УДК 519.863

АВТОМАТИЗАЦІЯ РОЗРАХУНКУ ТРАНСПОРТНОЇ ЗАДАЧІ В МЕРЕЖЕВІЙ ПОСТАНОВЦІ

Софія Величко
О.Г. Зінов'єва
Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

У роботі пропонується методика розв'язання транспортної задачі в мережевій постановці за пакету символьної математики Maple.

Ключові слова: транспортна задача, сітьова модель, комп'ютерні технології.

AUTOMATION OF THE CALCULATION OF THE TRANSPORT PROBLEM IN A NETWORK PRODUCTION

Sofiia Velychko
O.G. Zinovieva
Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University

The paper proposes a method for solving the transport problem in a network setting using the Maple symbolic mathematics package.

Keywords: transport problem, network model, computer technologies.

Транспортна задача лінійного програмування відноситься до переліку класичних завдань, які вирішуються на практиці діяльності людей. Завдання полягає в тому, щоб знайти такий варіант закріплення пунктів призначення за пунктами відправлення, при якому загальні витрати на транспортування вантажів були б мінімальні, тобто вартість перевезення вантажу є критерієм оптимальності для цього завдання. Транспортна мережа – це кінцева множина пунктів (вершин), з'єднаних між собою ребрами (дугами), по яким здійснюються перевезення. В пунктах зазначені потужності постачальників (зі знаком «+» – позитивні вершини) і попит споживачів (зі знаком «–» – негативні вершини).

Постановка задачі.

Транспортна задача в сітьовій постановці полягає у визначенні мінімального значення функції

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

при заданих обмеженнях

$$\begin{cases} \sum\limits_{i,j\in D_i^-} x_{ij} - \sum\limits_{i,j\in D_i^+} x_{ji} = b_i, \qquad \left(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\right), \\ \sum\limits_{i\in I} b_i = 0, \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

D – множина ребер;

I – множина верщин;

D_i^- – множина ребер, що виходять з вершини i;

D_i^+ – множина ребер, що входять в вершину i;

b_i – потужності постачальників ($b_i > 0$)/попит споживачів ($b_i < 0$);

x_{ij} – кількість одиниць вантажу, який перевозиться по ребру ij.

Задача полягає в визначенні оптимального плану перевезень, якщо маємо наступну транспортну сіть:

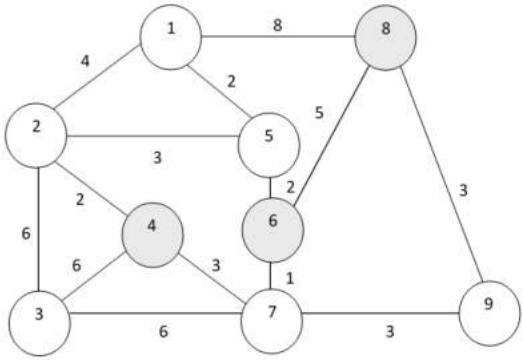

Рисунок 1 – Транспортна мережа

Аналітична постанова транспортної задачі в сітьовій постановці має вигляд:

$$F = 4x_{12} + 2x_{15} + 8x_{18} + 4x_{21} + 6x_{23} + 2x_{24} + 3x_{25} + 6x_{32} + +6x_{34} +$$
$$6x_{37} + 2x_{42} + 6x_{43} + 3x_{47} + 2x_{51} + 3x_{52} + 2x_{56} + 2x_{65} + x_{67} + 5x_{68} +'$$
$$6x_{73} + 3x_{74} + x_{76} + 3x_{79} + 8x_{81} + 5x_{86} + 3x_{89} + 3x_{97} + 3x_{98} \to \max$$

при умовах

$$\begin{cases} (x_{12}+x_{15}+x_{18})-(x_{21}+x_{51}+x_{81})=-60, \\ (x_{21}+x_{25}+x_{24}+x_{23})-(x_{12}+x_{52}+x_{42}+x_{32})=-30, \\ (x_{32}+x_{34}+x_{37})-(x_{23}+x_{43}+x_{73})=-110, \\ (x_{42}+x_{43}+x_{47})-(x_{24}+x_{34}+x_{74})=100, \\ (x_{51}+x_{52}+x_{56})-(x_{15}+x_{25}+x_{65})=-80, \\ (x_{73}+x_{74}+x_{76}+x_{79})-(x_{37}+x_{47}+x_{67}+x_{97})=-115, \\ (x_{81}+x_{86}+x_{89})-(x_{18}+x_{68}+x_{98})=250, \\ (x_{97}+x_{98})-(x_{79}+x_{89})=-5, \\ x_{ij}\ge 0, \quad (i=\overline{1,9}, \quad j=\overline{1,9}) \end{cases}$$

Задачу пропонується розв’язати за допомогою пакету Maple. Загальні методи розв’язання задач лінійного програмування є досить об’ємними і громіздкими. Застосування пакету Maple дозволяє отримати компактні і наочні результати розв’язків цих задач.

Надана задача є задачею лінійного програмування, тому для її розв’язання застосовуємо бібліотеку **simplex.**

Запис команд для розв’язання задачі буде мати наступний вигляд:

> restart;

> with (simplex);

>F:=4*x12+2*x15+8*x18+4*x21+6*x23+2*x24+3*x25+6*x32+ 6*x34+6*x37+2*x42+6*x43+3*x47+2*x51+3*x52+2*x56+2*x65+1*x 67+5*x68+6*x73+3*x74+1*x76+3*x79+8*x81+5*x86+3*x89+3*x97+3*x98;

F := 2 x56 + 3 x79 + 3 x97 + 5 x86 + 3 x98 + 8 x81 + x67 + 4 x21 + 8 x18 + 2 x15 + 4 x12 + 3 x89 + x76 + 3 x74 + 6 x73 + 2 x65 + 3 x52 + 2 x51 + 3 x47 + 6 x43 + 2 x42 + 6 x37 + 6 x34 + 6 x32 + 3 x25 + 2 x24 + 5 x68 + 6 x23

>g1:=x12+x15+x18-x21-x51-x81=-60;g2:=x21+x25+x24+x23 -x12-x52-x42-x32=-30;g3:=x32+x34+x37-x23-x43-x73=- 110;g4:=x42+x43+x47-x24-x34-x74=100;g5:=x51+x52+x56-x15-x25-x65=- 80;g6:=x65+x67+x68-x56-x76-x86=50;g7:= x73+x74+x76+x79-x37-x47-x67-x97=-115;g8:=x81+x86+x89 -x18-x68-x98=250;g9:=x97+x98-x79-x89=-5;

g1 := x12 + x15 + x18 - x21 - x51 - x81 = -60

g2 := x21 + x25 + x24 + x23 - x12 - x52 - x42 - x32 = -30

g3 := x32 + x34 + x37 - x23 - x43 - x73 = -110

g4 := x42 + x43 + x47 - x24 - x34 - x74 = 100

g5 := x51 + x52 + x56 - x15 - x25 - x65 = -80

g6 := x65 + x67 + x68 - x56 - x76 - x86 = 50

g7 := x73 + x74 + x76 + x79 - x37 - x47 - x67 - x97 = -115

g8 := x81 + x86 + x89 - x18 - x68 - x98 = 250
g9 := x97 + x98 - x79 - x89 = -5

За допомогою функції **minimize** знаходимо значення змінних x_{ij} та мінімальне значення цільової функції F:

> minimize(F,{g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,g9}, NONNEGATIVE);

{x89 = 5, x79 = 0, x15 = 0, x12 = 0, x47 = 0, x56 = 0, x74 = 0, x21 = 0, x98 = 0, x73 = 40, x67 = 155, x43 = 70, x42 = 30, x86 = 185, x65 = 80, x81 = 60, x97 = 0, x18 = 0, x76 = 0, x52 = 0, x51 = 0, x37 = 0, x34 = 0, x32 = 0, x25 = 0, x24 = 0, x68 = 0, x23 = 0}

> x56:=0:x24:=0:x23:=0:x18:=0:x21:=0:x15:=0:x79:=0: x32:=0:x34:=0:x47:=0:x51:=0:x68:=0:x74:=0:x76:=0:x97:=0:x98:=0: x12:=0:x25:=0:x43:=70:x42:=30:x73:=40:x65:=80:x81:=60:x89:=5:x86:=185 :x67:=155:x52:=0: x37:=0:F;{g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,g9}

2455

{50 = 50, -115 = -115, -5 = -5, -30 = -30, -110 = -110, 250 = 250, -60 = -60, -80 = -80, 100 = 100}

За отриманими результатами обчислення оптимальний план перевезень виглядає наступним чином:

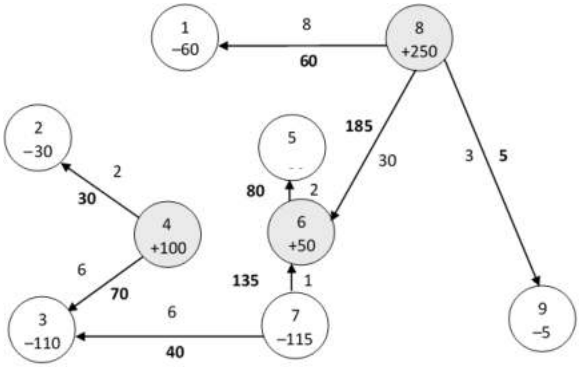

Рисунок 2 – Оптимальний план перевезень

Мінімальна вартість перевезень $F_{\min} = 2455$

Використання запропонованої методики розв’язання транспортної задачі в мережевій постановці є ефективним способом отримання оптимального розв’язку, який не потребує громіздких обчислень.

Література

1. Четверухін Б.М. Дослідження операцій в транспортних системах. Київ: УТУ, 2000. 91 с

2. Прокудін Г.С. Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах. Київ : НТУ, 2006. 224 с

References

1. Chetverukhin B.M. (2000). Research of operations in transport systems. Kyiv:: UTU

2. Prokudin H.S. (2006). Models and methods of transportation optimization in transport systems. Kyiv: NTU