

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЙНИЙ НІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНЖЕНЕРІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

Кафедра Комп'ютерних наук

**ГРАФІЧНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ
ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ**

Методичні вказівки до лабораторної роботи з дисципліни
«Дослідження операцій»
для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 122
«Комп'ютерні науки»

Мелітополь
2017

Графічний метод розв’язання задачі лінійного програмування. Методичні вказівки до лабораторної роботи з дисципліни «Дослідження операцій» для здобувачів ступеня вищої освіти «Бакалавр» зі спеціальності 122 «Комп’ютерні науки» - Таврійський державний агротехнологічний університет, 2017 – 20 с.

Розробили: д.т.н., проф. Малкіна В.М., ст. викл. Зінов’єва О.Г.

Рецензент: к.т.н., доц. Щербіна В.М.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри
«_24_» __травня__ 2017__р. Протокол № _16__

Затверджено методичною комісією факультету ІКТ
«_25_» __травня__ 2017__р. Протокол № _10__

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Лабораторна робота №2	5
2.1 Теоретичні відомості	5
2.2 Практична частина	6
2.2.1 Контрольний приклад.....	6
2.2.2 Варіанти завдань для самостійної роботи	12
2.2.3 Контрольні питання	61
Список літератури	62

ВСТУП

Дані методичні вказівки є керівництвом для проведення практичних занять за курсом «Дослідження операцій».

Метою дійсних методичних вказівок є закріплення студентами вивченого теоретичного матеріалу і придбання практичних навичок для рішення задач лінійного програмування.

Методичні вказівки складені з врахуванням того, що студенти попередньо розібрали теоретичний матеріал і приклади, наведені в конспекті лекцій.

У результаті студенти повинні навчитися знаходити розв'язок задач лінійного програмування графічним методом: будувати багатокутник розв'язків, вектор-градієнт і лінію рівня; визначати точки мінімуму і максимуму в багатокутнику розв'язків.

Кожне практичне заняття містить основні теоретичні відомості, контрольний приклад, задачі для самостійної роботи, домашнє завдання і контрольні питання.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

- Тема:** Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування
- Мета:**
- 1) Навчити розв'язувати графічним методом задачу лінійного програмування.
 - 2) Навчити будувати область припустимих значень (ОПЗ) для ЗЛП, а також вектор-градієнт, лінію рівня.
- Час:** 2 год.

2.1 Порядок виконання роботи

- Представити викладачу виконане домашнє завдання. Умову завдання наведено у п. 2.3
- Проробити практичну частину.
- Виконати домашнє завдання.

2.2 Завдання для самопідготовки

У процесі підготовки до заняття студент в обов'язковому порядку повинен виконати наступні завдання:

- а) вивчити конспект лекцій;
- б) опрацювати рекомендовану літературу: [1] с. 16-26;
- в) занести у зошит для практичних робіт такі матеріали:
 - 1) формулу для визначення координат вектора-градієнта;
 - 2) правило побудови лінії рівня;
 - 3) правила визначення максимального і мінімального значень цільової функції.

2.3 Теоретичні відомості

Задача лінійного програмування складається у визначенні максимального (мінімального) значення функції

$$F = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.1)$$

при умовах

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, & i = \overline{1, m}, \\ x_j \geq 0, & j = \overline{1, n} \end{cases} \quad (2.2)$$

Геометричне тлумачення цієї задачі міститься у визначенні такої точки багатокутника розв'язків, що обумовлюється системою (2.2), у якій цільова функція F приймає максимальне (мінімальне) значення. У випадку $j = 2$ ЗЛП можна розв'язати на площині за допомогою графічного методу.

Пошук розв'язку задачі лінійного програмування (2.1) – (2.2) на основі її геометричної інтерпретації включає наступні етапи:

1) Побудова прямих, рівняння яких отримують у результаті заміни в обмеженнях (2) знаків нерівностей на знак рівності.

2) Пошук напівплощин, що задаються кожним обмеженням задачі.

3) Пошук багатокутника розв'язків (області допущених значень).

4) Побудова вектора $\bar{c} = \overline{grad} F = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) = (c_1, c_2)$.

5) Побудова лінії рівня $F = h$ перпендикулярно до вектора-градієнта, (лінію рівня можна провести через точки $(0; c_1)$ и $(c_2; 0)$, h підбирається таким чином, щоб лінія рівня проходила через багатокутник розв'язків).

6) Якщо необхідно знайти максимальне значення цільової функції, лінія рівня пересувається в напрямку вектора \bar{c} до останньої загальної точки з багатокутником розв'язків.

Якщо необхідно знайти мінімальне значення цільової функції, лінія рівня пересувається в напрямку, протилежному напрямкові вектора \bar{c} до останньої загальної точки з багатокутником розв'язків.

Можливі наступні випадки визначення розв'язку задачі:

а) Розв'язок існує і єдиний. Лінія рівня перетинається з багатокутником розв'язків (Рисунок 1).

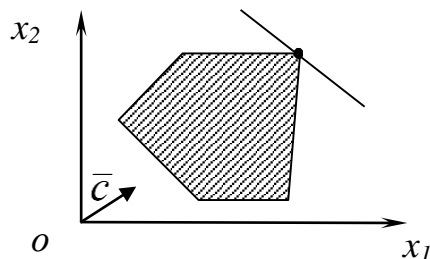


Рисунок 1 – Багатокутник розв'язків задачі

Розв'язком є координати останньої загальної точки лінії рівня з багатокутником розв'язків.

б) Розв'язок існує, нескінченна безліч розв'язків. В крайньому положенні лінія рівня збігається з ребром багатокутника розв'язків (Рисунок 2).

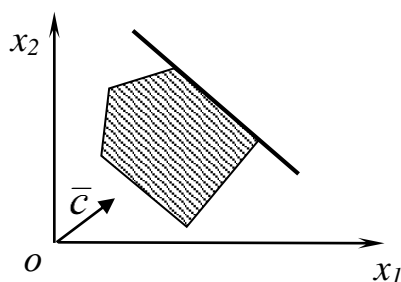


Рисунок 2 – Багатокутник розв'язків задачі

Розв'язками задачі є всі точки цього ребра.

в) не існує розв'язку, тому що область допущених значень не обмежена (Рисунок 3).

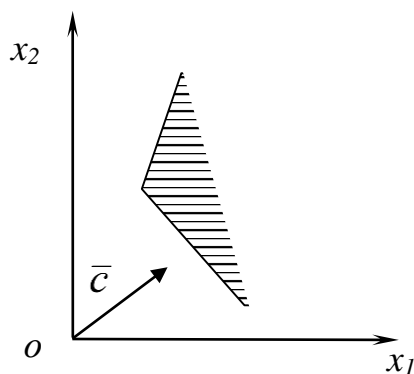


Рисунок 3 – Область допущених розв'язків задачі

Функція не обмежена на області допущених значень.

г) не існує області допущених розв'язків, тому що система обмежень не є сумісною (Рисунок 4).

Задача не має розв'язків.

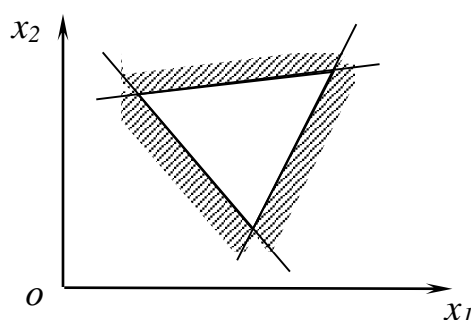


Рисунок 4 – Область допущених розв'язків задачі

Нехай ЗЛП містить більше двох змінних. Таку задачу можна звести до задачі, у якій кількість невідомих дорівнює двом і розв'язати її графічним методом. Розглянемо два випадки.

Випадок 1. Серед обмежень задачі є хоча б одне рівняння. В цьому випадку діють таким чином:

а) з обмеження ЗЛП у вигляді рівняння виражають будь-яку змінну через інші;

б) рівняння, що отримали, підставляють в цільову функцію та в інші обмеження і виключають обрану змінну з розгляду;

в) тому що змінна , яку виключили не є негативною, у систему обмежень додають вираження даної змінної з умовою “ ≥ 0 ”;

г) якщо отримана задача містить дві змінні, її розв’язок можна знайти, використовуючи геометричний метод.

Якщо ж кількість змінних більше двох і серед обмежень є рівняння, переходять знов до пункту а);

д) знаходять розв’язок задачі, виражаючи змінні, що виключили, через винайдені.

Випадок 2. Всі обмеження задачі представлені у вигляді рівнянь. В цьому випадку діють таким чином:

а) переходять від наданої задачі, що записана в канонічному виді, до стандартної ЗЛП, виключаючи зайві змінні;

б) з цільової функції наданої задачі виключають зайві змінні за допомогою підстановки їхніх значень, які були виражені з відповідних рівнянь системи обмежень;

в) знаходять розв’язок задачі.

2.4 Практична частина

Задача 1.

Знайти мінімальне і максимальне значення функції $F = x_1 + 3x_2$ при заданих обмеженнях:

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Розв'язання

- 1) Кожному з нерівностей (1) відповідає напівплощина, границею якої є пряма. Для побудови прямих, заміняємо знаки нерівностей на знаки рівностей і знаходимо для кожної прямої координати двох точок.

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 12 & (1) \\ -x_1 + 3x_2 = 6 & (2) \\ 2x_1 + 4x_2 = 16 & (3) \\ x_1 = 0 & (4) \\ x_2 = 0 & (5) \end{cases}$$

Координати 1-й точки		Координати 1-й точки	
x_1	x_2	x_1	x_2
0	-6	3	0
0	2	-6	0
0	4	8	0
0	0	0	4
0	0	4	0

- 2) Будуємо прямі.
 3) Знаходимо напівплощини, що задані кожною нерівністю.
 4) Знаходимо багатокутник розв'язків (трикутник ABC).
 5) Будуємо вектор $\vec{c}\{1;3\}$.

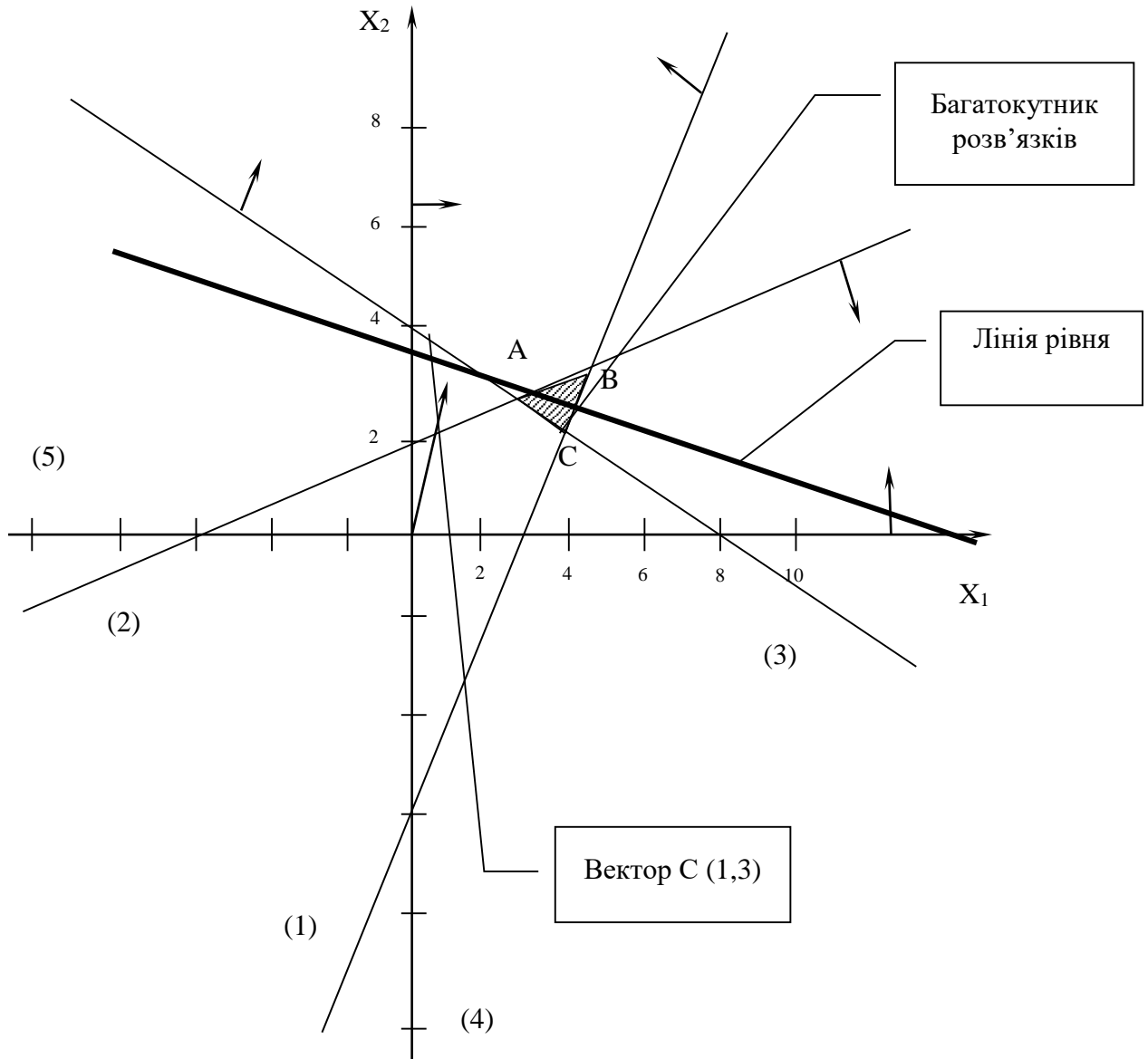


Рисунок 5 – Багатокутник розв'язків задачі

- 6) Будуємо пряму $x_1 + 3x_2 = h$. h підбираємо так, щоб пряма проходила через багатокутник рішень.
- 7) Пересуваємо пряму $x_1 + 3x_2 = h$ в напрямку вектора \vec{c} . Остання загальна точка з багатокутником рішень (точка B) є точкою, в якій цільова функція приймає максимальне значення.
- 8) Пересуваємо пряму $x_1 + 3x_2 = h$ в напрямку протилежному вектору \vec{c} . Остання загальна точка з багатокутником рішень (точка C) є точкою, в якій

цільова функція приймає мінімальне значення.

9) Знаходимо координати точок В і С.

$$B: \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 12 \\ -x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 12 \\ -4x_1 + 12x_2 = 24 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x_2 = 36 \\ -x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 4,8 \\ x_2 = 3,6 \end{cases}$$

$$C: \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 = 12 \\ 2x_1 + 4x_2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x_1 - 4x_2 = 24 \\ 2x_1 + 4x_2 = 16 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x_1 = 40 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

10) Підставляючи значення координат у цільову функцію, одержуємо максимальне значення, яке дорівнює 13,2 і мінімальне значення, яке дорівнює 10.

Відповідь: Цільова функція F приймає максимальне значення, яке дорівнює 13,2 при $x_1 = 3,6$; $x_2 = 3,2$, а мінімальне значення, яке дорівнює 10 при $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

Задача 2.

Знайти мінімальне значення функції $F = 4x_1 - 7x_2 - 2x_3$ при заданих обмеженнях:

$$\begin{cases} -2x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 9, \\ 6x_1 - 7x_2 - x_3 \geq 6, \\ -7x_1 + 14x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = 0, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3}. \end{cases} \quad (2.3)$$

Розв'язання

1. Виражаємо з рівняння $3x_1 - 5x_2 - x_3 = 0$ одну із змінних (наприклад x_3)

$x_3 = 3x_1 - 5x_2$ і підставляємо її в цільову функцію і в усі нерівності.

$$F = 4x_1 - 7x_2 - 2 \cdot (3x_1 - 5x_2);$$

$$-2x_1 + 6x_2 + (3x_1 - 5x_2) \leq 9;$$

$$6x_1 - 7x_2 - (3x_1 - 5x_2) \geq 6;$$

$$-7x_1 + 14x_2 + 2 \cdot (3x_1 - 5x_2) \geq 4.$$

Тому що за умовою $x_3 \geq 0$, те $x_3 = 3x_1 - 5x_2$ заміняємо на $3x_1 - 5x_2 \geq 0$

У підсумку після приведення подібних, маємо задачу лінійного програмування:

Знайти мінімальне значення функції $F = -2x_1 + 3x_2$ при заданих обмеженнях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9 \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ -x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - 5x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Далі розв'язуємо цю задачу графічним методом.

2. Кожній з нерівностей відповідає напівплощина, границею якої є пряма. Для побудови прямих, заміняємо знаки нерівностей на знаки рівностей і знаходимо для кожної прямої координати двох точок.

Таблиця 2 – Координати точок прямих (1) - (6)

Рівняння прямих	Координати 1-й точки		Координати 1-й точки	
	x_1	x_2	x_1	x_2
$x_1 + x_2 = 9$ (1)	0	9	9	0
$3x_1 - 2x_2 = 6$ (2)	0	-3	2	0
$-x_1 + 4x_2 = 4$ (3)	0	1	-4	0
$3x_1 - 5x_2 = 0$ (4)	0	0	5	3
$x_1 = 0,$ (5)	0	0	0	4
$x_2 = 0$ (6)	0	0	4	0

3. Будуємо прямі (1)-(6).
4. Знаходимо напівплощини, що задані кожною нерівністю.
5. Знаходимо багатокутник розв'язків (трикутник ABC)(рис.3.3.1).
6. Будуємо вектор $\vec{c}\{-2;3\}$.
7. Будуємо пряму $-2x_1 + 3x_2 = h$. Підбираємо h так, щоб пряма проходила через багатокутник рішень.
8. Пересуваємо пряму $-2x_1 + 3x_2 = h$ в напрямку протилежному напрямку вектора \vec{c} . Остання загальна точка з багатокутником рішень (точка C) є точкою, у якій цільова функція приймає мінімальне значення.

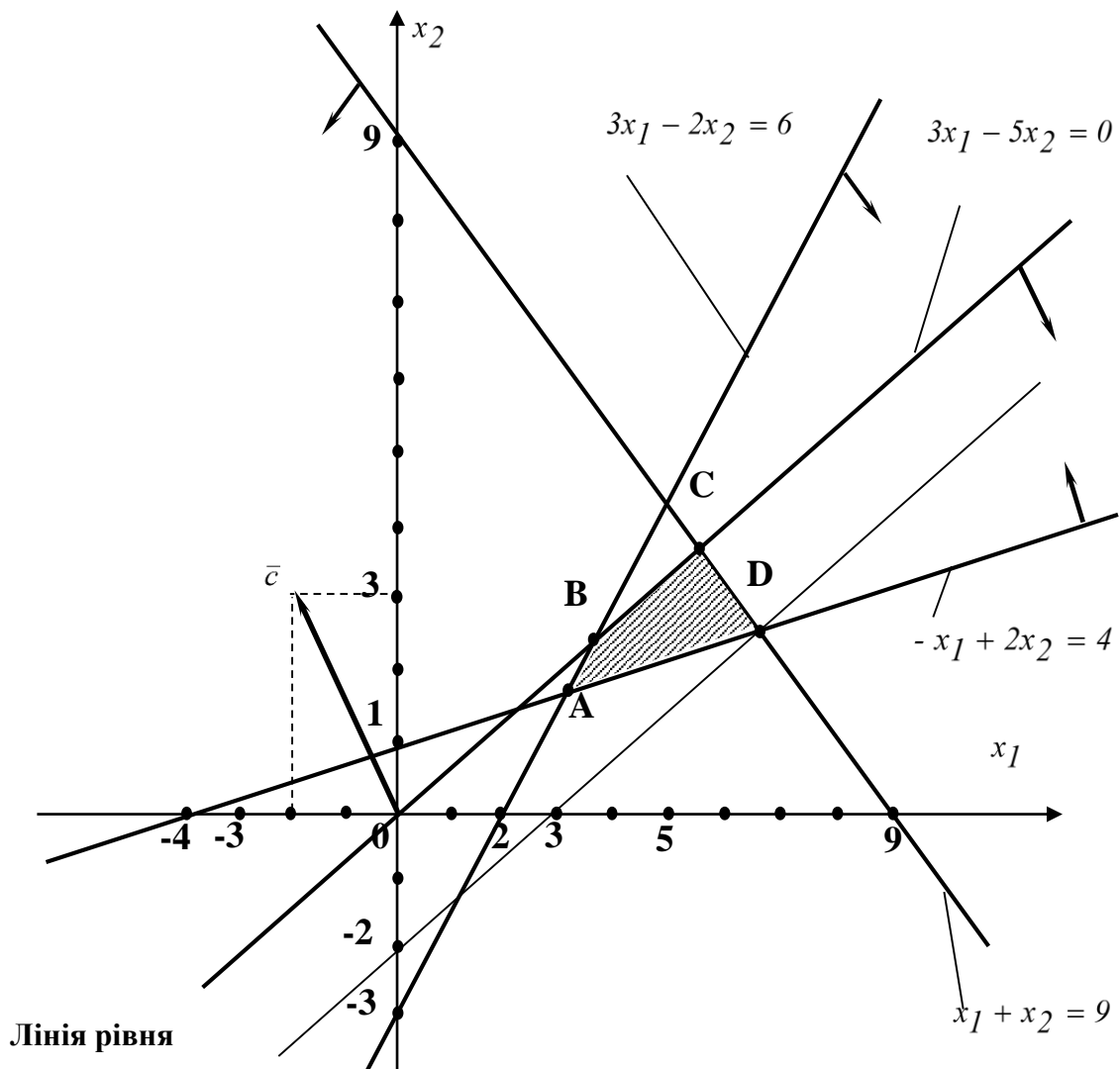


Рисунок 6 – Багатокутник розв'язків задачі.

9. Знаходимо координати точки D, розв'язуючи відповідну систему рівнянь.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ -x_1 + 4x_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 9 \\ 5x_2 = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 6,4 \\ x_2 = 2,6 \end{cases}$$

10. Підставляючи x_1 та x_2 у $x_3 = 3x_1 - 5x_2$, одержуємо $x_3 = 6,2$.

11. Підставляючи значення координат у цільову функцію, одержуємо мінімальне значення цільової функції, яке дорівнює -5.

$$F_{\min} = F(6,4;2,6;6,2) = -5$$

Відповідь: Цільова функція F приймає мінімальне значення, яке дорівнює -5 при $x_1 = 6,4$, $x_2 = 2,6$ і $x_3 = 6,2$.

Варіанти завдань до самостійної роботи

<p>Варіант №1</p> $\begin{cases} x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + 2x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	<p>Варіант №2</p> $\begin{cases} x_1 \leq 3 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + 2x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$
<p>Варіант №3</p> $\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = 2x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	<p>Варіант №4</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$

<p style="text-align: center;">Варіант №5</p> $\begin{cases} x_1 \leq 6 \\ 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = 4x_1 + 6x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	<p style="text-align: center;">Варіант №6</p> $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = -7x_1 - 5x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$
<p style="text-align: center;">Варіант №7</p> $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x + x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + 2x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	<p style="text-align: center;">Варіант №8</p> $\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 - 3x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 6x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = 2x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$
<p style="text-align: center;">Варіант №9</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + 5x_2 \geq 5 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	<p style="text-align: center;">Варіант №10</p> $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ 2x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F = x_1 + 2x_2 \Rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$

<p style="text-align: center;">Вариант №11</p> $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 1 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right.$ $F = x_1 - x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №12</p> $\left\{ \begin{array}{l} -2x_1 + x_2 \leq 1 \\ -x_1 - x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + x_2 \leq 8 \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -9 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$ $F = 5x_1 - 10x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$
<p style="text-align: center;">Вариант №13</p> $\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №14</p> $\left. \begin{array}{l} x_1 \leq 6 \\ 3x_1 + x_2 \geq 9 \\ x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = 4x_1 + 6x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$
<p style="text-align: center;">Вариант №15</p> $\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = -7x_1 - 5x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №16</p> $\left. \begin{array}{l} 5x_1 - 2x_2 \leq 10 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x + x_2 \geq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 + 2x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$

<p style="text-align: center;">Вариант №17</p> $\left. \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 6x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = 2x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №18</p> $\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + 5x_2 \geq 5 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$
<p style="text-align: center;">Вариант №19</p> $\left. \begin{array}{l} x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 - 2x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №20</p> $\left. \begin{array}{l} 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ 2x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 - 2x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$
<p style="text-align: center;">Вариант №21</p> $\left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = x_1 + x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$	<p style="text-align: center;">Вариант №22</p> $\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 5 \\ 2x_1 - 2x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right\}$ $F = 7x_1 + 6x_2 \Rightarrow \begin{array}{l} \min \\ \max \end{array}$

Варіант №23	Варіант №24
$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 15 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq -10 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 20 \\ x_1 \leq 7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F(x) = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$ $F(x) = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix}$

2.2.4 Контрольні питання

- 1) В чому полягає задача лінійного програмування?
- 2) В чому міститься геометрична інтерпретація ЗЛП?
- 3) Які основні етапи пошуку розв'язку ЗЛП графічним методом?
- 4) Як визначити розв'язок задачі лінійного програмування?
- 5) Які можуть виникнути ситуації при побудові багатокутника розв'язків під час розв'язання ЗЛП графічним методом?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. Вузов/И.Л. Акулич.- М.: Высш. шк., 1986.- 319 с.
2. Боровик О.В. Дослідження операцій в економіці (Текст): навч. посібник: Рекомендовано МОН України/О.В. Боровик, Л.В. Боровик.- К.:Центр учбової літератури,2007
3. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов/ В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; Под ред. В.В. Федосеева. — М.: ЮНИТИ, 1999. - 391 с.
4. Івченко І.Ю. Математичне програмування: Навчальний посібник/І.Ю. Івченко. – К.: Центр учбової літератури,2007 – 232 с.
5. Алесинская Т.В. Учебное пособие по решению задач по курсу "Экономико-математические методы и модели"/Т.В. Алесинская, В.Д. Сербин, А.В. Катаев. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002, 153 с.