

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ**  
**УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО**

Малкіна В. М., Зінов'єва О. Г.

**МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА В АГРОНОМІЇ**

Практикум

Мелітополь

2021

УДК 519.22

*Дозвіл на впровадження та видання надано Вченою радою факультету агротехнологій та екології Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного (протокол №8 від 18.05.2021 р.)*

Рецензенти:

Іванова І.Є. – кандидат сільськогосподарських наук, декан факультету агротехнологій та екології, доцент кафедри плодовоовочівництва, виноградарства та біохімії Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного

Строкань О.В. – кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерних наук, Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

Малкіна В. М., Зінов'єва О.Г. Математична статистика в агрономії, Практикум. – Мелітополь: Люкс, 2021. – 130 с.

Практикум підготовлено відповідно до програми навчальної дисципліни «Математична статистика в агрономії», яка включена у навчальний план підготовки бакалаврів спеціальності 201 «Агрономія» Практикум включає задачі статистичного аналізу даних: первинна обробка статистичних даних, задачі регресійного, кореляційного та дисперсійного аналізу.

УДК 519.22

УДК 519.22

©Таврійський державний агротехнологічний університет, 2021

©В.М. Малкіна, О.Г. Зінов'єва, 2021

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ПРАКТИЧНА РОБОТА №1 Первинна обробка статистичних даних .....	5
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №1 Перевірка статистичних гіпотез.....	29
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №3 Кореляційний аналіз.....	43
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4 Оцінка параметрів простої лінійної регресії за методом найменших квадратів (МНК).....	56
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5 Однофакторний дисперсійний аналіз.....	72
ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6 Повний факторний експеримент .....	94
ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ.....	118
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	125
ДОДАТОК А.....	126
ДОДАТОК Б.....	127
ДОДАТОК В.....	128
ДОДАТОК Г.....	130

## ВСТУП

Одним з основних підходів до обґрунтування та подальшого прийняття рішень є статистичний, заснований на використанні статистичних методів і прийомів аналізу.

Статистичні методи обробки даних можна розділити на наступні групи.

а) За способом отримання експериментальних даних:

- активний експеримент;
- пасивний експеримент (вибіркове або суцільне спостереження).

б) За метою обробки даних:

- описові (отримання і порівняння числових характеристик експериментальних даних) - аналіз варіаційних рядів, вибірковий метод, перевірка статистичних гіпотез і інші;

- аналітичні (кількісна оцінка і аналіз залежностей, що описують досліджувані об'єкти (процеси) - дисперсійний аналіз, регресійний аналіз та інші).

Мета практикуму - надати допомогу студентам в оволодінні прийомами і методами статистико-математичного дослідження; в закріпленні теоретичних знань, отриманих на лекціях і при самостійній роботі у позанавчальний час.

Практикум призначений для студентів бакалаврів за напрямом підготовки «Агрономія».

Студент, на підставі вивчення рекомендованої літератури, самостійно виконує завдання за темами відповідно до індивідуального варіанту. Для полегшення виконання самостійного завдання, по всіх темах викладені необхідні короткі методичні вказівки і наводиться рішення типових задач.

# ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

Тема: **Первинна обробка статистичних даних**

Мета: 1. Повторити основні поняття математичної статистики.

2. Навчитись будувати ранжирований ряд, дискретний і інтервальний статистичні ряди розподілів і відповідні їм графіки.

3. Навчитись визначати числові характеристики стаатистичного ряду за допомогою табличного процесору MS Excel.

Література: [1], (с.158–161); [6], (с.60–62)

## 1.1 Виконання роботи

- Представити викладачеві виконане завдання для самопідготовки в п.4.2.
- Вивчити теоретичні відомості.
- Проробити контрольний приклад.
- Виконати самостійну роботу.

## 1.2Завдання для самопідготовки

В процесі підготовки до заняття студент повинен виконати наступні завдання:

а) За допомогою конспекту лекцій і рекомендованої літератури розглянути сутність таких питань:

1) побудова ранжируваних дискретних, динамічних та інтервальних рядів і відповідних їм графіків;

2) обчислення точкових оцінок, що характеризують дискретні, динамічні та інтервальні ряди

### 1.3 Основні теоретичні відомості

Основні формули:

Відносні частоти

$$P_i^* = \frac{n_i}{n}. \quad (1.1)$$

Середнє вибіркве для незгрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{x}_{\text{незгр.}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (1.2)$$

Середнє вибіркве для згрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{n}. \quad (1.3)$$

Дисперсія для незгрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{\sigma}_{\text{незгр.}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2, \quad (1.4)$$

Дисперсія для згрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2. \quad (1.5)$$

Середнє квадратичне відхилення для незгрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{\sigma}_{\text{незгр.}} = \sqrt{\bar{\sigma}_{\text{незгр.}}^2}, \quad (1.6)$$

Середнє квадратичне відхилення для згрупованих даних розраховується за формулою

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\sigma}^2}. \quad (1.7)$$

Виправлена дисперсія розраховується за формулою

$$\bar{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{n}{n-1} \cdot \bar{\sigma}^2. \quad (1.8)$$

Виправлене середнє квадратичне відхилення розраховується за формулою

$$\bar{S} = \sqrt{\bar{S}^2}. \quad (1.9)$$

Коефіцієнт варіації розраховується за формулою

$$V = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{x}} \cdot 100\%. \quad (1.10)$$

Кількість інтервалів розбивки вибірки розраховується за формулою Стерджеса

$$k = 1 + 3,322 \lg n. \quad (1.11)$$

Довжина інтервалу розраховується за формулою

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}. \quad (1.12)$$

Середини інтервалів

$$x_i^* = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}. \quad (1.13)$$

Коефіцієнт асиметрії розраховується за формулою

$$A_s = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i}{n \cdot \bar{\sigma}^3}, \quad (1.14)$$

Екセス розраховується за формулою

$$E = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i}{n \cdot \bar{\sigma}^4} - 3, \quad (1.15)$$

## 1.4 Порядок виконання роботи

### 1.4.1 Контрольний приклад

**Задача 1.** Отримано дані про врожайність зернових культур(ц/га) у 30 господарствах області:

25,3 34,2 38,2 26,7 34,3 38,9 28,5 34,4 39,9 29,1 34,7 40,5  
 30,5 35,1 41,5 31,7 35,8 42,3 32,4 36,7 44,1 32,8 36,8 44,9  
 32,9 37,3 33,1 37,6 33,5 37,9

Провести первинну статистичну обробку даних:

- а) побудувати інтервальний статистичний ряд;
- б) побудувати гістограму;
- в) побудувати емпіричну функцію розподілу;
- г) побудувати дискретний статистичний ряд;
- д) визначити числові характеристики вибірки:  $\bar{x}$ ,  $\bar{D}$ ,  $\bar{\sigma}$ ,  $A_s$ ,  $E$ ,  $\bar{V}$ .

### Розв'язання

- 1) Запустити MS Excel
- 2) В комірки A2:A31 внести вказані значення вибірки.
- 3) Створити наступну таблицю:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	x i				n=									
2					k=									
3					x min=			a=						
4					x max=			b=						
5					h=									
6														
7														
8					Інтервальний статистичний ряд									
9														
10					a	a+h	a+2h	a+3h	a+4h	a+5h	Сума			
11					[xi - x i+1]									
12					ni									
13					Pi*									
14					Pi*/h									
15					nx									
16					F									
17														
18					Дискретний статистичний ряд									
19											Сума			
20					xi									
21					ni									
22					Pi*									
23					xi^2									
24					xi*ni									
25					(xi^2)*ni									
26					((xi-x sr)^2)*ni									
27					((xi-x sr)^3)*ni									
28					((xi-x sr)^4)*ni									
29														
30					x sr=									
31					σ^2=									
32					σ=									
33														
34					As=									
35					E=									
36					V=									
37														
38														

Рисунок 1.1 – Приклад оформлення вихідних даних в Excel



- 4) Внести в комірку F1 розмір вибірки:  $n = 30$
- 5) Побудувати ранжируваний статистичний ряд, у якому елементи виписані в зростаючому порядку:
  - Виділити комірки A1:A31;
  - Главная – Редактирование – Сортировка и фильтр вибрати команду Сортировка по возрастанию - ОК
- 6) В комірку F3 внести мінімальний елемент вибірки:  $x_{\min} = 25,3$ .
- 7) В комірку F4 внести максимальний елемент вибірки:  $x_{\max} = 44,9$ .
- 8) В комірку B2 визначаємо кількість інтервалів розбивки вибірки за формулою Стерджеса:

$$k = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5.$$

- 9) В комірку F5 знаходимо довжину інтервалу розбивки по формулі

$$h = \frac{b - a}{k}, \text{ де } b \approx x_{\max} \text{ і } b \geq x_{\max}; a \approx x_{\min} \text{ і } a \leq x_{\min}.$$

У нашому прикладі  $a = 25$ ,  $b = 45$ . Значення  $a$  та  $b$  внести в комірки I3 та I5

$$h = \frac{b - a}{k} = \frac{45 - 25}{5} = 4$$

- 10) Будуємо інтервальный статистичний ряд.  
В нашому прикладі інтервальный ряд будується в комірках F11:K11:
  - в першу комірку (F11) необхідно ввести значення  $a$  ;
  - в наступну комірку (G11) внести формулу  $a + h$ , далі  $a + 2h$  і т.д.;
- 11) В комірки F12:K12 внести відповідні частоти для інтервалів  $n_i$ .
- 12) За допомогою «Автосуми» в комірку L12 розрахувати значення суми частот  $n_i$ . Для нашого прикладу  $\sum n_i = 30$
- 13) Обчислити відносні частоти  $P_i^*$  за формулою

$$P_i^* = \frac{n_i}{n},$$

$$P_1^* = \frac{3}{30} = 0,1; P_2^* = \frac{6}{30} = 0,2; \dots$$

14) Обчислити відносні частоти  $P_i^* / h$

Отримуємо наступну таблицю (табл. 1.1)

Таблиця 1.1 – Відносні частоти

	Сума						
$x_i - x_{i+1}$	25	29	33	37	41	45	
$n_i$	-	3	6	10	7	4	30
$P_i^*$	-	0,1	0,2	0,33	0,23	0,13	1
$P_i^* / h$	-	0,025	0,05	0,08	0,06	0,03	

15) Побудувати для інтервального ряду гістограму відносних частот (рис. 1.2):

- виділити рядки з даними меж інтервалів  $[x_i - x_{i+1}]$  та  $P_i^*$ ;

- Вставка – Діаграми – Гістограма з групіровкою;

- Виконати редагування побудованої діаграми. Для цього «клацнути» правою кнопкою миші в області діаграми. З контекстного меню вибрати команду **Вибрати дані**, у полі Підписи горизонтальної осі (категорій) натиснути кнопку **Змінити** та вибрати комірки, які містять значення меж інтервалів  $[x_i - x_{i+1}]$  (комірки F11:K11)

– вказати назву діаграми: “Гістограма щільності відносних частот”;

– вказати назву вісі X (категорій):  $x_i - x_{i+1}$ ;

– вказати назву вісі Y (значень):  $P_i^*$ ;

- «щиглик правою» на стовпці гістограми;

– Формат ряда даних...;

– вкладка Параметри;

– Ширина зазора: 0;

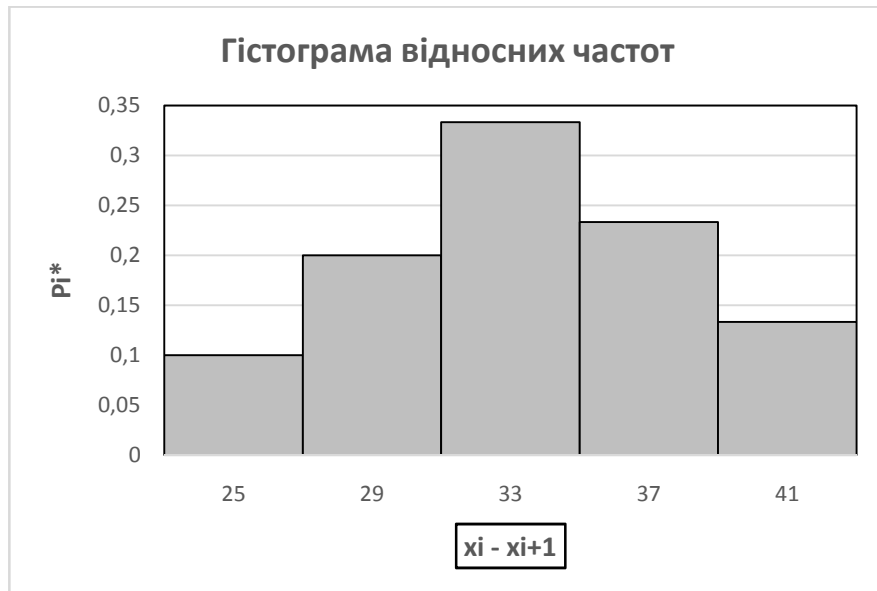


Рисунок 1.2 –Гістограма відносних частот

16) Аналогічним чином будуюмо гістограму густини відносних частот на основі даних рядку  $P_i^* / h$  (рис. 1.3)

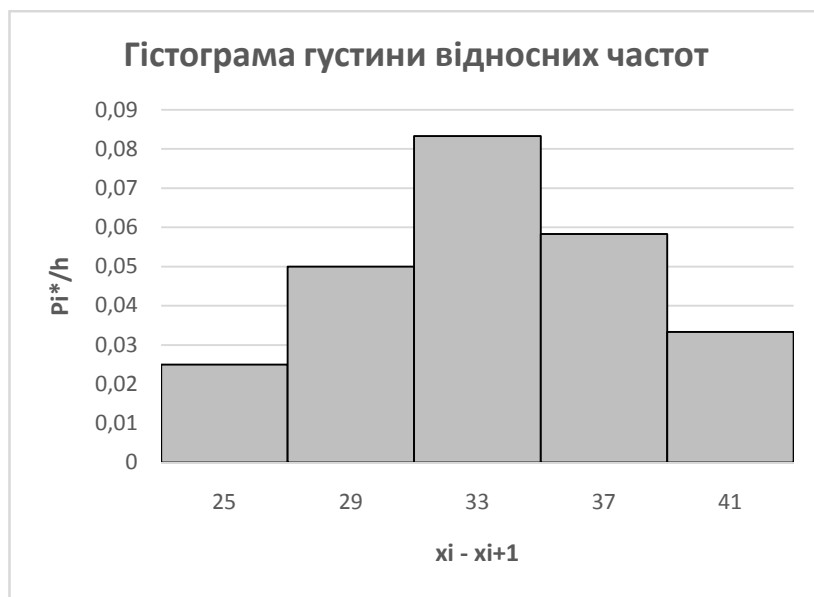


Рисунок 1.3 – Гістограма густини відносних частот

17) Побудуємо для інтервального ряду емпіричну функцію розподілу (рис.1.3).

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

де  $n_x$  – кількість елементів вибірки, менших  $x$  ;

- в комірку G15 внести 0;
- в комірку H15 внести формулу  $=0+n_1$  (G15+G12);
- установити вказівник миші на маркер автозаповнення комірки та “перетягнути” до останньої комірки ряду;
- розрахувати значення емпіричної функції розподілу:

$$F^*(25) = \frac{n_{x1}}{n} = \frac{0}{30} = 0 \quad (\text{для нашого прикладу значення } n_{x1}$$

знаходиться в комірці G15, значення  $n$  - в комірці L12,  $F^*(29) = \frac{3}{30} = 0,1$ ,

$$F^*(33) = \frac{3+6}{30} = 0,3,$$

$$F^*(37) = \frac{3+6+10}{30} = 0,63, \quad F^*(41) = \frac{3+6+10+7}{30} = 0,87,$$

$$F^*(45) = \frac{3+6+10+7+4}{30} = 1.$$

Для ряду  $F^*$  за допомогою Майстра діаграм побудувати графік емпіричної функції розподілу (Для виконання завдання використовувати діаграму Графік(Графік з маркерами) та включити згладжування ліній, розміщення діаграми– на “окремому” аркуші)

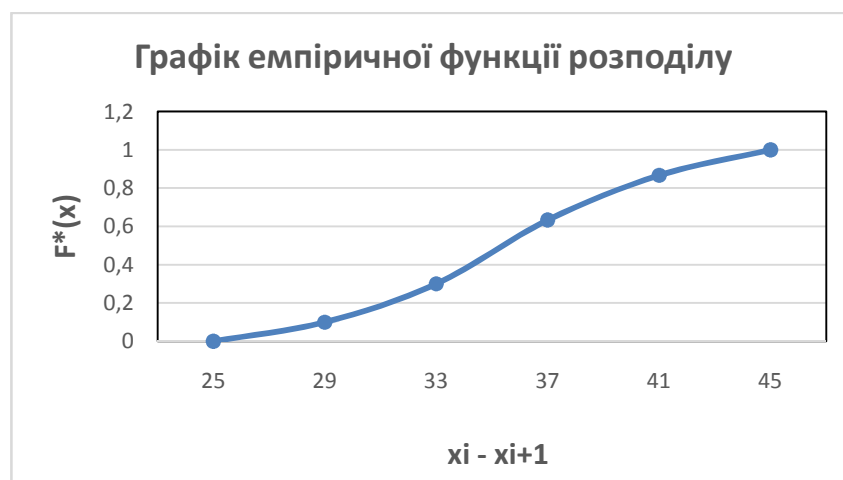


Рисунок 1.4 – Емпірична функція розподілу

18) Перейдемо в інтервальному статистичному ряді від інтервалів до їх центрів:

$$x_i^* = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

і одержимо дискретний статистичний ряд:

- в комірці F19 обчислити перше значення ряду за формулою

$$x_1^* = \frac{25+29}{2} = 27 ;$$

- аналогічним чином розрахувати останні значення ряду.

Отримуємо наступну таблицю (табл. 1.2):

Таблиця 1.2 – Дискретний статистичний ряд

$x_i^*$	27	31	35	39	43
$n_i$	3	6	10	7	4
$P_i^*$	0,1	0,2	0,33	0,23	0,13

Значення  $n_i$  та  $P_i^*$  скопіювати з інтервального ряду.

19) Будуємо полігон відносних частот для значень ряду F21:J21.(Для виконання завдання використовувати діаграму Графік(Графік з маркерами), розміщення діаграми– на “окремому” аркуші).

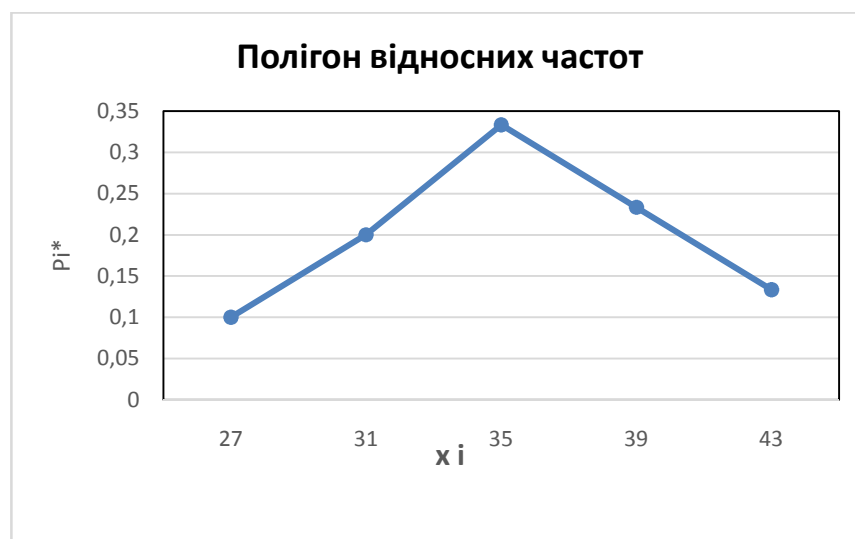


Рисунок 1.5 – Полігон відносних частот

20) Для вибірки даних знайдемо  $\bar{x}$ ,  $\sigma^2$ ,  $\bar{\sigma}$

Побудувати допоміжну таблицю

Таблиця 1.3 – Допоміжна таблиця

						Сума
$x_i$	27	31	35	39	43	175
$x_i^2$	729	961	1225	1521	1849	6285
$x_i n_i$	81	186	350	273	172	1062
$x_i^2 n_i$	2187	5766	12250	10647	7396	188550
$(x_i - \bar{x})^2 n_i$	211,68	116,16	1,6	90,72	231,04	651,2
$(x_i - \bar{x})^3 n_i$	-1778,11	-511,104	-0,64	326,592	1755,904	-207,36
$(x_i - \bar{x})^4 n_i$	14936,14	5541126	15006250	16194087	13675204	50431603

21) Обчислимо середню врожайність зернових культур за формулою

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{n} :$$

В комірці F30 обчислити формулу  $\bar{x} = \frac{1062}{30} = 35,4$  (Значення  $\sum_{i=1}^n x_i n_i$

знаходимо з допоміжної таблиці. В нашому прикладі комірці K24)

22) Знайдемо дисперсію за формулою  $\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$  або

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 n_i}{n} - \bar{x}^2 :$$

В комірці F31 обчислити формулу

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= \frac{(27-35,4)^2 \cdot 3 + (31-35,4)^2 \cdot 6 + (35-35,4)^2 \cdot 7}{30} + \\ &+ \frac{(43-35,4)^2}{30} = \frac{651,2}{30} = 21,71\end{aligned}$$

(Значення  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 n_i$  знаходимо з допоміжної таблиці. Для нашого

прикладу комірка K26).

В комірці G31 обчислити формулу

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= \frac{27^2 \cdot 3 + 31^2 \cdot 6 + 35^2 \cdot 10 + 39^2 \cdot 7 + 43^2 \cdot 4}{30} - 35,4^2 = \\ &= \frac{166710}{30} - 35,4^2 = 21,71\end{aligned}$$

Порівняти отримані значення

Обчислюємо середнє квадратичне відхилення  $\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\sigma}^2}$  :

- в комірці F32 обчислити середнє квадратичне відхилення за допомогою математичної функції КОРЕНЬ:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{21,71} = 4,66$$

23) Визначимо коефіцієнт асиметрії за формулою  $A_s = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i}{n \cdot \bar{\sigma}^3}$  :

- в комірці F34 обчислити формулу

$$\begin{aligned}A_s &= \frac{(27-35,4)^3 \cdot 3 + (31-35,4)^3 \cdot 6 + (35-35,4)^3 \cdot 7}{30 \cdot 4,66^3} + \\ &+ \frac{(43-35,4)^3 \cdot 4}{30 \cdot 4,66^3} = \frac{-207,36}{30 \cdot 4,66^3} = -0,07;\end{aligned}$$

(Значення  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i$  знаходимо з допоміжної таблиці (табл. 1.3).

Для нашого прикладу комірка K27).

24) Визначимо ексцес за формулою  $E = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i}{n \cdot \bar{\sigma}^4} - 3$ :

- в комірці F35 обчислити формулу

$$E = \frac{(27 - 35,4)^4 \cdot 3 + (31 - 35,4)^4 \cdot 6 + (35 - 35,4)^4 \cdot 7}{30 \cdot 4,66^4} + \frac{(43 - 35,4)^4 \cdot 4}{30 \cdot 4,66^4} - 3 = \frac{50431603}{30 \cdot 4,66^4} - 3 = -0,76$$

(Значення  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 n_i$  знаходимо з допоміжної таблиці. Для нашого прикладу комірці K28).

**Висновок:**  $A_s < 0$ , тому спостерігається лівостороння скошеність ряду.

$E < 0$ , тому ряд плосковершинний у порівнянні з рядом, розподіленим за нормальним законом.

25) В комірці F36 обчислити коефіцієнт варіації  $V$  за формулою

$$V = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{x}} \cdot 100 \% :$$

- в комірці F36 обчислити формулу  $V = \frac{4,66}{35,4} \cdot 100\% = 13,6\%$

- Установити для комірці F36: Формат  $\Rightarrow$  Ячейки  $\Rightarrow$  Число  $\Rightarrow$  Процентный  $\Rightarrow$

На підставі отриманого коефіцієнта варіації можна зробити висновок, що розсіювання значне.

26) Знайти довірчі інтервали для оцінки невідомого математичного очікування  $a$  за вибіркоvim середнім  $\bar{x}$  та задана надійність  $\gamma = 0.95$

$$\bar{x} - t \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}$$



Для нашого прикладу  $\bar{x} = 35,4$ ;  $\bar{\sigma} = 4,66$ ;  $n = 30$

- Перейти на Лист 2
- Ввести значення  $\bar{x}$ ,  $\bar{\sigma}$  та  $n$ , обчислені раніше (рис. 1.5)

	A	B	C
1	x sr=	35,4	
2	$\sigma$ =	4,66	
3	n=	30	
4			
5	t=		
6	$\delta$ =		
7			
8			

Рисунок 1.6 – Приклад введення даних в MS Excel

Із співвідношення  $2\Phi(t) = 0.95$  отримуємо  $\Phi(t) = 0,475$ .

За таблицею значень функції Лапласа знаходимо  $t = 1,96$ .

В комірці B6 знаходимо точність оцінки:

$$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$\delta = \frac{1,96 \cdot 4,66}{\sqrt{30}} = 1,67$$

**Висновок:** Довірчий інтервал  $[\bar{x} - 1,67; \bar{x} + 1,67]$ .

27) Оцінити справжнє значення вимірюваної величини з надійністю 0,95

- В комірку B8 ввести значення дисперсії  $\sigma^2$ , обчисленої раніше (для нашого прикладу 21,71) (рис. 1.7)

	A	B	C
7			
8	$\sigma^2=$	21,71	
9	$S^2=$		
10	$S=$		
11	$t_{\gamma}=$		
12	Нижня межа довірчого інтервалу		
13	Верхня межа довірчого інтервалу		
14			
15			

Рисунок 1.7 – Введення значення дисперсії

- В комірці B9 обчислити значення виправленої дисперсії за формулою

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \sigma^2 = \frac{30}{30-1} \cdot 21,71 = 22,455$$

- В комірці B10 обчислити значення виправленого середнього квадратичного відхилення за формулою  $\bar{S} = \sqrt{S^2} = \sqrt{22,455} = 4,74$ ;

- За таблицею Стьюдента для  $\gamma = 0,95$  та  $n = 30$  знаходимо  $t = 2,045$

Знаходимо межі довірчого інтервалу:

- В комірці B12 знайдемо нижню межу довірчого інтервалу за формулою  $\bar{x} - t_{\gamma} S / \sqrt{n} = 35,4 - 2,045 \cdot 4,74 / \sqrt{30} = 33,63$ ;

- В комірці B13 знайдемо верхню межу довірчого інтервалу за формулою  $\bar{x} + t_{\gamma} S / \sqrt{n} = 35,4 + 2,045 \cdot 4,74 / \sqrt{30} = 37,17$ .

Таким чином, з надійністю 0,95 справжнє значення вимірюваної величини укладено в довірчий інтервал  $33,63 < a < 37,17$ .

28) Знайти моду і медіану для інтервального ряду

- Перейти на Лист 1
- Внести на Листі 1 наступні дані (рис.1.8):

	A	B	C	D	E
37					
38	Частота модального інтервалу				
39	Мода				
40	Частота медіанного інтервалу				
41	Медіана				
42					
43					
44					
45					
46					

Рисунок 1.8 – Введення даних для обчислення моди і медіани

29) Знайдемо моду для інтервального ряду

$$M_o = x_i + h \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}},$$

де  $x_i$  – нижня границя модального інтервалу (комірка H11),

$n_i$  – частота модального інтервалу (комірка I12),

$n_{i-1}$  – частота інтервалу, що передує модальному (комірка G12),

$n_{i+1}$  – частота наступного інтервалу (комірка J12)

Для нашого прикладу найбільша частота  $n_i = 10$  відповідає інтервалу [33;37].

В комірці D39 обчислимо значення моди

$$M_o = 33 + 4 \cdot \frac{10 - 6}{2 \cdot 10 - 6 - 7} = 35,29$$

30) Знайдемо медіану для інтервального ряду

$$M_e = x_i + h \frac{0,5n - N_{i-1}}{n_i},$$

де  $x_i$  – нижня границя медіанного інтервалу (комірка H11);

$h$  – розмір медіанного інтервалу (комірка F5);

$n_i$  – частота медіанного інтервалу (комірка I12);

$N_{i-1}$  – сума частот, що відповідає інтервалу, який стоїть перед медіанним (для нашого прикладу сума значень в комірках G12+H12)

Медіанним інтервалом є інтервал, починаючи з якого сума частот перевершує половину обсягу вибірки. Для нашого випадку медіанним інтервалом є інтервал [33;37].

В комірці D41 обчислимо значення медіани

$$M_e = 33 + 4 \cdot \frac{0,5 \cdot 30 - 9}{10} = 35,4.$$

#### **Висновок:**

Аналіз вибірки дозволяє зробити висновок, що для генеральної сукупності:

- врожайність зернових культур дорівнює, в середньому,  $35,4 \pm 4,81$  ц/га;
- ряд є плосковершинним у порівнянні з рядом, розподіленим за нормальним законом ( $E < 0$ ), тобто значення інтервальних частот менші ніж значення відповідних частот для ряду, розподіленому за нормальним законом;
- ряд має лівосторонню скошеність ( $A_s < 0$ ), що означає – кількість значень вибірки, до середнього 35,23 менше кількості значень після середнього значення 35,23.
- має значне розсіювання ( $V = 13.62\%$ ).
- найчастіше зустрічається врожайність в модальному інтервалі [33,34;37,06];
- з надійністю 0,95 справжнє значення вимірюваної величини укладено в довірчий інтервал  $33,63 < a < 37,186$ .

#### **1.4.2 Завдання для самостійного виконання**

Відповідно до вказаного варіанту для наведеного інтервального ряду: