МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІНИЙ НІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНЖЕНЕРІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Кафедра Комп'ютерних наук

МЕТОД ШТУЧНОГО БАЗИСУ

Методичні вказівки до лабораторної роботи з дисципліни
«**Дослідження операцій**»
для здобувачів ступеня вищої освіти Бакалавр зі спеціальності 122
«Комп'ютерні науки та інформаційні технології»

Мелітополь
2017

Метод штучного базису. Методичні вказівки до лабораторної роботи з дисципліни «Дослідження операцій» для здобувачів ступеня вищої освіти Бакалавр зі спеціальності 22 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» – Таврійський державний агротехнологічний університет, 2017 – 20 с.

Розробили: д.т.н., проф. Малкіна В.М., ст. викл. Зінов'єва О.Г.

Рецензент: к.т.н., доц. Щербіна В.М.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри
«_24 » _травня__2017р. Протокол № _16____

Затверджено методичною комісією факультету ІКТ
«_25» _травня_ 2017 р. Протокол № _10____

ЗМІСТ

ВВЕДЕННЯ

Дані методичні вказівки є керівництвом для проведення практичних занять за курсом “Дослідження операцій”.

Метою методичних вказівок є закріплення студентами вивченого теоретичного матеріалу і придбання практичних навичок для розв’язання задач лінійного програмування методом штучного базису.

Методичні вказівки складені з урахуванням того, що студенти попередньо розібрали теоретичний матеріал і приклади, що наведено в конспекті лекцій.

У результаті студенти повинні навчитися будувати розширену задачу, знаходити опорний план розширеної задачі, складати симплекс-таблиці, визначати дозвільні стовпець і рядок, перевіряти опорний план задачі на оптимальність і вміти переходити до нового плану.

Практичне заняття містить основні теоретичні відомості, контрольний приклад, задачі для самостійної роботи, домашнє завдання і контрольні питання.

Дані методичні вказівки призначені для студентів факультетів економіки та обліку і аудита денної форми навчання.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Тема: **Метод штучного базису**

Ціль:
1) Навчити будувати розширену задачу.
2) Навчити знаходити опорний план розширеної задачі.
3) Навчити складати симплекс-таблицю і визначати дозвільні стовпець і рядок.
4) Навчити перевіряти опорний план задачі на оптимальність.
5) Навчити переходити до нового плану задачі.

Час: 2 ч.

1.1 Теоретичні відомості

Метод штучного базису використовується для визначення максимального значення цільової функції

$$F = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{1}$$

при заданій системі обмежень

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad (i = \overline{1,k}), \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i \quad (i = \overline{k+1,m}), \\ x_j \ge 0 \ \ (j = \overline{1,n}), \end{cases} \tag{2}$$

де $b_i \ge 0 \ \ (i = \overline{1,m}),$ при умовах, що кількість базисних змінних менше кількості обмежень.

Розв'язання задачі лінійного програмування методом штучного базису включає наступні етапи:

1) Приведення ЗЛП (1) – (2) до канонічного виду.

Знайти максимум функції

$$F = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \tag{3}$$

при умовах

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n + x_{n+k} = b_k, \\ a_{k+1,1}x_1 + a_{k+1,2}x_2 + \ldots + a_{k+1,n}x_n - x_{n+k+1} = b_{k+1}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n - x_{n+m} = b_m, \\ x_j \geq 0 \left(j = \overline{1, n+m} \right), \end{cases} \tag{4}$$

де $b_i \geq 0\ (i = \overline{1, m}), m < n.$

Змінні $x_{n+1}, \ldots x_{n+k}$ є базисними.

2) Складання розширеної задачі.

Обмеження $k+1, \ldots, m$ не містять базисні змінні, тому до них додають змінні $x_{n+m+1}, \ldots,$ x_{n+2m-k}, $(x_i \geq 0,\ i = \overline{n+m+1, n+2m-k})$ та перетворюють цільову функцію. Таким чином, розширена задача має вигляд: знайти максимум функції

$$F^* = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n - Mx_{n+m+1} - \ldots - Mx_{n+2m-k} \tag{5}$$

при умовах

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + x_{n+1} = b_1, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \ldots + a_{kn}x_n + x_{n+k} = b_k, \\ a_{k+1,1}x_1 + a_{k+1,2}x_2 + \ldots + a_{k+1,n}x_n - x_{n+k+1} + x_{n+m+1} = b_{k+1}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n - x_{n+m} + x_{n+2m-k} = b_m, \\ x_j \geq 0 \left(j = \overline{1, n+2m-k} \right), \end{cases} \tag{6}$$

де M - деяке досить велике позитивне число.

Змінні $x_{n+m+1}, \ldots, x_{n+2m-k}$ називаються штучними.

Базисними є змінні $x_{n+1,\dots,}x_{n+k},\ x_{n+m+1},\dots,x_{n+2m-k}$.

3) Заповнення першої симплекс-таблиці (таблиця 4.1) для розширеної задачі (5) – (6).

Перша симплекс-таблиця заповнюється за алгоритмом звичайного симплекс-методу.

Визначаються $\Delta_j = \sum_{i=1}^{m} c_{б_i} a_{ij} - c_j = \Delta_j' + M\Delta_j'', \left(j = \overline{1, n+2m-k}\right)$ і $F_0 = \sum_{i=1}^{m} c_{б_i} b_i$. У рядок Δ_j' поміщають складові, що не містять M, а в рядок Δ_j'' поміщають коефіцієнти при *M*.

Опорний план задачі має вигляд $X_0 = \left(\underbrace{0,\dots 0,}_{n}b_{1,}\dots b_k\underbrace{,0\dots 0,}_{m-k}b_{k+1},\dots b_m\right)$.

4) Перерахування симплекс-таблиць за наступним алгоритмом.

1. Перевіряють наявність штучних змінних у базисі. Якщо не всі штучні змінні виключені з базису, то переходять до п.2. Якщо всі штучні змінні виключені з базису, то переходять до п.4.

2.Визначають наявність негативних Δ_j'' $(j = \overline{1, n+2m-k})$. Якщо існують $\Delta_j'' < 0$, то переходять до п.3. Якщо всі $\Delta_j'' > 0$, то переходять до п.7.

3. Перераховують таблицю за звичайним алгоритмом симплекс-методу і переходять до нового опорного плану. Переходять до п.1.

4. Визначають наявність негативних Δ_j' $(j = \overline{1, n+m})$. Якщо існує $\Delta_j' < 0$, то переходять до п.5. Якщо всі $\Delta_j' > 0$, то переходять до п.6.

5. Якщо існує хоча б одне $a_{ij} > 0$ $(i = \overline{1, m})$, то виконують перерахування таблиці і переходять до п.4. Якщо всі $a_{ij} < 0$ $(i = \overline{1, m})$, то переходять до п.7.

6. Оптимальний план задачі (1) - (2) знайдено.

7. Задача (1) - (2) не має розв'язків.

Таблица 4.1- Симплекс-таблица

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	c_1	…	c_n	0	…	0	0	…	0	$-M$	…	$-M$	θ
				x_1	…	x_n	x_{n+1}	…	x_{n+k}	x_{n+k+1}	…	x_{n+m}	x_{n+m+1}	…	x_{n+2m-k}	
1	0	x_{n+1}	b_1	a_{11}	…	a_{1n}	**1**	…	0	0	…	0	0	…	0	θ_1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	0	x_{n+k}	b_k	a_{k1}	…	a_{kn}	0	…	**1**	0	…	0	0	…	0	θ_k
$k+1$	$-M$	x_{n+m+1}	b_{k+1}	$a_{k+1,1}$	…	$a_{k+1,n}$	0	…	0	-1	…	0	**1**	…	0	θ_{k+1}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	$-M$	x_{n+2m-k}	b_m	a_{m1}	…	a_{mn}	0	…	0	0	…	-1	0	…	**1**	θ_m
Δ_j'			F_0	Δ_1'	…	Δ_n'	0	…	0	0	…	0	0	…	0	
Δ_j''				Δ_1''	…	Δ_n''	0	…	0	**1**	…	**1**	0	…	0	

1.2 Практична частина

1.2.1 Контрольний приклад

Задача 1.

Сільськогосподарське підприємство вирощує три види культур – озиму пшеницю, ячмінь і ярицю. Витрати трудових і матеріально-грошових ресурсів на обробку 1 га кожного виду культур наведені в таблиці 4.2. У таблиці 4.2 також зазначені врожайність і прибуток, що був отриманий при вирощуванні культур.

Таблиця 1.2 – Витрати ресурсів, врожайність і прибуток з 1 га

Показники	Види культур		
	Озима пшениця	Ячмінь	Яриця
Трудові ресурси, люд/год	15	20	10
Матеріально-грошові ресурси, грн.	50	40	20
Врожайність, ц/га	30	40	20
Прибуток, грн/га	30	40	50

У сільськогосподарському підприємстві мається 1000 га ріллі і 15000 люд/годин трудових ресурсів. Визначити, який обсяг культур треба вирощувати, щоб кількість отриманого зерна була максимальною. Розрахувати необхідну кількість матеріально-грошових витрат, при замовленні на зерно в 2000 т.

Розв'язання.

Припустимо, що в сільськогосподарському підприємстві x_1 га відводиться під вирощування озимої пшениці, x_2 га – під вирощування ячменю і x_3 га – під вирощування яриці. Позначимо через x_4 - загальну кількість матеріально-грошових витрат.

Таким чином, маємо наступну математичну задачу: серед усіх розв'язків системи обмежень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \le 1000, \\ 15x_1 + 20x_2 + 10x_3 \le 15000, \\ 30x_1 + 40x_2 + 20x_3 \ge 20000, \\ 50x_1 + 40x_2 + 20x_3 - x_4 = 0, \\ x_j \ge 0\left(j = \overline{1,4}\right), \end{cases}$$

знайти такий, при якому цільова функція $F = 30x_1 + 40x_2 + 20x_3$ приймає максимальне значення.

1) Приводимо задачу до канонічного виду.

Знайти максимум функції $F = 30x_1 + 40x_2 + 20x_3$ при умовах

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 1000, \\ 15x_1 + 20x_2 + 10x_3 + x_6 = 15000, \\ 30x_1 + 40x_2 + 20x_3 - x_7 = 20000, \\ 50x_1 + 40x_2 + 20x_3 - x_4 = 0, \\ x_j \ge 0\left(j = \overline{1,7}\right). \end{cases}$$

2) Будуємо розширену задачу.

У системі тільки дві базисні змінні (x_5 і x_6). Тому до лівих частин третього і четвертого рівнянь системи обмежень задачі додамо змінні x_8 і x_9 відповідно $(x_8, x_9 \ge 0)$.

Розширена задача має вигляд: знайти максимум функції

$$F^* = 30x_1 + 40x_2 + 20x_3 - Mx_8 - Mx_9$$

при умовах

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 1000, \\ 15x_1 + 20x_2 + 10x_3 + x_6 = 15000, \\ 30x_1 + 40x_2 + 20x_3 - x_7 + x_8 = 20000, \\ 50x_1 + 40x_2 + 20x_3 - x_4 + x_9 = 0, \\ x_j \ge 0\left(j = \overline{1,9}\right). \end{cases}$$

Опорний план розширеної задачі $X_0 = (0; 0; 0; 0; 1000; 15000; 0; 20000; 0)$.

3) Складаємо симплекс-таблиці.

Таблиця 4.3 – Перша симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	30	40	50	0	0	0	0	$-M$	$-M$	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
1	0	x_5	1000	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1000
2	0	x_6	15000	15	20	10	0	0	1	0	0	0	750
3	$-M$	x_8	20000	30	40	20	0	0	0	-1	1	0	500
4	$-M$	x_9	0	50	40	20	-1	0	0	0	0	1	0
				-30	-40	-50	0	0	0	0	0	0	
				-80	-80	-40	1	0	0	1	0	0	

Таблиця 4.4 – Друга симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	30	40	50	0	0	0	0	$-M$	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
1	0	x_5	1000	-0,25	0	0,5	0,025	1	0	0	0	40000
2	0	x_6	15000	-10	0	0	0,5	0	1	0	0	30000
3	$-M$	x_8	20000	-20	0	0	1	0	0	-1	1	20000
4	40	x_2	0	1,25	1	0,5	-0,025	0	0	0	0	-
			0	20	0	-30	-1	0	0	0	0	
			-20000	20	0	0	-1	0	0	1	0	

Таблиця 4.5 – Третя симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	30	40	50	0	0	0	0	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
1	0	x_5	500	0,25	0	0,5	0	1	0	0,025	1000
2	0	x_6	5000	0	0	0	0	0	1	0,5	-
3	0	x_4	20000	-20	0	0	1	0	0	-1	-
4	40	x_2	500	0,75	1	0,5	0	0	0	-0,025	1000
			20000	0	0	-30	0	0	0	-1	

Таблиця 4.6 – Четверта симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	30	40	50	0	0	0	0
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
1	50	x_3	1000	0,5	0	1	0	2	0	0,05
2	0	x_6	5000	0	0	0	0	0	1	0,5
3	0	x_4	20000	-20	0	0	1	0	0	-1
4	30	x_2	0	0,5	1	0	0	-1	0	-0,05
			50000	45	0	0	0	60	0	0,5

Отриманий план $X_3 = (0;\ 0;\ 1000;\ 20000;\ 0; 5000)$ є оптимальним. Максимальний прибуток буде отримано при даному плані і складатиме $F(X_3) = 50 \cdot 1000 + 30 \cdot 0 = 50000$ (грн.).

Відповідь: При даному плані максимальний прибуток, що дорівнює 50000 грн, досягається при вирощуванні 1000 га яриці. Загальна кількість матеріально-грошових витрат складає 20000 грн. Земельні ресурси використовуються цілком і залишаються невикористаними 5000 люд/годин трудових ресурсів. Зерна понад заплановане вироблено не було.

Задача 2.

Раціон великої рогатої худоби містить харчові добавки А, В, С. У добу кожна тварина повинна з'їдати не менш 200 г добавки виду А, 150 г добавки виду В и 100 г добавки виду С. Однак у чистому вигляді зазначені продукти не виробляються. Вони містяться в концентратах К-1, К-2, К-3. Вміст харчових добавок в одному кілограмі концентрату (у г) наведено в таблиці 4.7.

Таблиця 4.7 - Вміст добавок в одному кілограмі концентрату (у г).

Добавки	Види концентратів		
	К-1	К-2	К-3
А	15	10	10
В	10	17	5
С	0	14	10

Скласти денний раціон, що забезпечує одержання необхідної кількості харчових добавок при мінімальних грошових витратах, якщо ціна 1 кг концентрату К-1 складає 5 грн., концентрату К-2 – 4 грн. і концентрату К-3 – 10 грн.

Розв'язання.

Припустимо, що для забезпечення раціональної годівлі худоби щодня необхідно x_1 кг концентрату К-1, x_2 кг концентрату К-2 і x_3 кг концентрату К-3.

Таким чином, маємо наступну математичну задачу: серед усіх розв'язків системи обмежень

$$\begin{cases} 15x_1 + 10x_2 + 10x_3 \ge 200, \\ 10x_1 + 17x_2 + 5x_3 \ge 150, \\ 14x_2 + 10x_3 \ge 100, \\ x_j \ge 0 \ (j = \overline{1,3}), \end{cases}$$

знайти такий, при якому цільова функція $F = 5x_1 + 4x_2 + 10x_3$ досягає свого мінімального значення.

1) Приводимо задачу до канонічного виду.

Знайти максимум функції $F' = -5x_1 - 4x_2 - 10x_3$ при умовах

$$\begin{cases} 15x_1 + 10x_2 + 10x_3 - x_4 = 200, \\ 10x_1 + 17x_2 + 5x_3 - x_5 = 150, \\ 14x_2 + 10x_3 - x_6 = 100, \\ x_j \ge 0 (j = \overline{1,6}). \end{cases}$$

2) Будуємо розширену задачу.

До лівих частин рівнянь системи обмежень задачі додамо змінні x_7 , x_8 і x_9 відповідно $(x_7, x_8, x_9 \ge 0)$.

Розширена задача має вигляд: знайти максимум функції

$$F^* = -5x_1 - 4x_2 - 10x_3 - Mx_7 - Mx_8 - Mx_9$$

при умовах

$$\begin{cases} 15x_1 + 10x_2 + 10x_3 - x_4 + x_7 = 200, \\ 10x_1 + 17x_2 + 5x_3 - x_5 + x_8 = 150, \\ 14x_2 + 10x_3 - x_6 + x_9 = 100, \\ x_j \ge 0 \ (j = \overline{1,9}). \end{cases}$$

Опорний план розширеної задачі $X_0 = (0; 0; 0; 0; 0; 0; 200; 150; 100)$.

3) Складаємо симплекс-таблиці.

Таблиця 4.8 – Перша симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	-5	-4	-10	0	0	0	$-M$	$-M$	$-M$	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	
1	x_7	$-M$	200	15	10	10	-1	0	0	1	0	0	20
2	x_8	$-M$	150	10	17	5	0	-1	0	0	1	0	8,82
3	x_9	$-M$	100	0	14	10	0	0	-1	0	0	1	7,14
				5	4	10	0	0	0	0	0	0	
				-25	-41	-25	1	1	1	0	0	0	

Таблиця 4.9 – Друга симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	-5	-4	-10	0	0	0	$-M$	$-M$	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
1	x_7	$-M$	128,57	15	0	2,86	-1	0	0,71	1	0	8,57
2	x_8	$-M$	28,57	10	0	-7,14	0	-1	1,21	0	1	2,86
3	x_2	-4	7,14	0	1	0,71	0	0	-0,07	0	0	-
				5	0	7,16	0	0	0,28	0	0	
				-25	0	4,28	1	1	-1,92	0	0	

Таблиця 4.10 – Третя симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	-5	-4	-10	0	0	0	$-M$	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
1	x_7	$-M$	85,72	0	0	13,57	-1	1,5	-1,11	1	6,32
2	x_1	-5	2,86	1	0	-0,71	0	-0,1	0,12	0	-
3	x_2	-4	7,14	0	1	0,71	0	0	-0,07	0	10,06
				0	0	10,71	0	0,5	-0,32	0	
				0	0	-13,57	1	-1,5	1,11	0	

Таблиця 4.11 – Четверта симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	-5	-4	-10	0	0	0	θ
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
1	x_3	-10	6,32	0	0	1	-0,07	0,11	-0,08	57,45
2	x_1	-5	7,34	1	0	0	-0,05	-0,02	0,06	-
3	x_2	-4	2,66	0	1	0	0,05	-0,08	-0,02	-
				0	0	0	0,75	-0,68	0,58	

Таблиця 4.12 – П'ята симплекс-таблиця

i	$c_{б_i}$	базис $x_{б_i}$	b_i	-5	-4	-10	0	0	0
				x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	x_5	0	57,45	0	0	9,09	-0,64	1	-0,73
2	x_1	-5	8,49	1	0	0,18	-0,06	0	0,05
3	x_2	-4	7,26	0	1	0,73	0	0	-0,07
			-71,49	0	0	6,18	0,3	0	0,03

Отриманий план $X_4 = (8{,}49;\ 7{,}26;\ 0;\ 0;\ 57{,}45; 0)$ є оптимальним. Відповідно витрати при даному плані будуть мінімальними і складатимуть $F'(X_4) = -F(X_4) = -(-5 \cdot 8{,}49 - 4 \cdot 7{,}26) = -(-71{,}49) =$
$= 71{,}49$ (грн.).

Відповідь: Для одержання необхідної кількості добавок у раціоні великої рогатої худоби, необхідно придбати 8,49 кг концентрату К-1 і 7,26 кг концентрату К-2. При цьому необхідно витратити 71,49 грн. Споживання добавки В поверх норми складає 57,45 р.

1.2.2 Самостійна робота

Варіант № 1	**Варіант № 2**
$F = 5x_1 + 8x_2 + x_3 \ (\max)$	$F = -2x_1 + 5x_2 - x_3 \ (\max)$
$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 \ge 10 \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 \ge 10 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge -6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 7 \\ 8x_1 + x_2 - 2x_3 \ge -6 \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \le 4 \\ -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 \le 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$
$x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$	$x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$

Варіант № 3	**Варіант № 4**
$F = 10x_1 - 4x_2 + x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \le 1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 \ge 1 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 \ge -3 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 \le 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	$F = 4x_1 + x_2 - x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - x_3 \ge -6 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 \ge 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \le 3 \\ 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 \le 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$
Варіант № 5	**Варіант № 6**
$F = 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} -x_1 - 5x_2 + 3x_3 \le -8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \le 6 \\ 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 \le 6 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \ge 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	$F = 4x_1 - 4x_2 - x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - x_3 \ge 1 \\ 10x_1 + x_2 - 2x_3 \le 44 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \ge -4 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 5 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$
Варіант № 7	**Варіант № 8**
$F = 4x_1 - 2x_2 + x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 8 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 \le 16 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 \le -12 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	$F = -3x_1 - x_2 + 2x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 10 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \ge -4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$

Варіант № 9 $F = 4x_1 + x_2 - x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - x_3 \ge -6 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ge 2 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 \le 3 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	**Варіант № 10** $F = 7x_1 + 2x_2 + x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 7x_1 - x_2 + 2x_3 \le 8 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 \le -42 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 \ge 6 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \le 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$
Варіант № 11 $F = 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 + 5x_3 \le -12 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \ge 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 \le 9 \\ x_1 - x_2 + x_3 \le 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	**Варіант № 12** $F = 2x_1 + 7x_2 + x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 \ge -8 \\ 9x_1 - 3x_2 - 2x_3 \ge 42 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \le 1 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$
Варіант № 13 $F = 5x_1 + 8x_2 + x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 \ge 10 \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 \ge 10 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge -6 \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$	**Варіант № 14** $F = -2x_1 + 5x_2 - x_3 \quad (\max)$ $\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 - x_3 \ge 7 \\ 8x_1 + x_2 - 2x_3 \ge -6 \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \le 4 \\ -4x_1 - 3x_2 + 2x_3 \le 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,3}$

Варіант № 15 $F = 10x_1 - 4x_2 + x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 \le 1 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 \ge 1 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 \ge -3 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 \le 4 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$	**Варіант № 16** $F = 4x_1 + x_2 - x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - x_3 \ge -6 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 \ge 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \le 3 \\ 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 \le 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$
Варіант № 17 $F = 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} -x_1 - 5x_2 + 3x_3 \le -8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \le 6 \\ 3x_1 + 3x_2 - 6x_3 \le 6 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \ge 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$	**Варіант № 18** $F = 4x_1 - 4x_2 - x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 - x_3 \ge 1 \\ 10x_1 + x_2 - 2x_3 \le 44 \\ 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \ge -4 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 5 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$
Варіант № 19 $F = 4x_1 - 2x_2 + x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 8 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 \le 16 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 \le -12 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 20 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$	**Варіант № 20** $F = -3x_1 - x_2 + 2x_3 \;\; (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 10 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \ge -4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \;\; j = \overline{1,3}$

Варіант № 21	**Варіант № 22**
$F = 4x_1 + x_2 - x_3 \ (\max)$ $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - x_3 \ge -6 \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \ge 2 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 \le 3 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$	$F = 7x_1 + 2x_2 + x_3 \ (\max)$ $\begin{cases} 7x_1 - x_2 + 2x_3 \le 8 \\ 3x_1 - 9x_2 + 2x_3 \le -42 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 \ge 6 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \le 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$
Варіант № 23	**Варіант № 24**
$F = 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 \ (\max)$ $\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 + 5x_3 \le -12 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \ge 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 \le 9 \\ x_1 - x_2 + x_3 \le 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$	$F = 2x_1 + 7x_2 + x_3 \ (\max)$ $\begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 \ge -8 \\ 9x_1 - 3x_2 - 2x_3 \ge 42 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 \ge 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \le 1 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ $x_j \ge 0, \ j = \overline{1,3}$

1.2.4 Контрольні питання

1) У чому полягає ідея методу штучного базису?
2) Як формулюється розширена задача?
3) Які змінні називаються штучними?
4) Що таке штучний базис?
5) За яким правилом заповнюється перша симплекс-таблиця при використанні методу штучного базису?
6) Сформулюйте загальний алгоритм М-методу.
7) Як визначаються дозвільні стовпець і рядок у симплекс-таблицях?
8) У якому випадку задача не має розв’язку?
9) Як встановити, що отриманий план задачі є оптимальним?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. Вузов/И.Л. Акулич.- М.: Высш. шк., 1986.- 319 с.
2. Боровик О.В. Дослідження операцій в економіці (Текст): навч. посібник: Рекомендовано МОН України/О.В. Боровик, Л.В. Боровик.- К.:Центр учбової літератури,2007
3. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов/ В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; Под ред. В.В. Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 1999. - 391 с.
4. Івченко І.Ю. Математичне програмування: Навчальний посібник/І.Ю. Івченко. – К.: Центр учбової літератури,2007 – 232 с.
5. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу "Экономико-математические методы и модели"/Т.В. Алесинская, В.Д. Сербин, А.В. Катаев. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002, 153 с.