaka Y.A. Results of imitation design of process of divergence of vessels taking into account their dynamics / Burmaka Y.A.// Sudovozhdenye: sb. nauchn. trudov. - 2005.- №10. - P. 21 – 25.
- Volkov Ye.L. Choosing the manoeuvre of vessels rapprochement by course alternation with the help of unacceptable parameters of movement/Volkov Ye.L.//Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences, V(14), Issue:132, 2017.-C.97-101.

**Способ определения безопасного маневра расхождения судна изменением курса в ситуации опасного сближения с двумя целями**

**Э. Н. Пятаков, В. Э. Пятаков, Т. Ю. Омельченко**

**Аннотация.** Для ситуации сближения судна с двумя целями предложен способ формирования областей недопустимых значений параметров движения судна относительно каждой из них. Получена процедура оценки опасности возникшей ситуации сближения по каждой цели применением сформированных областей. Показана возможность выбора маневра расхождения общим уклонением от двух целей с помощью областей недопустимых значений параметров движения судна. В качестве примера рассмотрены три ситуации сближения судна с двумя целями.

**Ключевые слова:** безопасность судовождения, процесс расхождения судов, области недопустимых параметров, маневр общим уклонением.

**Method of determination of safe maneuver of divergence of ship by the change of course in the situation of dangerous rapprochement with two targets**

**E. N. Pyatakov, V. E. Pyatakov, T. Yu. Omelchenko**

**Abstract.** For the situation of rapprochement of ship with two targets the method of forming of regions of impermissible values of parameters of motion of ship in relation to each of them is offered. Procedure of estimation of danger of arising up situation of rapprochement on every purpose is got by application of the formed regions. Possibility of choice of maneuver of divergence by common deviation from two targets by the regions of impermissible values of parameters of motion of ship is shown. As an example three situations of rapprochement of ship with two targets are considered.

**Keywords:** safety of navigations, process of divergence of vessels, region of impermissible parameters, maneuver by common deviation.

## Dispatching and digital solutions as a concept of urban infrastructure in a smart city

O. V. Stepanets, K. N. Nikolaieva, S. V. Lubitskyi, D. A. Kondratenko, D. A. Poputnikov  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-20>

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»  
Oleksandr Stepanets. E-mail: stepanets.av@gmail.com

Paper received 27.01.18; Revised 01.02.18; Accepted for publication 05.02.18.

**Abstract.** The article describes the concept of a smart city creating with the help of modern devices and solutions in the field of automation. It is based on a research project «Smart-city garbage and logistic systems», created on the basis of the university. It is described the implementation of a dispatch control system by municipal services of the city. The authors also showed how, by means of integrating the management systems of the individual city services, to increase the safety and comfort of residents, improve the management of the lighting system, prevent accidents and provide timely service of the city.

**Keywords:** *Smart city, dispatching, control system, logistic, municipal services automation.*

Modern cities have accumulated a lot of social, technological and ecological problems. That is a reason why cities have become an experimental field for nowadays-digital era. The combination of newest information technologies with urban infrastructure and human services allows us not only to improve life but also to save money [1]. As a fact, Big Data Analysis approaches in monitoring sphere and directly in civil municipal services have become more and more actual.

Moreover, «Smart City» projects have a series of problems that are still unsearched absolutely or they have still on the development stage for solving. These are problems of standardizing protocols, collection and transformation of logged information, ensuring understanding between various departments of infrastructure, creating a single global standard and universal data transformation method. Besides these, the issue of investment is still one of the most important. Especially in small cities, there are typical problems related to the infrastructure readiness to adopt entirely new business models.

It was interesting how to improve life conditions in cities with a help of program technologies solutions, data acquisition and analyzing. It was realized consider some control management systems in smart city. They are street lighting, environmental control system, garbage control system and its logistic collection and intellectual parking.

These solutions enable to reduce a consumption of natural resources, performing the city control system more efficiency. Centralized dispatching help to improve economic performance, by the time systems of smart city also enhance control and security for citizens. There are some solutions presented in the article. They are like program technology examples that demonstrate how a smart city concept could be implemented by separate modules. After that, modules have been integrated into central control system.

Smart cities is a modern trend in cities development [2, 3]. Achievements of progress make it possible to form cyber-physical systems [4] and consider cities as control objects. These can be both individual elements and the integration of a large number of engineering systems.

The components of the smart city is a separate smart decision [5] and complex integration concept [4, 6]. The MK: Smart [6] project uses energy and water consumption information, the urban transport situation, satellite data and social information sources for improving living standards in the city of Milton Keynes, England. Univer-

sities, business structures and the municipality interact in this valuable project.

Intelligent parking in the city of Colin, the Czech Republic [5] with the possibility of remote indication of free parking space. Billing can predict city traffic and increased city revenue from parking services up to 120%. Intelligent cars presence sensors in parking spaces, the database of the sensors and the duration of paid parking, visualization system as information boards located next to the parking were used. Everyone is provided with up-to-date parking information through a web browser, and the police have a mobile application that informs about violators of parking rules

The analyzed data can be used for urban transformation [6], developing their strengths after analyzing and factors classifying, qualitative and quantitative assessments of the technological solution implementation on energy efficiency and environmental friendliness [8]. Besides these, the development of the intellectual urban infrastructure concept generates the need for new technical and software solutions [9, 10] and leads to increasing an attention to security and cyber defense issues [11, 12].

The goal is certainly to create a realistic innovation city model based on using the application of new technologies solutions in automation and networks. Our main idea was to demonstrate modern technologies implementation for city control optimizing and its particular systems. Light control system, environment control system, garbage pollution and logistic control system combined into one management control system. With a help of what it is a great possibility to regulate all existing control systems from a dispatching point and determine alarm mode of a particularly location point in a proper time.

In addition, it is interesting to research how to combine a common electronic sensors and units with enterprise automation and networks. Because of its cooperation, a modern urban infrastructure control system could be implemented and modernized.

The concept of «Smart City» [12] considers the city like the human body. For example, video surveillance system – is like «eyes», sensor network – receptors, executive departments and city services – «the limbs and fingers», transport system – «the blood vessels and arteries». The brain, as an organ of thought – the bodies of municipal management and situational centers, brain and memory – data processing centers (DPC). It is about cre-

ating more intelligent, busy lifestyles both in urban and in rural areas. Connecting the unconnected, expanding Internet of Everything (IoE) connections and improves the standard of citizens life, quality of education and health care. Human body structure have become so-called prototype for city control systems.

The crucial elements of model is all municipal service trucks. Especially police and garbage collection cars. Because, they have the most frequently truck movement around the city. It is a grate possibility to collect all the

information from sensors with a defined period. Then information could be sent to the dispatching center. In our project, we chosen a garbage truck with built in sensors of environment temperature, humidity, noise level, radiation and lighting level. Special checkpoints on the road give a command to the built-in microcontroller to send the measured values to a datacenter (Fig. 1). With a help of GPS navigator operator can define an appropriate checkpoints and perform a program comparison with a current truck location point.

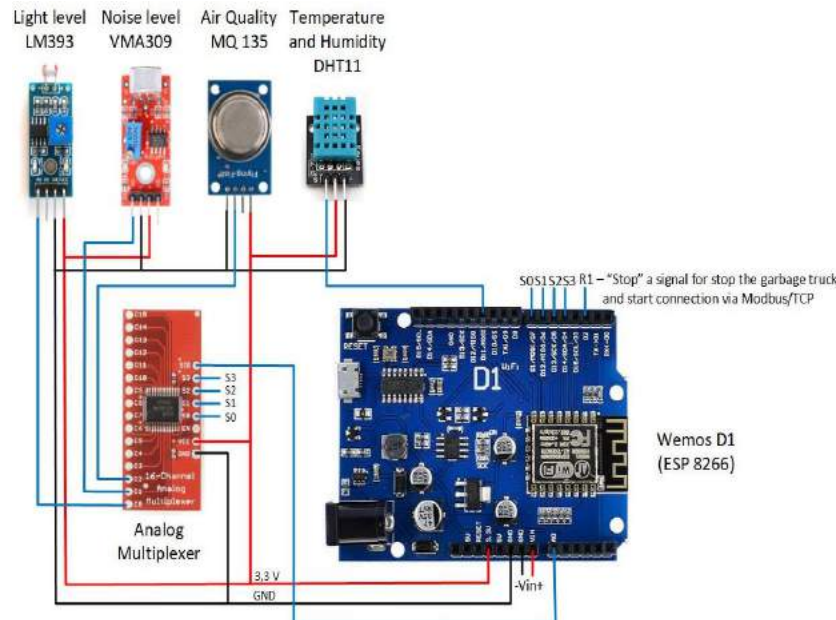


Fig. 1. Garbage truck sensors module

Another control system is lighting. It is not necessary to light on street lamps when the sun light is enough. One more issue is a light intensity. To solve both of these problems the control system of lighting is needed. For its implementation, built-in presence detectors should be used. When somebody or something is standing on the road, an appropriate street lamp is going to increase its light intensity. In this way, government can control the electricity and reduce its consumption. Previously, there was a light level sensor described. It helps to measure a light intensity. When it is not enough, a system help to identify the lamp with an impairment and sent a message to a service center.

One else very important part for residents is a garbage control system (Fig. 2). The most valuable data for this system is the level of the city garbage bins. The measurement of garbage is performed with a help of mounted sensors under the bin covers. They send data to the program controller continuously. That is why dispatcher could know information about city pollution condition. Moreover system could select the an optimize route by the program application. This solution give a possibility to control a traffic and its loading, pollution and to define an element's breakages.

It is always problematic to park your car especially in big cities. That is a reason to mount an intelligent parking control city. Such system is an essential part for integrated city control system. The parking management system has two levels of a logical structure. The lowest is cameras mounted around a parking area. Cameras detect cars and

its numbers, and then send data to the server. It is the high structure level. There is a possibility to process received information in a way of web application, then everybody who want to park its car could open an application and define a free places. It can be also a charge parking created with a help of car number recognition. This approach allows combining all the information about parking in one network and enabling drivers to plan their routes, recognizing misdemeanors and damages.

There are often situations with a traffic loading. Sometimes it is happen because of large-tonnage truck. That is why traffic control system with special roadside columns with mounted cameras are needed.

This approach allows you to combine three important aspects:

- optimal moving around the city streets;
- surveillance over the road situation. It increases safety of citizens and speed up the efficiency work of the police in emergencies;
- possibility of more accurate and fair assessment of the road accident situations;

All of the city control systems united into Metropolitan area network (MAN). The main processes are performed in a program controller or Industrial Personal Computer (IPC) installed in the data center.

To visualize all the control systems, conditions of its elements and important values Human Machine Interface system should be implemented. It helps to manage and control remotely all of the city municipals. Dispatcher could know where the municipal cars are and in what

direction they are moving. The information about the garbage level could be displayed onto the operator screen. With a help of HMI system there is a possibility to check all the control parameters of the city, some statistic data, a

truck movement and emergency condition of lights. You can also select working modes (automatic/hand) and make some tests or diagnostics.

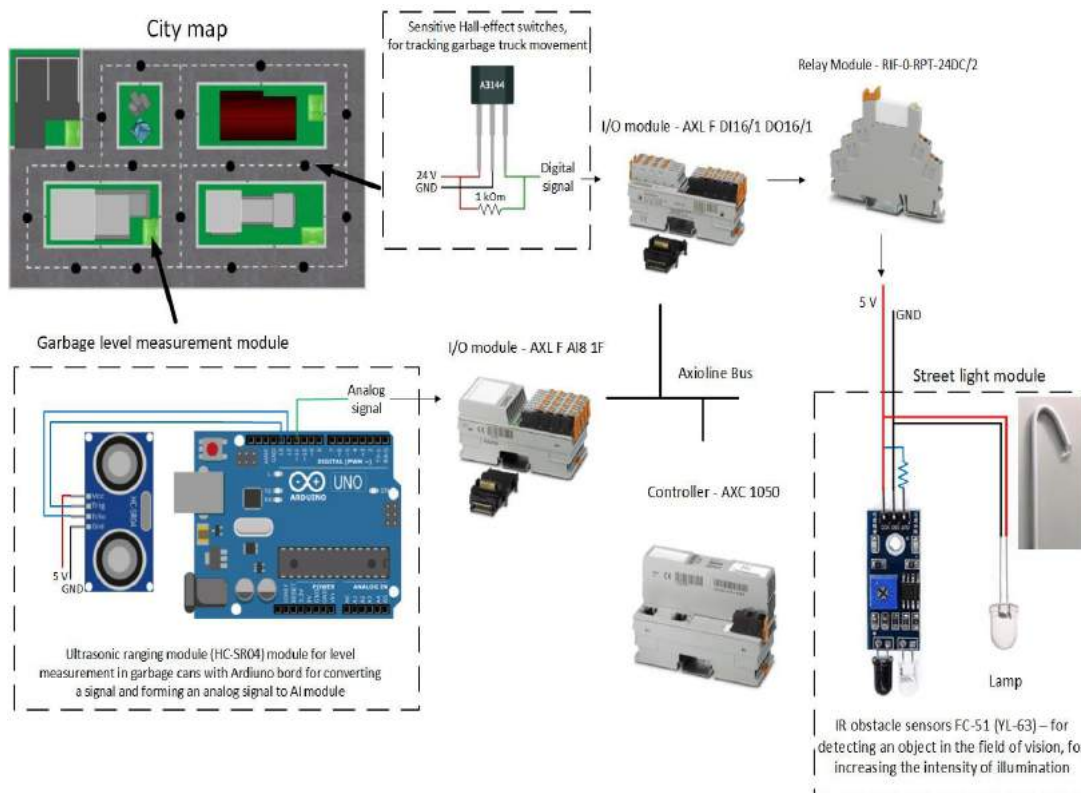


Fig. 2. Smart city integrated system (component structure)

To realize all of these ideas our university team received an investment from international company Phoenix Contact. The amount was 3000€. They supplied us with all necessary automation devices and technical support. Despite of this, near 200€ from own department budget have been spent to buy all necessary materials to create a Smart City model. Of course, in real life a total value will be much bigger.

Smart City model described in article is just an example and it could be modernized or integrate into itself some other out-of-article control systems. We have implemented just some control systems in a university model. Intellectual control systems of a smart city are real future. It is important they possess a flexible features to be easy integrated.

It was complicated to implement such a test smart city model. First, it is hard to define an ideal way for data transforming and its protocol. In addition, dispatching center architecture has a significant researching field as a set of technologies. Presented conception is perspective considering of large number different infrastructure elements that have still none automated and connected yet.

Intellectual infrastructure model showed a viability an implementation idea of a widespread industry solutions

and new automation approaches interaction. Industries data transformation methods and primary data processing with modern analytical possibilities will credibly reduce an urban infrastructure exploitation value at one time and simultaneously raise a comfort of resident's lives.

In general, it is the completed idea of smart city and it could be customized in a real urban infrastructure with all customer changes and addition control systems.

There are some technologies solutions presented in the article, that promote a centralized control the main city parameters and improve its ecological condition. Such dispatching city control city is very important for a well-being of residents. The "Smart City" paradigm is important for modern development cities. In order to optimize significant financial costs during implementation, it is necessary to develop a clear strategy, guided by the priority. However, the implementation of «Smart» technology at the level of municipal-technological unions, in the end, will contribute to the development of the country's economy as a whole, the restoration of outdated enterprises, and the improvement of the conditions for the management of public institutions. This is a real prospect in building a new, intellectual and industrial country.

REFERENCES

1. Kron A. IoT in the city: today and tomorrow [Electronic resource]:/ Andew Kron // periodic electronic public Geektimes. – Electronic data. – [1th December 2017]. – Mode of access: p (Viewed on 12<sup>th</sup> January 2018). – Title from screen.
2. Eremia, M., Toma, L., Sanduleac, M. (2017). The smart city concept in the 21th century. *Procedia Engineering*, 181(2017), 12 – 19. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.357
3. Airaksinen, M., Kokkala, M. (2015). Smart City Research Highlights. Finland: VTT Technical Research Centre of Finland, 134.
4. Cassandras, C. (2016). Smart Cities as Cyber-Physical Social Systems. *Engineering*, 2(2), 156-158. DOI:

- 10.1016/J.ENG.2016.02.012
5. mySCADA. Smart parking. (2016, September 1). Retrieved from [http://myscada.org/wp-content/uploads/downloads/references/RF\\_Smart\\_Parking\\_EN.pdf](http://myscada.org/wp-content/uploads/downloads/references/RF_Smart_Parking_EN.pdf)
  6. Caird, S. with Hudson, L. and Kortuem, G. (2016) A Tale of Evaluation and Reporting in UK Smart Cities. 51pp. The Open University, UK.
  7. Zotano, M. A. G., Bersini, H. (2017). A data-driven approach to assess the potential of Smart Cities: the case of open data for Brussels Capital Region. *Energy Procedia*, 111(2017), 750 – 758. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.03.237
  8. Girardi, P., Temporelli, A. (2017). Smartainability: a methodology for assessing the sustainability of the smart city. *Energy Procedia*, 111(2017), 810 – 816. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.03.243
  9. Zhuhadar, L., Thrasher, E., Marklin, S., de Pablos, P.O. (2017). The next wave of innovation - Review of smart cities intelligent operation systems. *Computers in Human Behavior*, 66 (2017), 273-281. DOI: 10.1016/j.chb.2016.09.030.
  10. Sujataa, J., Sakshamb, S. Tanvic, G., Shreya. (2016). Developing Smart Cities: An Integrated Framework. *Procedia Computer Science*, 93(2016), 902-909. DOI: 10.1016/J.ENG.2016.02.012
  11. Lévy-Bencheton, C., Darra, E., Bachlechner, D., Friedewald, M., et al.. (2015). Cyber Security for Smart Cities - an Architecture Model for Public Transport. Heraklion, Greece: ENI-CA. DOI: 10.2824/846575
  12. Ijaz, S., Shah, M.A., Khan, A., Ahmed, M. (2016). Smart Cities: A Survey on Security Concerns. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 7(2), 612-625.
  13. Shalahynov A.V. Solution «Smart garden» (Smart City) [Text] / A.V. Shalahynov // Magazine IT-Manager. 2015. - №9. P. 10-11

#### **Dispatching and digital solutions as a concept of urban infrastructure in a smart city**

**O. V. Stepanets, K. N. Nikolaieva, S. V. Lubitskyi, D. A. Kondratenko, D. A. Poputnikov**

**Abstract.** The article describes the concept of a smart city creating with the help of modern devices and solutions in the field of automation. It is based on a research project «Smart-city garbage and logistic systems», created on the basis of the university. It is described the implementation of a dispatch control system by municipal services of the city. The authors also showed how, by means of integrating the management systems of the individual city services, to increase the safety and comfort of residents, improve the management of the lighting system, prevent accidents and provide timely service of the city.

**Keywords:** Smart city, dispatching, control system, logistic, municipal services automation.

#### **Дигитализация и цифровые решения как концепции уличной инфраструктуры умного города**

**А. В. Степанец, Е. А. Николаева, С. В. Любичкий, Д. А. Кондратенко, Д. А. Попутников**

**Аннотация.** В статье рассмотрена концепция создания умного города с помощью современных средств и решений в сфере автоматизации. За основу взят научно-исследовательский проект «Smart-city garbage and logistic systems», созданный на базе университета. Описана реализация системы диспетчерского контроля муниципальными службами города. Также авторами было показано, как с помощью интеграции систем управления отдельных служб жизнедеятельности города можно повысить безопасность и комфорт жителей, повысить эффективность управления системой освещения, предотвращать аварии и оказывать своевременное сервисное обслуживание города.

**Ключевые слова:** Умный город, диспетчеризация, система управления, логистика, автоматизация муниципальных служб.

## Определение максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна

Е. А. Власенко, И. А. Бурмака  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-21>

Национальный Университет «Одесская Морская Академия», Одесса, Украина  
Corresponding author. E-mail: burmaka-mob@ukr.net

Paper received 24.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Аннотация.** Предложены формулы расчета текущих значений углов крена и дифферента, возникающих при качке судна. Приведены аналитические выражения для оценки значений продольной и поперечной составляющих сил инерции, порождаемые бортовой, килевой и вертикальной качкой судна.

Разработана процедура расчета максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна, причем получено выражение расчета момента времени достижения максимума горизонтальной составляющей методом простых итераций и ее величины. Приведен численный пример расчета составляющих сил инерции с помощью компьютерной программы.

**Ключевые слова:** мореходная безопасность, качка судна, силы инерции и их составляющие.

**Введение.** В настоящее время мировое сообщество уделяет все большее внимание обеспечению безопасности судоходства путем повышения его надежности и уменьшения вероятности аварийных случаев, применяя системы международных и национальных мероприятий технического, технологического, организационного и правового характеров.

Ряд вопросов безопасности мореплавания требует постоянного исследования в соответствии с современными запросами торгового флота. К таким вопросам относится обеспечение мореходного состояния судна, которое в определяющей мере зависит от корректности его загрузки.

Особенностями загрузки контейнеровозов, которые усложняют расчет предварительного грузового плана, является необходимость учета ротации портов при загрузке или разгрузке в нескольких портах и учет сил инерции, воздействующих на груз при качке. Если судно принимает груз, который будет выгружаться частями в нескольких последовательных портах, то на каждом переходе между портами его мореходное состояние будет разным, что поведет к изменению сил инерции, которым будет подвергаться груз во время перехода. Во время каждого перехода параметры остойчивости, посадки и прочности судно должны находиться в допустимых пределах, а возникающие силы инерции от его качки, не должны превосходить допустимых пределов. Поэтому при загрузке контейнеровоза с последующей разгрузкой в нескольких портах размещение груза должно производиться с учетом последовательности портов выгрузки, чтобы доступ к необходимым партиям груза был свободен, а также с учетом того, что все промежуточные состояния загрузки отвечали требованиям мореходности судна, а возникающие силы инерции находились в допустимых пределах.

**Краткий обзор публикаций по теме.** Проблеме обеспечения надлежащего уровня мореходной безопасности судов посвящен ряд работ. В работе [1] рассмотрены основные принципы обеспечения мореходной безопасности судов. Исследование корреляционной зависимости между формой корпуса судна и его диаграммы статической остойчивости выполнено в работе [2]. Получена аппроксимированная формула расчета метацентрической высоты и проведено исследование задачи синтеза формы корпуса с заданной величиной метацентрической высоты. В работе [3] приводится модель бор-

товой качки накатных судов с уравнивающим расположением помещений при затоплении их части и проведено ее исследование.

В патенте [4] рассмотрен способ обеспечения плавучести аварийного судна типа RO-RO и паромов, предусматривающий закрытые емкости, установленные по бортам и под палубой вдоль и поперек судна. Они обеспечивают плавучесть аварийного судна при появлении недопустимого крена. Как указывается в статье [5], на базе многолетнего опыта эксплуатации судов в арктических районах собран статистический материал и разработаны методы расчетов запаса надежности судовых конструкций.

Опыт применения Германским Ллойдом различных численных методов оценки прочности и вибрации судна описывается в работе [6] и показано, что наиболее эффективным является метод конечных элементов. В работе [7] описываются метод подкрепленной панели, метод расчета предельной прочности продольных балок корпуса судна и метод расчета диаграммы нагрузок и анализа последовательного разрушения при заданных начальных деформациях и остаточных напряжениях.

Общие принципы оптимизации грузовых операций навалочных судов рассмотрены в работе [8], а работа [9] посвящена учету особенностей загрузки генеральных грузов и выбору ее оптимального варианта.

**Цель.** Целью настоящей статьи является разработка процедуры расчета максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз, в частности контейнер, при качке судна.

**Материалы и методы.** Известно, что для расчета сил инерции необходимо знать линейные ускорения, воздействующие на груз, которые зависят от закономерностей изменения линейных перемещений груза вместе с палубой судна относительно опорной системы координат.

В общем случае движение судна характеризуется шестью степенями свободы и описывается шестью связанными дифференциальными уравнениями. В работе [10] показано, что для расчета линейных ускорений в первом приближении можно применить линейные модели бортовой, килевой и вертикальной качки, используя соответствующие изолированные уравнения. Как указывается в работе [1], уравнения поперечной, продольной и вертикальной качки в ситуации поиска сил инерции, воздействующих на груз, можно рассматривать незави-



симо. Причем определяющей является бортовая качка, порождающая доминирующие силы инерции. Поэтому вначале приведем уравнение бортовой качки, воспользовавшись дифференциальным уравнением, описывающее угол крена  $\theta$  судна, которое приведено в работе [10]:

$$(J_x + m_x)\ddot{\theta} + \mu_x \dot{\theta} + Dh_o \theta = \chi_o Dh_o \sin \omega_k t, \quad (1)$$

где  $J_x$  - момент инерции судна относительно продольной оси X-X;

$m_x$  - обобщенные присоединенные массы воды относительно той же оси X-X;

$\mu_x$  - коэффициент демпфирования относительно оси X-X;

$D$  - водоизмещение судна (сила тяжести);

$h_o$  - поперечная начальная метацентрическая высота;

$\chi_o$  - редуцированный коэффициент при бортовой качке;

$\omega_k$  - кажущаяся частота волнения.

Уравнение (1) записывается в виде:

$$\ddot{\theta} + 2h\dot{\theta} + \omega_o^2 \theta = \chi_o \omega_o^2 \sin \omega_k t, \quad (2)$$

где  $h = \frac{\mu_x}{2(J_x + m_x)}$  - коэффициент затухания;

$\omega_o^2 = \frac{Dh_o}{(J_x + m_x)}$  - собственная частота судна при бор-

товой качке.

Уравнение (2) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, и его решение является суммой частного решения  $\theta_r$  и решения соответствующего однородного уравнения. Так как амплитуда собственных затухающих колебаний судна достаточно быстро обращается в ноль, то уравнение бортовой качки, как стационарный процесс, согласно работе [10], можно характеризовать только вынужденными колебаниями судна относительно оси X-X под воздействием регулярного волнения:

$$\theta = \theta_o \sin(\omega_k t - \psi), \quad (3)$$

где  $\theta_o = \frac{\chi_o \omega_o^2}{[(\omega_o^2 - \omega_k^2)^2 + 4h^2 \omega_k^2]^{1/2}}$  - амплитудное значение угла крена;

$\psi = \arctg(\frac{2h\omega_k}{\omega_o^2 - \omega_k^2})$  - начальная фаза.

В работах [1, 10] показано, что в случае продольной качки судно совершает вынужденные колебания с частотой качки  $\omega_k$ , так же как и при поперечной. Изолированное уравнение продольной качки и его решение по своей структуре аналогичные поперечной качке, т.е. содержит собственные затухающие колебания судна и вынужденные гармонические колебания с частотой качки. Поэтому выражение для текущего значения угла дифферента  $\beta$  также описывается вынужденными гармоническими колебаниями с частотой качки  $\omega_k$ :

$$\beta = \beta_m \sin(\omega_k t - \psi_\beta), \quad (4)$$

где  $\beta_m$  - амплитудное значение угла дифферента  $\beta$ ;

$\psi_\beta$  - начальная фаза продольных колебаний.

Аналитические выражения для  $\beta_m$  и  $\psi_\beta$  имеют следующий вид:

$$\beta_m = \frac{\chi_\beta \omega_{o\beta}^2}{[(\omega_{o\beta}^2 - \omega_k^2)^2 + 4h_\beta^2 \omega_k^2]^{1/2}},$$

$$\psi_\beta = \arctg(\frac{2h_\beta \omega_k}{\omega_{o\beta}^2 - \omega_k^2}).$$

где  $\chi_\beta$  - редуцированный коэффициент при килевой качке;

$\omega_{o\beta}$  - собственная частота судна при килевой качке;

$h_\beta$  - коэффициент затухания при килевой качке.

В работе [1] указывается, что вертикальная поступательная качка вызвана орбитальным движением судна, которое считается круговым с радиусом, равным половине высоты волны. Вертикальное поступательное движение  $\zeta$  носит гармонический характер с частотой качки  $\omega_k$  и описывается выражением:

$$\zeta = \zeta_o \sin(\omega_k t), \quad (5)$$

где  $\zeta_o = 0,5h_w$  - амплитудное значение вертикального перемещения, причем  $h_w$  - высота волны.

Полученные выражения (3), (4) и (5) позволяют рассчитать угловые ускорения от качки судна, а также линейные ускорения и силы инерции, действующие на груз.

**Результаты и их обсуждение.** В результате проведенных аналитических исследований получены выражения для продольной  $F_{X1}$  и поперечной  $F_{Y1}$  составляющих сил инерции:

$$F_{X1} = m_c \omega_k^2 [\Delta Z \beta_o \sin(\omega_k t - \psi_\beta) - (\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t) \cos \theta \sin \beta]$$

$$F_{Y1} = m_c \omega_k^2 [\Delta Z \theta_o \sin(\omega_k t - \psi) + (\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t) \sin \theta] \quad (6)$$

где  $\beta = \beta_m \sin(\omega_k t - \psi_\beta)$ ,  $\theta = \theta_m \sin(\omega_k t - \psi)$ , в которых приведенная амплитуда и начальная фаза определяются полученными ранее выражениями,  $m_c$  - масса груза,  $\Delta Z$  - расстояние между центрами масс груза и судна по высоте.

Найдем максимальное значение суммы горизонтальных проекций  $F_{X1}$  и  $F_{Y1}$ , которую обозначим  $F_{H1}$ . Очевидно:

$$F_{H1} = \sqrt{F_{X1}^2 + F_{Y1}^2}. \quad (7)$$

Для поиска максимального значения  $F_{H1}$  необходимо найти первую производную по времени выражения (7), из которой определяется время  $t_H$  достижения максимума  $F_{H1}$ , а затем - и сам максимум суммарной горизонтальной составляющей сил инерции  $\max F_{H1}$ , действующей на груз в процессе бортовой и килевой качки судна.

Очевидно, аналитическое выражение первой производной горизонтальной составляющей сил инерции на качке  $F_{H1}$  имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} F_{H1} = F_{H1}^{-1} (F_{X1} \frac{\partial F_{X1}}{\partial t} + F_{Y1} \frac{\partial F_{Y1}}{\partial t}).$$

С учетом полученных выражения для  $F_{X1}$  и  $F_{Y1}$  (6) находим их производные  $\frac{\partial F_{X1}}{\partial t}$  и  $\frac{\partial F_{Y1}}{\partial t}$ , поэтому уравнение для поиска момента времени  $t_H$  принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & [q_\beta \sin(\omega_k t_H - \psi_\beta) - (q_g + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \cos \theta \sin \beta] \times \{q_\beta \cos(\omega_k t_H - \psi_\beta) - 0,5h_w \cos \omega_k t_H \cos \theta \sin \beta - \\ & - (q_g + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) [\beta_m \cos \theta \cos \beta \cos(\omega_k t_H - \psi_\beta) - \theta_m \sin \beta \sin \theta \cos(\omega_k t_H - \psi)]\} + \\ & + [q_\theta \sin(\omega_k t_H - \psi) + (q_g + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \sin \theta] \times \\ & [q_\theta \cos(\omega_k t_H - \psi) + 0,5h_w \cos \omega_k t_H \sin \theta + \\ & + (q_g + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \theta_m \cos(\omega_k t_H - \psi) \cos \theta] = 0, \end{aligned}$$

$$\text{где } q_\beta = \Delta Z \beta_m, \quad q_\theta = \Delta Z \theta_m, \quad q_g = \frac{g}{\omega_k^2}.$$

После несложных преобразований из последнего выражения получим уравнение для расчета момента времени  $t_H$  методом простых итераций:

$$\begin{aligned} t_H = \frac{1}{\omega_k} \{ & \psi_\beta + \arcsin \{ \frac{1}{\Delta Z \beta_m} \{ (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \cos \theta \sin \beta - \{ \Delta Z \beta_m \cos(\omega_k t_H - \psi_\beta) - 0,5h_w \cos \omega_k t_H \cos \theta \sin \beta - \\ & - (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) [\beta_m \cos \theta \cos \beta \cos(\omega_k t_H - \psi_\beta) - \theta_m \sin \beta \sin \theta \cos(\omega_k t_H - \psi)] \}^{-1} \\ & \times [\Delta Z \theta_m \sin(\omega_k t_H - \psi) + (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \sin \theta] \times \\ & [ \Delta Z \theta_m \cos(\omega_k t_H - \psi) + 0,5h_w \cos \omega_k t_H \sin \theta + \\ & + (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t_H) \theta_m \cos(\omega_k t_H - \psi) \cos \theta ] \} \} \end{aligned}$$

Следовательно, максимальное значение горизонтальной составляющей  $\max F_{H1}$  определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \max F_{H1} &= \sqrt{F_{X1}(t_H)^2 + F_{Y1}(t_H)^2}, \text{ ИЛИ} \\ \max F_{H1} &= m_c \omega_k^2 \{ [ \Delta Z \beta_m \sin(\omega_k t - \psi_\beta) - (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t) \cos \theta \sin \beta ]^2 + \\ & + [ \Delta Z \theta_m \sin(\omega_k t - \psi) + (-\frac{g}{\omega_k^2} + 0,5h_w \sin \omega_k t) \sin \theta ]^2 \}^{1/2}. \end{aligned}$$

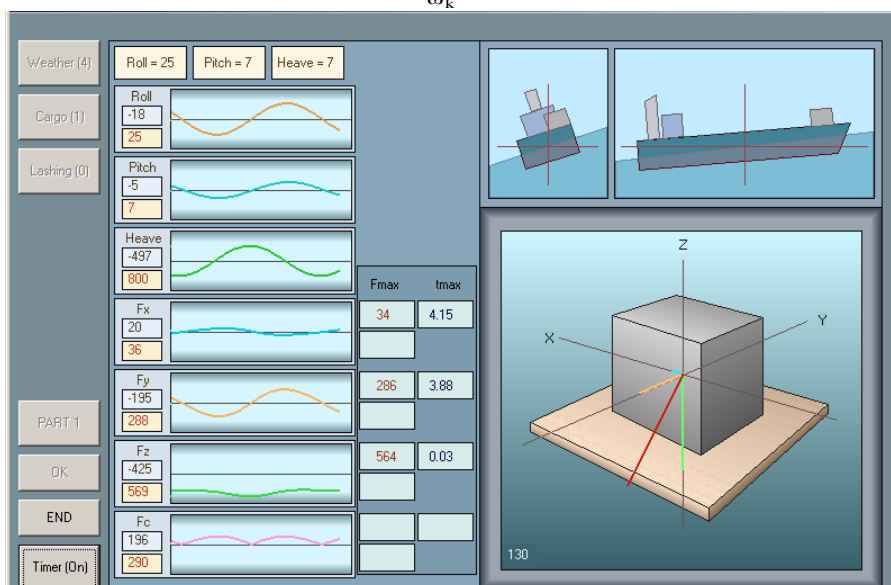


Рис. 1. Оценка значений составляющих сил инерции, действующих на груз при качке судна

Для расчета максимального значения горизонтальной составляющей  $\max F_{H1}$  сил инерции была разработана компьютерная программа, которая также мо-

делирует процесс качки судна и производит оценку текущих значений продольной, поперечной и вертикальной составляющих сил инерции. На рис.1 приве-

ден интерфейс программы, из которого следует, что при заданных исходных данных получены следующие значения горизонтальных составляющих сил инерции  $\max F_{X1} = 34 \text{ кН}$ ,  $\max F_{Y1} = 286 \text{ кН}$  и  $\max F_{H1} = 290 \text{ кН}$ , а также рассчитаны текущие значения составляющих  $F_{X1} = 20 \text{ кН}$ ,  $F_{Y1} = -196 \text{ кН}$  и  $F_{H1} = 196 \text{ кН}$ .

#### Выводы

1. Приведены аналитические выражения для текущих значений параметров качки, существенно влияющих на возникновение сил инерции.
2. Предложены формулы для оценки значений продольной и поперечной составляющих сил инерции,

возникающих от бортовой, килевой и вертикальной качки судна.

3. Разработана процедура расчета максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна. Получено выражение расчета момента времени достижения максимума упомянутой составляющей с помощью метода простых итераций, а также ее величины.

4. Показан численный пример расчета составляющих сил инерции с помощью компьютерной программы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сизов В.Г. Теория корабля. – Одесса: Феникс, 2003. – 282 с.
2. Simonovich Milivoje. The correlation of ship hull form and her static stability diagram./ Simonovich Milivoje, Sizov Victor G, Vorobjov Yuri L. // 21 Jugosloven. kongr. teor. i primenjene meh., Nis, 29 maj – 3 jun. - 1995. - P. 167-173.
3. Xia Jinzhu. A dynamic model for roll motion of ships due to flooding / Xia Jinzhu, Jensen Jorgen, Pedersen Preben Ternstrup // Schiffstechnik. – 1999. – 46, № 4. – P. 208-216.
4. RO-RO ship/ferry with buoyancy tanks to prevent capsizing/ Заявка 2264665 Великобритания МКИ6 В 63 В 43/12 / Shatawy Ahmed Ahmed El. - № 9422061.3; Заявл. 2.11.94; Опубл. 8.5.96; НКИ В7А.
5. Kulesh Victor A. Computer investigation of construction reliability / Kulesh Victor A. // Proc. 6<sup>th</sup> Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Los Angeles, Calif., May 26-31, 1996. Vol. 4. – Golden (Golo), 1996. – p. 395-401.
6. Miller Lutz. Advanced calculation techniques for ship structural design./ Miller Lutz.// Germ. Maritime Ind. J. - 1992. - 8, Spec. Issue. - P. 37 - 40.
7. Wan Zheng. Estimation of ultimate strength of ship`s hull girders./ Wan Zheng, He Fu. // Ship Mech. - 2003. - 7, № 3. - P. 58-67.
8. Васьков Ю.Ю. Некоторые вопросы оптимизации грузовых операций навалочных судов / Васьков Ю.Ю. // Судовождение. – № 6. – 2003. – С. 40 – 45.
9. Чепок А.О. Разработка процедуры отображения укладки генерального груза в трюмах судна / Чепок А.О. // Судовождение: Сб. научн. трудов / ОНМА, Вып. 20. – Одесса: «ИздатИнформ», 2011. – С. 243–246.
10. Справочник по теории корабля. Т.2. Под редак. Войтунского С.И. - Л.: Судостроение, 1985. – 440 с.

#### REFERENCES

1. Sizov V.G. Theory of ship. - Odessa: Phenix, 2003. – 282 p.
8. Vaskov Yu.Yu. Some questions of optimization of cargo operations of loading vessels / Vaskov Yu.Yu. // Sudovozhdenie. – № 6. – 2003. – P. 40 – 45.
9. Chepok A.O. Development of procedures of reflection of piling of general load in the holds of ship / Chepok A.O. // Sb. nauchn. trudov./ONMA, Vyp. 26. – Odessa: «IzdatInform», 2011. – P. 243–246.
10. Reference book on the theory of ship. T.2. Pod redak. Voytunskogo S.I. - L.: Sudostroyeniye, 1985. – 440 s.

#### Определение максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна

Е. А. Власенко, И. А. Бурмака

**Аннотация.** Предложены формулы расчета текущих значений углов крена и дифферента, возникающих при качке судна. Приведены аналитические выражения для оценки значений продольной и поперечной составляющих сил инерции, порождаемые бортовой, килевой и вертикальной качкой судна. Разработана процедура расчета максимального значения горизонтальной составляющей сил инерций, действующей на груз при качке судна, причем получено выражение расчета момента времени достижения максимума горизонтальной составляющей методом простых итераций, как и ее величины. Приведен численный пример расчета составляющих сил инерции с помощью компьютерной программы.

**Ключевые слова:** мореходная безопасность, качка судна, силы инерции и их составляющие.

#### Determination of maximal value of horizontal constituent of forces of inertias, operating on a cargo at rolling of ship

Ye. A. Vlasenko, I. A. Burmaka

**Abstract.** The formulas of calculation of current values of angles of roll and pitch arising up at rolling of ship are offered. Analytical expressions for estimation of values of longitudinal and transversal making forces of inertia are resulted, generated by the side, careening and vertical tossing of ship. Procedure of calculation of maximal value of horizontal constituent of forces of inertias is developed, operating on a cargo at rolling of ship, expression of calculation of moment of time of achievement of maximum of horizontal constituent is thus got the method of simple iterations, as well as its sizes. The numeral example of calculation of making forces of inertia by the computer program is resulted.

**Keywords:** nautical safety, rolling of ship, forces of inertia and their constituents.

## Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита

И. И. Ворохобин, И. Ю. Фусар, Б. М. Алексейчук  
<https://doi.org/10.31174/NT2018-158VI18-22>

Национальный Университет «Одесская Морская Академия», Одесса, Украина  
Corresponding author. E-mail: burmaka-mob@ukr.net

Paper received 24.01.18; Revised 28.01.18; Accepted for publication 29.01.18.

**Аннотация.** Для смешанных законов распределения вероятностей погрешностей первого и второго типов приведены аналитические выражения стандартной и нормированных плотностей. Рассчитаны численные значения нормирующих множителей и четвертых центральных моментов для нормированных плотностей со значением существенного параметра, не превосходящим 10. Предложено выражение оптимального ортогонального разложения с одним членом, для которого характерна максимальная сходимость с нормированной плотностью.

Произведен расчет кривых нормированных плотностей смешанных законов первого и второго типа и их соответствующих ортогональных разложений в ряд Грама-Шарлье типа А, анализ графиков которых показал хорошее совпадение плотностей с их разложением.

**Ключевые слова:** смешанные законы распределения, нормированные плотности, ортогональное разложение плотности, ряд Грама-Шарлье типа А, полиномы Эрмита.

**Введение.** Одним из существенных аспектов проблемы обеспечения надлежащего уровня безопасности судовождения является повышение точности контроля места судна при плавании в стесненных водах. При наличии избыточных линий положения выбор обсервованных координат производится таким образом, чтобы их точность была максимальной. Это достигается расчетом координат методом максимального правдоподобия, алгоритм расчета которого однозначно определяется законом распределения вероятностей погрешностей линий положения. Поэтому для обеспечения максимальной точности обсерваций места судна необходимо знать закон распределения погрешностей навигационных измерений. Однако при дефиците статистических материалов погрешностей не удастся с помощью стандартной процедуры определить закон их распределения, хотя можно оценить центральные моменты распределения и если гистограмма выборки имеет «утяжеленные хвосты», то можно использовать разложение плотности распределения погрешностей в ряд Грама-Шарлье типа А с помощью ортогональных полиномов Эрмита, не располагая ее аналитическим выражением. Существенным является точность соответствия плотности распределения ее ортогональному разложению, чему посвящена данная статья.

**Краткий обзор публикаций по теме.** Альтернативно нормальному закону распределения для описания случайных погрешностей навигационных измерений в работе [1] предложены смешанные законы первого и второго типов, а в работе [2] представлены статистические материалы по точности определения места судна с помощью приёмника спутниковой радионавигационной системы, которые показали, что предположение о распределении случайных погрешностей определения широты и долготы по закону Гаусса не является корректным.

Анализ статистических данных погрешностей навигационных измерений, полученных в натурных наблюдениях, представлен в работах [3, 4], который показал несостоятельность гипотезы о распределении погрешностей по нормальному закону. В работе [5] для описания случайных погрешностей предложен обобщенный закон Пуассона, причем в работе [6]

приведены результаты исследования возможности описания систем зависимых случайных величин с помощью обобщенного распределения Пуассона с базовым нормальным распределением.

В работе [7] приведены результаты идентификации законов распределения погрешностей навигационных измерений, которые показывают, что погрешности измерений радиолокационных пеленгов и расстояний в основном подчиняются смешанным законам первого и второго типа.

Если погрешности навигационных измерений не подчиняются нормальному закону, то, как показано в работе [8], применение метода наименьших квадратов для расчета обсервованных координат судна не обеспечивает возможности получения их эффективных оценок. Так в работе [9], показано, что при смешанных законах распределений эффективность обсервованных координат судна при избыточных линиях положения меньше единицы, и с ростом существенного параметра она стремится по величине к единице.

Анализ работы [10] показывает, что разнообразие законов распределения вероятностей случайных погрешностей, особенностью которых является наличие утяжеленных хвостов, может быть унифицировано использованием ортогонального разложения с полученными значениями центральных моментов высших порядков.

**Цель.** Целью статьи является анализ степени совпадения плотности распределения вероятностей случайных погрешностей с ее ортогональным разложением и возможностей его использования на примере смешанных законов первого и второго типов.

**Материалы и методы.** В работе [10] приведены результаты сравнения нормированных плотностей  $f(x)$  и их ортогонального разложения  $f(x)$  полиномами Эрмита для смешанных законов обоих типов и обобщенного закона Пуассона, которые показывают, что ортогональное разложение плотности для трех упомянутых законов распределения обладает наилучшей сходимость с самой плотностью при использовании только первого члена ортогонального разложения, т. е. оптимальное ортогональное разложение выражается следующим образом:

$$f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + (\mu_4 - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/24], \quad (1)$$

где  $y = x/\sigma$ .

Рассмотрим нормированные плотности смешанных законов первого и второго типа и их разложения с помощью ортогонального разложения (1). В работе [7], анализ статистических материалов, полученных в натуральных наблюдениях в реальных условиях эксплуатации, показал, что погрешности измерений навигационных параметров подчиняются смешанным законам распределения двух типов, стандартные плотности которых соответственно имеют вид [1]:

$$f_1(x) = \frac{2^n \alpha^{n+1/2} n!}{\sqrt{2\pi} 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2n-1)} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+1}},$$

$$f_2(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1) \alpha^{n+1}}{\sqrt{2} 2^{n+1} n!} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{n+3/2}}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - масштабный параметр;

$n$  - существенный параметр.

Для преобразования плотностей (2) к нормированному виду использована формула [11]:

$$g(\eta) = \mu_2^{1/2} f(\mu_2^{1/2} \eta),$$

где  $\eta = \xi/\mu_2^{1/2}$  - нормированная погрешность с единичной дисперсией;

$\mu_2$  - дисперсия случайной величины  $\xi$ ;

$g(\eta)$  - нормированная плотность распределения.

Для плотности смешанного закона распределения первого типа дисперсия равна  $\mu_2 = \frac{2\alpha}{2n-1}$  и соответ-

ствующая нормированная плотность  $g_1(\eta)$  имеет следующий вид:

$$g_1(\eta) = \frac{B_1}{(\eta^2/(2n-1)+1)^{n+1}}. \quad (3)$$

Здесь  $B_1 = \frac{2^{2n} [(n)!]^2}{(2n-1)^{1/2} \pi (2n)!}$  - нормирующий множи-

тель.

Центральные четные моменты  $\mu_{2m}$  нормированной случайной величины  $\eta$  определяются выражением:

$$\mu_{2m}^{(1)} = \frac{(2n-1)^m n! [2(n-m)!] (2m)!}{(2n)!(n-m)! m!}.$$

Аналогично производится преобразование плотности смешанного закона распределения второго типа к нормированному виду, учитывая что дисперсия распределения равна  $\mu_2 = \alpha/n$ . Соответствующая нормированная плотность  $g_2(\eta)$  имеет следующий вид:

$$g_2(\eta) = \frac{B_2}{(\eta^2/2n+1)^{n+3/2}}. \quad (4)$$

Причем  $B_2 = \frac{(2n+1)!}{(2n)^{1/2} 2^{2n+1} (n)!^2}$  - нормирующий мно-

житель. Центральные четные моменты  $\mu_{2m}$  нормированной случайной величины  $\eta$  определяются выражением:

$$\mu_{2m}^{(2)} = \frac{n^m (2m)!(n-m)!}{2^m m! n!}.$$

**Результаты и их обсуждение.** Для реализации поставленной в статье цели вначале рассчитаем значения нормированных плотностей смешанного закона распределения первого типа (3) и соответствующим им ортогонального разложения для значений существенного параметра  $n = 4, 6, 8, 10$ . Для рассматриваемой плотности в табл. 1 приведены значения нормирующего множителя  $B_1$ , а в табл. 2 - значения центрального момента  $\mu_4$ .

**Таблица 1.** Значения нормирующего множителя  $B_1$

n	4	6	8	10
$B_1$	0,440213	0,4256591	0,4187223	0,4146626

**Таблица 2.** Значения центрального момента  $\mu_4$

n	2	4	6	8	10
$\mu_4$	9	4.2	3.667	3.462	3.353

На рис. 1 показаны кривые нормированной плотности  $g_1(\eta)$  для  $n = 4, 6$ , окрашенные красным цветом.

Так как кривые плотностей симметричны, то показана только половина кривой для положительных значений погрешности, принимающих значения в диапазоне шести средне квадратических отклонений. На этом же рисунке синим цветом показаны соответствующие кривые ортогонального разложения.

Кривые нормированной плотности  $g_1(\eta)$  для  $n = 8, 10$  и кривые ортогонального разложения представлены на рис. 2. Анализ рис. 1 и рис. 2 показывает, что нормированная плотность  $g_1(\eta)$  и ее ортогональное разложение при существенном параметре  $n \geq 4$  практически совпадают.

Аналогично производился расчет кривой нормированной плотности  $g_2(\eta)$  смешанного закона распределения второго типа и кривой соответствующего ортогонального разложения, причем в табл. 3 приведены значения нормирующего множителя  $B_2$  для тех же значений параметра  $n$ , а в табл. 4 -

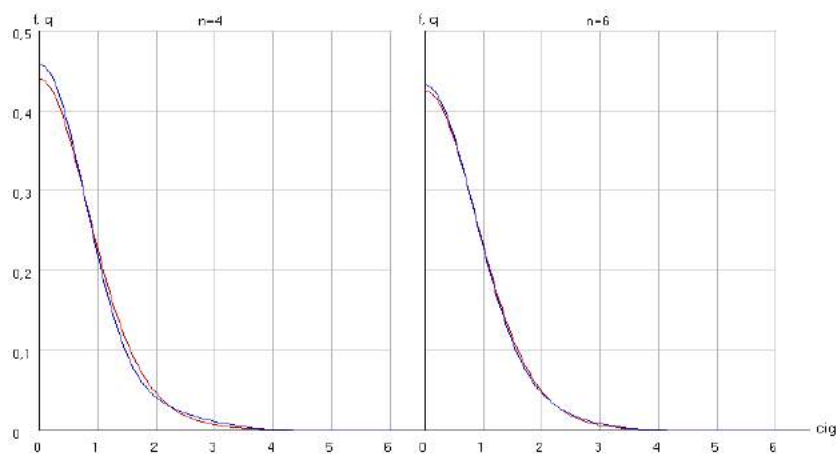


Рис. 1. Нормированные плотности  $g_1(\eta)$  и их разложения  $f(\eta)$  при  $n = 4, 6$

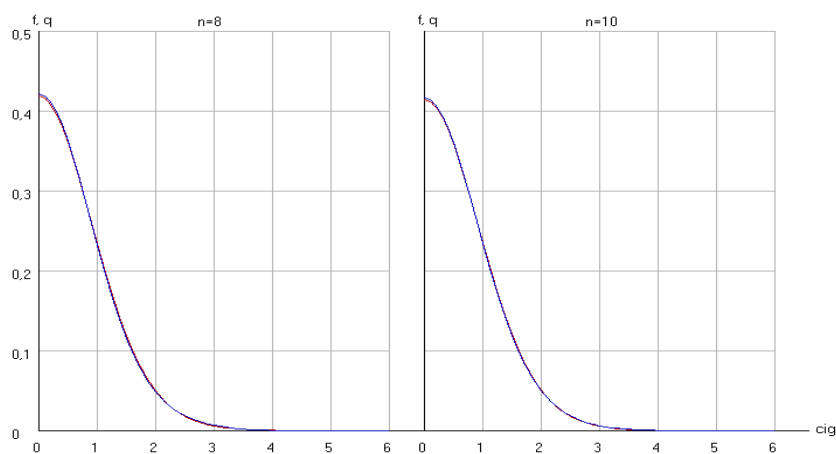


Рис. 2. Нормированные плотности  $g_1(\eta)$  и их разложения  $f(\eta)$  при  $n = 8, 10$

значения центрального момента  $\mu_4$ , необходимого при расчете кривой ортогонального разложения.

Таблица 3. Значения нормирующего множителя  $B_2$

n	2	4	6	8	10
$B_2$	0,46875	0,435036	0,423290	0,417309	0,413690

Таблица 4. Значения центрального момента  $\mu_4$

n	2	4	6	8	10
$\mu_4$		4	3,6	3,429	3,333

Кривые нормированной плотности  $g_2(\eta)$  для  $n = 4, 6$  показаны на рис. 3, на этом же рисунке показаны синим цветом соответствующие кривые ортогонального разложения. На рис. 4 представлены кривые нормированной плотности  $g_2(\eta)$  для  $n = 8, 10$  и кривые ортогонального разложения. Как и в предыдущем случае, из рис. 3 и рис. 4 следует, что нормированная плотность  $g_2(\eta)$  и ее ортогональное разложение при существенном параметре  $n \geq 4$  практически совпадают.

### Выводы

1. Приведены аналитические выражения стандартной и нормированных плотностей смешанных законов распределения вероятностей погрешностей первого и второго типов. Для нормированных плотностей, значения существенного параметра которых не превосходит 10, вычислены нормирующие множители и четвертые центральные моменты.

2. Представлено выражение оптимального ортогонального разложения, содержащего только один член, которое обеспечивает максимальную сходимость с нормированной плотностью.

3. Рассчитаны кривые нормированных плотностей смешанных законов первого и второго типа и их соответствующих ортогональных разложений в ряд Грама-Шарлье типа А, анализ которых показал хорошее совпадение плотностей с разложением.

4. Рассмотренные смешанные законы распределения двух типов с "утяжеленными хвостами" можно представить ортогональным разложением, содержащим первый член разложения, что позволяет применять ортогональное разложение для описания погрешностей навигационных измерений.

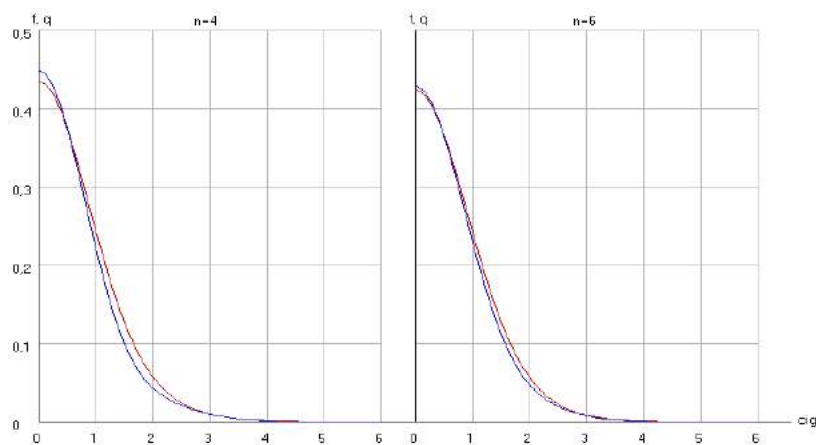


Рис. 3. Нормированные плотности  $g_2(\eta)$  и их разложения  $f(\eta)$  при  $n = 4, 6$

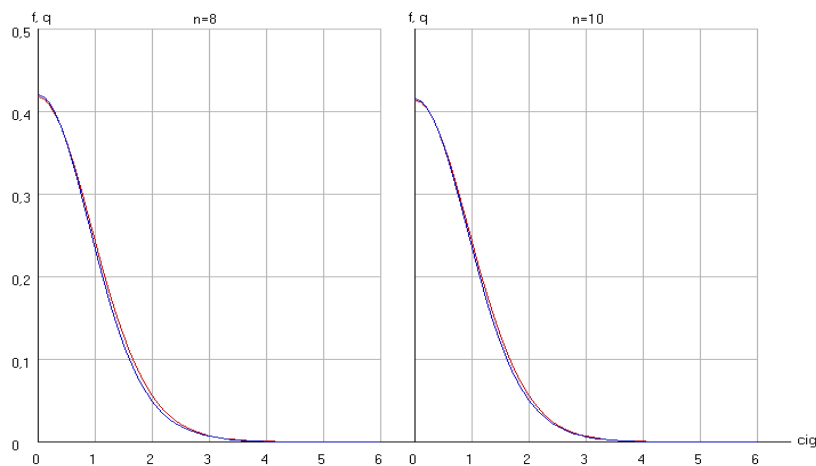


Рис. 4. Нормированные плотности  $g_2(\eta)$  и их разложения  $f(\eta)$  при  $n = 8, 10$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Астайкин Д.В. Идентификация законов распределения навигационных погрешностей смешанными законами двух типов / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Автоматизация судовых технических средств: науч.-техн. сб. – 2014. – Вып. 20. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 9.
2. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, p. 207-225.
3. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. - М.: Транспорт, 1989. - 230с.
4. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.
5. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона/ Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов./ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152 – 156.
6. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrucken, Deutschland/Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.
7. Алексейчук Б.М. Идентификация закона распределения погрешностей измерений / Алексейчук Б.М., Пасечнюк С.С. // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С.
8. Мудров В.М. Методы обработки измерений/ Мудров В.М., Кушко В.Л. - М.: Советское радио, 1976. -192 с.
9. Бурмака И.А. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных измерениях / Бурмака И.А., Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Вестник Государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург.– 2016. – выпуск 1 (35). – С. 24 - 29.
10. Ворохобин И.И. Эффективность применения полиномов Эрмита для ортогонального разложения плотностей распределения навигационных погрешностей/ Ворохобин И.И., Сикирин В.Е., Фусар И.Ю.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- С. 24-30.
11. Крамер Г. Математические методы статистики / Крамер Г. – М.: Мир. – 1975.-648 с.

#### REFERENCES

1. Astaykin D.V. Authentication of laws of distributing of navigation errors by the mixed laws of two types /Astaykin D.V., Alekseychuk B.M.// Avtomatizatsiya sudovyh tehnicyskikh sredstv: nauch.-tehn. sb. – 2014. – Vyp. 20. Odessa: ONMA. – P. 3 – 9.
3. Kondrashikhin V.T. Location of ship / Kondrashikhin V.T. - M.: Transport, 1989. – 230s.
5. Sikirin V.E. Description of navigation errors by the generalized distributing of Poasson / Sikirin V.E.// Sudovozhdenie: Sb. nauchn. trudov./ONMA, Vyp. 26. – Odessa: «IzdatInform», 2016 - P. 152 – 156.
6. Astayrin D.V. Estimation of exactness of coordinates of ship at the surplus measuring / Astayrin D.V., Sikirin V.E., Vorokhobin I.I., Alekseychuk B.M. – Saarbrucken, Deutschland/

- Germaniya: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 p.
7. Alekseychuk B.M. Authentication of law of distributing of errors of measuring / Alekseychuk B.M., Pasechnyuk S.S. // Sudovozhdenie: Sb. nauchn. trudov./ONMA, Vyp. 27. – Odessa: «IzdatInform», 2017 - P. 10 – 14.
8. Mudrov V.M. Methods of treatment of measurings / Mudrov V.M., Kushko V.L. - M.: Sovetskoe radio, 1976. -192 p.
9. Burmaka I.A. Estimation of efficiency of coordinates of ship at the surplus measuring / Burmaka I.A., Astaykin D.V., Alekseychuk B.M. // Vestnik Gosudarstvennogo univtrsiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova. Sankt-Peterburg.– 2016. – vypusk 1 (35). – P. 24 - 29.
10. Vorokhobin I.I. Efficiency of application of the Ermit's polynomials for ortogonal decomposition of closeness of distributing of navigation errors/ Vorokhobin I.I., Sikirin V.E., Fusar I.Y.// East European Scientific Journal, №11 (27), 2017, part 1.- P. 24-30.
11. Cramer H. Mathematical methods of statistics/ . Cramer H. – M.: Mir. – 1975.- 648 p.

**Анализ возможности применения ортогонального разложения плотности смешанных законов распределения погрешностей полиномами Эрмита**

**И. И. Ворохобин, И. Ю. Фусар, Б. М. Алексейчук**

**Аннотация.** Для смешанных законов распределения вероятностей погрешностей первого и второго типов приведены аналитические выражения стандартной и нормированных плотностей. Рассчитаны численные значения нормирующих множителей и четвертых центральных моментов для нормированных плотностей со значением существенного параметра, не превосходящим 10. Предложено выражение оптимального ортогонального разложения с одним членом, для которого характерна максимальная сходимость с нормированной плотностью. Произведен расчет кривых нормированных плотностей смешанных законов первого и второго типа и их соответствующих ортогональных разложений в ряд Грама-Шарлье типа А, анализ графиков которых показал хорошее совпадение плотностей с их разложением.

**Ключевые слова:** смешанные законы распределения, нормированные плотности, ортогональное разложение плотности, ряд Грама-Шарлье типа А, полиномы Эрмита.

**Analysis of possibility of application of orthogonal decomposition of closeness of the mixed laws of distributing of errors by the Ermyt's polynomials**

**I. I. Vorokhobin, I. Y. Fusar, B. M. Alekseychuk**

**Abstract.** For the mixed laws of probability distribution of errors of the first and second types analytical expressions of standard are resulted and the rationed closenesses. The numeral values of rationing multipliers and fourth central moments for the rationed closenesses with the value of substantial parameter are expected, not excelling 10. Expression of optimum orthogonal decomposition with one member is offered, which maximal coincidence with the rationed closeness is characteristic for. The calculation of the crooked rationed closenesses of the mixed laws of the first and second type and their proper orthogonal decompositions is produced in the row of the Grama-Sharle type A, the analysis of the graphs of which showed the good coincidence of closenesses with decomposition.

**Keywords:** mixed laws of distributing, rationed closenesses, orthogonal decomposition of closeness, row of the Grama-Sharle type A, the Ermyt's polynomials.



Editor-in-chief: Dr. Xénia Vámos

The journal is published by the support of  
Society for Cultural and Scientific Progress in Central and Eastern Europe

Készült a Rózsadomb Contact Kft nyomdájában.  
1022 Budapest, Balogvár u. 1.  
[www.rcontact.hu](http://www.rcontact.hu)