

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО

В. М. Малкіна, О. Г. Зінов'єва, М.Ю. Мірошніченко

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Навчальний посібник

Мелітополь

2020

УДК 519.85(075)

M18

*Рекомендовано Вченою радою Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного як підручник для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» у закладах вищої освіти III-IV рівня акредитації
(протокол № 3 від 01.12.2020 р.)*

Рецензенти:

- В. В. Осадчий** – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики і кібернетики, Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького
- С.М. Прийма** – доктор педагогічних наук, професор кафедри комп'ютерних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного
- Н.А. Дьоміна** - кандидат технічних наук, доцент кафедри «Вища математика і фізика», Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

M18 Дослідження операцій: навчальний посібник / В. М. Малкіна, О. Г. Зінов'єва, М.Ю. Мірошніченко. – Мелітополь: Люкс, 2020. – 201 с. - ISBN

Розглянуто методи розв'язання задач лінійного і дискретного програмування. Теорія лінійного програмування містить обґрунтування симплекс-методу, теорію двоїстості. Розділ, який присвячено дискретному програмуванню, включає в себе транспортну задачу, методи вирішення задач цілочисельного програмування. Представлено підхід для вирішення прикладних завдань, які основані на методах динамічного програмування. В кожній темі наведені приклади розв'язання задач та способи їх реалізації в програмному середовищі Maple.

Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти, що навчаються за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки» з дисципліни «Дослідження операцій».

ISBN

УДК 519.85(075)

© Малкіна В.М., Зінов'єва О.Г., Мірошніченко М.Ю., 2020
©Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	6
ГЛАВА 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ: ЩО ЦЕ ТАКЕ. ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	8
1.1 Моделі дослідження операцій.....	8
1.2 Методологія дослідження операцій.....	9
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	11
2.1 Класифікація задач математичного програмування.....	11
2.2 Властивості основної задачі лінійного програмування.....	14
ГЛАВА 3. ГРАФІЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	25
3.1 Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування.....	25
3.2 Розв'язання задачі лінійного програмування графічним методом в програмному середовищі MAPLE.....	31
ГЛАВА 4. СИМПЛЕКС-МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	35
4.1 Основна ідея симплекс-методу.....	35
4.2 Розв'язання задачі лінійного програмування симплекс-методом в програмному середовищі Maple.....	49
ГЛАВА 5. МЕТОД ШТУЧНОГО БАЗИСУ.....	52
5.1 Постановка задачі.....	52
5.2 Розв'язання задачі лінійного програмування методом штучного базису в програмному середовищі MAPLE.....	66
ГЛАВА 6. ДВОЇСТА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	68
6.1 Постановка задачі.....	8
6.2 Правила побудови двоїстої задачі.....	69
6.3 Зв'язок між розв'язками прямої та двоїстої задач.....	70
6.4 Знаходження розв'язку двоїстих задач.....	71
6.5 Економічна інтерпретація пари двоїстих задач.....	3
6.6 Геометрична інтерпретація двоїстих задач.....	5
6.7 Розв'язання двоїстої задачі лінійного програмування в програмному середовищі MAPLE.....	5

ГЛАВА 7. ДВОЇСТИЙ СИМПЛЕКС-МЕТОД.....	89
7.1 Алгоритм розв'язку задачі лінійного програмування двоїтим симплекс-методом.....	90
ГЛАВА 8. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА	97
8.1 Транспортна задача в матричній постановці.....	97
8.1.1 Постановка задачі	97
8.1.2 Метод північно-західного кута	100
8.1.3 Метод мінімального елемента.....	102
8.1.4 Алгоритм методу потенціалів	103
8.1.5 Розв'язання транспортної задачі в матричній постановці в програмному середовищі MAPLE	110
8.2 Транспортна задача в сітьовій постановці.....	113
8.2.1 Постановка задачі	113
8.2.2 Побудова базисного плану	114
8.2.3 Перевірка плану на оптимальність	117
8.2.4 Побудова нового плану.....	118
8.2.5 Розв'язання транспортної задачі в сітьовій постановці в програмному середовищі MAPLE	2
ГЛАВА 9. КЛАСИЧНА ТЕОРІЯ ОПТИМІЗАЦІЇ.....	6
9.1 Екстремальні задачі без обмежень	6
9.2 Необхідні і достатні умови існування екстремуму.....	8
ГЛАВА 10. ЗАДАЧІ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ	3
9.1 Постановка задачі нелінійного програмування.....	3
9.2 Розв'язання задачі нелінійного програмування в програмному середовищі MAPLE.....	7
ГЛАВА 11. МЕТОД МНОЖНИКІВ ЛАГРАНЖА	4
11.1 Метод множників Лагранжа.....	4
11.2 Алгоритм методу множників Лагранжа.....	5
11.3 Розв'язання задачі методом множників Лагранжа в програмному середовищі MAPLE	7
ГЛАВА 12. КВАДРАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ	50
ГЛАВА 13. ЦІЛОЧИСЕЛЬНЕ ПРОГРАМУВАННЯ.....	6
13.1 Метод Гоморі.....	6

13.2	Метод гілок та границь	3
13.3	Розв’язання задачі цілочисельного програмування в середовищі MAPLE.....	8
ГЛАВА 14. ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ		2
14.1	Постановка задачі динамічного програмування	2
14.2	Розв’язання задачі динамічного програмування в програмному середовищі MAPLE	6
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....		200

ВСТУП

Сучасний розвиток науки та обчислювальної техніки характеризується все більш зростаючим рівнем використання комп'ютерних моделей як для дослідження поведінки явищ та процесів, що оточують людину, так і для розв'язання практичних задач, пов'язаних з управлінням та прогнозуванням.

Вивчення навчальної дисципліни "Дослідження операцій" дозволяє здобувачам оволодіти знаннями в галузі практичних методів рішення математичних проблем, що виникають у процесі інженерної діяльності та моделювання фізичних систем, засвоїти способи розрахунків на сучасних комп'ютерах із застосуванням пакетів спеціальних прикладних програм.

Після успішного вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти зможе:

- застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук;

- використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації;

- проектувати, розробляти та аналізувати алгоритми розв'язання обчислювальних та логічних задач, оцінювати ефективність та складність алгоритмів на основі застосування формальних моделей алгоритмів та обчислюваних функцій;

- розуміти принципи моделювання організаційно-технічних систем і операцій; використовувати методи дослідження операцій, розв'язання одно-

та багатокритеріальних оптимізаційних задач лінійного, цілочисельного, нелінійного, стохастичного програмування.

Об'єктом вивчення навчальної дисципліни є типові математичні задачі, до яких зводиться рішення практичних проблем, що виникають у ході розробки інформаційних систем та систем моделювання.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є чисельні методи розв'язання типових математичних задач.

Мета даного навчального посібника – ознайомлення здобувачів із основними математичних задач дослідження операцій і методами їх розв'язання, набуття студентами навичок реалізації в програмному середовищі алгоритмів розв'язання задач оптимізації.

Навчальний посібник складено для здобувачів ступеня вищої освіти спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» та відповідає вимогам стандарту вищої освіти за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки» галузі знань «Інформаційні технології» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

ГЛАВА 1. ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ: ЩО ЦЕ ТАКЕ. ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Дослідження операцій, як окремий напрямок, сформувався в період, коли британські вчені під час Другої Світової війни сформулювала і знайшла рішення задачі найбільш ефективної доставки військового спорядження на фронт. Потім розроблені модулі стали використовувати в економічній сфері при розв'язанні задач виробництва. Сьогодні теорія дослідження операцій є важливим ефективним інструментом при прийнятті рішень в найрізноманітніших областях людської діяльності.

Центральним моментом дослідження операцій є математичне моделювання. Хоча дані, які отримані в процесі дослідження математичних моделей, є основою для ухвалення рішень, остаточний вибір зазвичай робиться з врахуванням багатьох інших "нематеріальних" (що не мають числового вираження) чинників (таких як людська поведінка та ін.), які неможливо відображувати в математичних моделях.

1.1 Моделі дослідження операцій

Для визначення методу, який слід застосовувати при вирішенні задачі методами дослідження операцій слід визначитися з умовами задачі. У дослідженні операцій немає єдиного загального методу вирішення всіх математичних моделей. Вибір методу рішення диктують тип вихідних умов досліджуваного процесу.

Найбільш відомими і ефективними методами дослідження операцій є методи лінійного програмування, коли цільова функція і всі обмеження є лінійними функціями. Для вирішення математичних моделей інших типів призначені методи цілочисельного програмування (якщо всі змінні повинні набувати лише цілочисельних значень), динамічного

програмування (де вихідне завдання можна розбити на менші підзадачі і нелінійного програмування (коли цільова функція і обмеження є нелінійними функціями). Перераховані методи складають лише частину з великої кількості найрізноманітніших доступних методів дослідження операцій.

Практично всі методи дослідження операцій є ітераційними за своєю природою. Це означає, що задача розв'язується поетапно (ітераційно), коли на кожному кроці (ітерації) отримуємо рішення, що поступово сходяться до оптимального. Ітераційна природа алгоритмів зазвичай приводить до об'ємних однотипних обчислень. У цьому і полягає причина того, що ці алгоритми розробляються, в основному, для реалізації за допомогою комп'ютерних технологій.

1.2 Методологія дослідження операцій

Побудова реальних задач дослідження операцій мають бути плодом колективної роботи, коли замовники досліджень і аналітики працюють пліч-о-пліч. Аналітикам дослідження операцій з їх знаннями можливостей математичного моделювання необхідні досвід і знання реальної ситуації, витікаючи від клієнта, для якого, власне, і вирішується завдання.

На практиці реалізація методів Дослідження операцій повинна включати наступні етапи:

- 1) формалізація вихідної проблеми;
- 2) побудова математичної моделі;
- 3) вирішення моделі;
- 4) перевірка адекватності моделі;
- 5) реалізація рішення.

Третій етап, вирішення моделі, реалізується саме методами дослідження операцій, оскільки а цьому проводяться дослідження, які ґрунтовані на точній математичній теорії.

Формалізація проблеми вимагає дослідження тієї області, де

виникла дана проблема. Це початковий етап роботи. В результаті такого дослідження мають бути отримані наступні три принципові елементи вирішуваного завдання:

- 1) опис можливих альтернативних рішень;
- 2) визначення цільової функції;
- 3) побудова системи обмежень, що накладаються на можливі рішення.

Побудова математичної моделі означає переведення формалізованого завдання на формалізовану математичну мову. Якщо отримана одна із стандартних математичних моделей, наприклад, модель лінійного програмування, то рішення, зазвичай, досягається шляхом використання існуючих алгоритмів.

Вирішення моделі, як вже згадувалося, - найбільш досліджений зі всіх етапів реалізації методів дослідження операції, оскільки тут використовуються відомі алгоритми оптимізації. Важливо на цьому етапі провести аналіз чуттєвості отриманого рішення. Необхідно визначити, яке поведе себе "оптимальне" рішення при зміні деяких параметрів моделі. Аналіз чуттєвості особливо необхідний, коли неможливо точно оцінити параметри моделі. В цьому випадку важно вивчити поведінку оптимального рішення в околі первинних оцінок параметрів моделі.

Перевірка адекватності моделі передбачає перевірку її правильності тобто визначення того, чи відповідає поведінка моделі в конкретних ситуаціях поведінці вихідної реальної системи. Формальним загальноприйнятим методом перевірки адекватності моделі є порівняння отриманого рішення (поведінка моделі) з відомими раніше рішеннями або поведінкою реальної системи. Модель вважається адекватною, якщо за певних початкових умов її поведінка збігається з поведінкою вихідної системи за тих же початкових умов.

Реалізація рішення має на увазі переведення результатів вирішення моделі в рекомендації, представлені у формі, зрозумілій для осіб, що приймають рішення, тобто замовників.