

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ДМИТРА МОТОРНОГО**

Г.В. Антонова, О.Є. Мацулевич, О.Ю. Михайленко,  
І.В. Пихтєєва, О.В. Івженко, Ю.В. Холодняк,  
В.М. Щербина, Ю.О. Дмитрієв

**ІНЖЕНЕРНА МЕХАНІКА**  
**ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано Вченого радою факультету енергетики і  
комп'ютерних технологій Таврійського державного агротехнологічного  
університету імені Дмитра Моторного для підготовки фахівців зі спеціа-  
льності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» у  
вищих навчальних закладах II-IV рівнів акредитації*

Мелітополь  
2021

**УДК 531(075.8)**

**A72**

*Дозвіл до впровадження та видання надано Вченую радою  
факультету енергетики і комп'ютерних технологій  
Таврійського державного агротехнологічного університету  
імені Дмитра Моторного  
(Протокол № 9 від «26 » травня 2021 р)*

**Укладачі:** ст. викл. Г.В. Антонова, доц. О.Є. Мацулевич, ст. викл. О.Ю. Михайленко, доц. І.В. Пихтєєва, доц. О.В. Івженко, ст. викл. Ю.В. Холодняк, доц. В.М. Щербина, ст. викл. Ю.О. Дмитрієв

Рецензенти:

**С.М. Коломієць** – к.т.н., доцент кафедри «Геоекологія і землеустрій»;

**В. Ф. Мовчан** – к.т.н., доцент кафедри «Машиновикористання в землеробстві»

**Антонова Г.В.**

**A72** Інженерна механіка: практикум / Г.В. Антонова, О.Є. Мацулевич, О.Ю. Михайленко, І.В. Пихтєєва, О.В. Івженко, Ю.В. Холодняк, В.М. Щербина, Ю.О. Дмитрієв. – Мелітополь: ВПЦ «Люкс», 2021. – 147 с.

Практикум з дисципліни «Інженерна механіка» представляє собою збірник практичних робіт, в якому наведено: стислі загальні відомості, питання для самопідготовки та приклади розв’язання задач, що сприяє більш глибокому засвоєнню теоретичного курсу «Інженерна механіка» та придбанню навичок їх практичного застосування. Зміст видання відповідає освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів зі спеціальності: 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» (галузевий стандарт вищої освіти України ГСВО ОПП) та програмі навчальної дисципліни «Інженерна механіка».

© Антонова Г.В., Мацулевич О.Є.,  
Михайленко О.Ю., І.В. Пихтєєва, О.В.  
Івженко, Ю.В. Холодняк, В.М. Щербина,  
Дмітрієв Ю.О.  
© ТДАТУ, 2021

## **ЗМІСТ**

Передмова.....	5
<i>Практична робота</i>	
ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР .....	6
<i>Практична робота</i>	
РОЗРАХУНОК СТУПІНЧАСТОГО БРУСА.....	18
<i>Практична робота</i>	
РОЗРАХУНОК ВАЛА НА КРУЧЕННЯ.....	30
<i>Практична робота</i>	
РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК НА ЗГИН.....	41
<i>Практична робота</i>	
КІНЕМАТИЧНИЙ ТА СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА.....	53
<i>Практична робота</i>	
РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ.....	70
<i>Практична робота</i>	
РОЗРАХУНОК ВАЛІВ.....	95
Список літератури.....	109
Додатки.....	110

## **ПЕРЕДМОВА**

Викладення дисципліни «Інженерна механіка» ґрунтуються на знанні студентами таких дисциплін, як математика, інформатика, фізики, інженерна графіка, матеріалознавство, технологія конструкційних матеріалів.

«Інженерна механіка» - комплексна дисципліна. Вона включає розділи курсів «Теоретична механіка», «Механіка матеріалів і конструкцій», «Деталі машин».

Мета практикуму – полягає в тому, щоб забезпечити послідовне і цілісне вивчення курсу, використовуючи для цього всі види навчальних занять (лекції, практичні заняття, самостійну роботу).

Практикум містить теми практичних занять, їх мету і програму роботи, завдання для самостійної підготовки, загальні відомості і рекомендації з виконання практичної роботи, приклади розрахунків. Теми практичних занять тісно пов’язані з лекційними заняттями, які проводяться по курсу «Інженерна механіка», що полегшує студенту зрозуміти суть питань, що вивчаються.

Для детального ознайомлення з методикою розрахунків і орієнтування студентів при самостійному вирішенні задач в практикумі наведені розгорнуті приклади рішення задач.

Практикум призначений для проведення практичних робіт на основі вивчення теоретичного матеріалу з курсу «Інженерної механіки» для підготовки здобувачів ступеня вищої освіти "Бакалавр" зі спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" та для викладачів при підготовці до практичних робіт. В практикумі зібраний, систематизований та наочно викладений теоретичний і методичний матеріал. Структура кожної практичної роботи, їх зміст є методично обґрунтованими та роблять практикум зручним для самостійного опрацювання матеріалу студентами, як денної, так і заочної (дистанційної) форм навчання.

# **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

## **Тема роботи: ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ОПОР**

**Мета роботи:** навчитися складати розрахункові схеми балок, вміти зобразити всі сили, що діють на балку, скласти рівняння рівноваги, визначити реакцій в'язей, що утримують конструкцію, тіло або систему тіл у рівновазі.

### **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: теоретична механіка, статика, основні поняття і визначення, система сил, момент сили відносно точки, пара сил, в'язі та їх реакції. [1, с. 16 – 22; 2, с. 7 – 11; с.23 – 42; 2, с. 15 – 58].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

### **2 Програма роботи**

2.1 Зображаємо розрахункову схему балки, рівновагу якої розглядаємо.

2.2 Зображаємо активні сили, які діють на балку.

2.3 Звільняємо балку від в'язей та замінюємо їх дію реакціями в'язей.

2.4 Вибираємо систему координат.

2.5 Складаємо рівняння рівноваги.

2.6 Розв'язавши систему рівнянь, визначаємо невідомі величини.

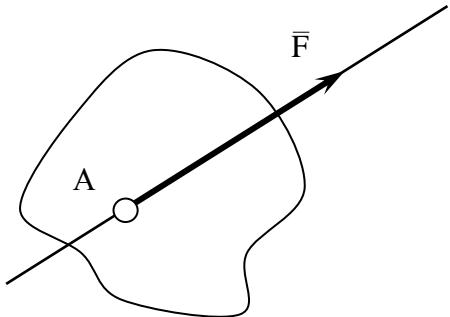
2.7 Робимо аналіз розв'язання.

### **3 Загальні відомості**

**Статикою** називається розділ механіки, що вивчає питання про системи сил та умови рівноваги тіл, які знаходяться під дією цих сил.

Сила є величина векторна, її дія на тіло визначається (рисунок 1.1): чисельною величиною (модулем) сили, напрямком,

точкою (A) прикладення сили.



Позначається символом  $F$ , вимірюється в Ньютонах (Н) або в кілоНьютонах (кН). ( $1 \text{ кН} = 10^3 \text{ Н}$ ).

Рисунок 1.1 - Лінія дії сили

Сили бувають зовнішніми, які діють на елементи конструкції зовні та внутрішніми – сили взаємодії між молекулами елементів конструкції; зосередженими, дія яких зосереджена в точці (рисунок 1.2) та розподіленими, які прикладені безперервно на деякий довжині (рисунок 1.3).

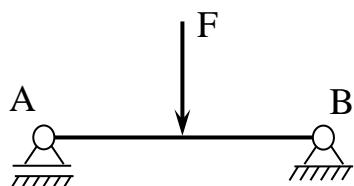


Рисунок 1.2 – Зосереджена сила

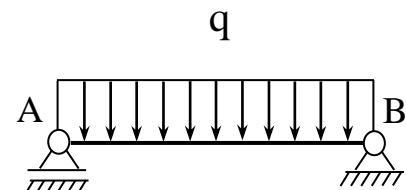


Рисунок 1.3 – Розподілене навантаження

На практиці, розв'язуючи ті чи інші задачі, головним чином зустрічаються з невільними матеріальними системами, тобто з такими системами, на які діють в'язі.

**В'язю** називається тіло або сукупність тіл, які обмежують рух даної матеріальної системи.

Сила, з якою в'язь діє на матеріальну систему, обмежуючи її рух в тому чи іншому напрямі, називається силою реакції або просто **реакцією в'язі** (позначається символом  $R$ ).

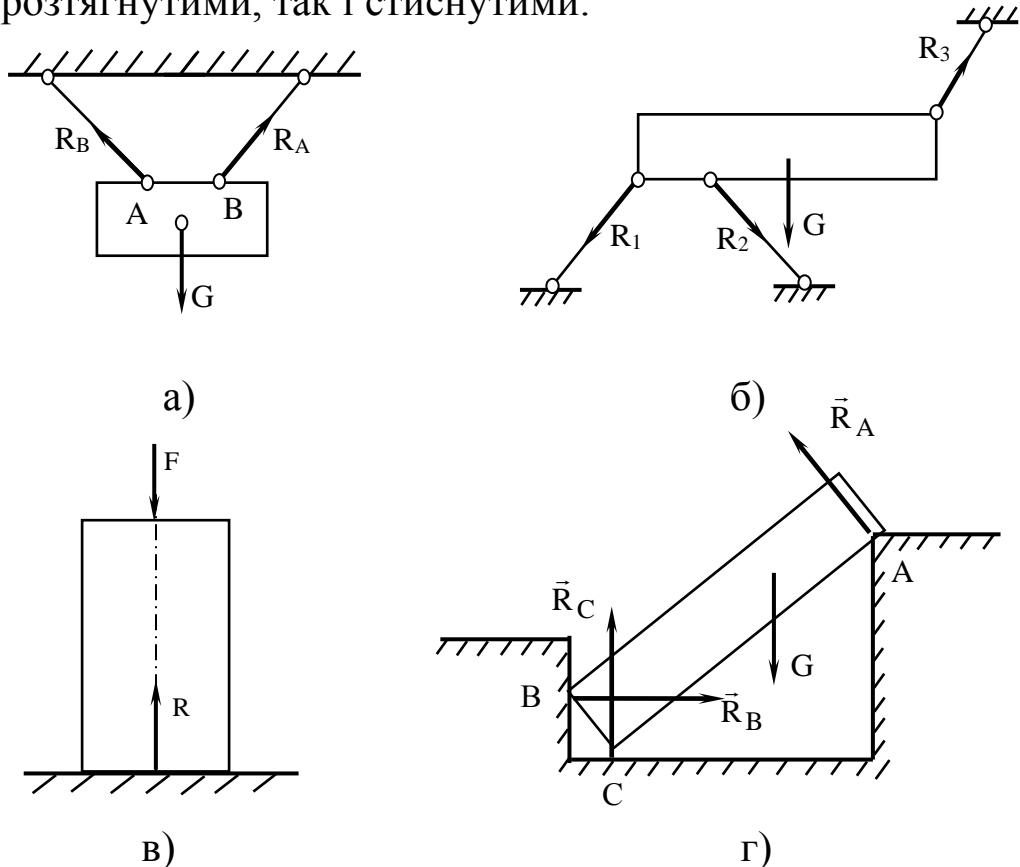
Напрямок реакції в'язі завжди протилежний напрямку, в якому в'язь перешкоджає руху матеріальної системи.

Для визначення реакцій в'язей використовують принцип звільнення від в'язей. Не змінюючи рівноваги тіла, кожну в'язь можна відкинути, замінивши її реакцією.

## Основні види в'язей

**Гладка поверхня** (рисунок 1.4, а). У цьому випадку реакція в'язі завжди спрямована по нормальні до опорної поверхні.

**Зв'язок у вигляді твердого прямого стержня із шарнірним закріпленням кінців** (рисунок 1.4, б). Реакції  $\vec{R}_1$ ,  $\vec{R}_2$  і  $\vec{R}_3$  завжди спрямовані уздовж стержнів. Стержні при цьому можуть бути як розтягнутими, так і стиснутими.



а) - гладка поверхня; б) - зв'язок у вигляді твердого прямого стержня із шарнірним закріпленням кінців; в) - гнучкий зв'язок; г) - зв'язок, здійснюваний ребром двогранного кута або в точці

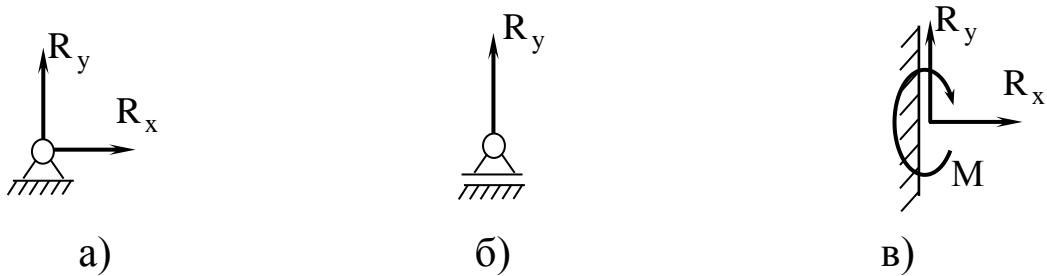
Рисунок 1.4 – Основні види зв'язків

**Гнучкий зв'язок, що здійснюється мотузкою, тросом або ланцюгом** (рисунок 1.4, в). Реакції гнучких зв'язків  $\vec{R}_A$  і  $\vec{R}_B$  спрямовані уздовж зв'язків, причому гнучка нитка може працювати тільки на розтяг.

**Зв'язок, здійснюваний ребром двогранного кута або в точці** (рисунок 1.4, г). Реакція такого зв'язку  $\vec{R}_A$ ,  $\vec{R}_B$  або  $\vec{R}_C$  спрямована по нормальні до ребра двогранного кута.

мована перпендикулярно до поверхні тіла, що опирається.

Звернемо увагу на найбільш поширені типи в'язей: шарнірно-нерухома опора (рисунок 1.5а), шарнірно-рухома опора (рисунок 1.5б), жорстке закріплення (рисунок 1.5в)



а - шарнірно-нерухома опора, б - шарнірно-рухома опора, в - жорсткий закріп

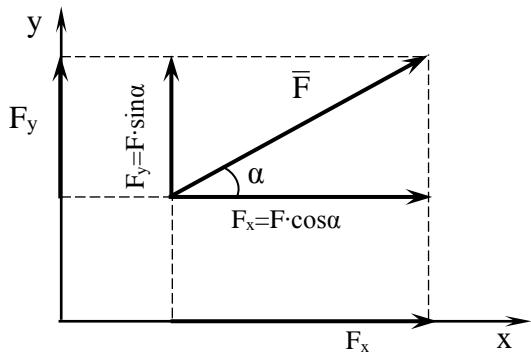
Рисунок 1.5 – Схеми опор та складові їх реакцій

### Проекції сили на осі

Проекцією сили  $\bar{F}$  на ось називається відрізок осі, що знаходиться між двома перпендикулярами, які проведено до осі через початок та кінець вектора сили.

Проекції сили можуть бути обчислені (рисунок 1.6):

$$F_x = F \cdot \cos\alpha; \quad F_y = F \cdot \sin\alpha, \quad (1.1)$$



Проекція сили, яка співпадає з напрямком осі, вважається позитивною (+), а яка не співпадає з напрямком осі вважається негативною (-).

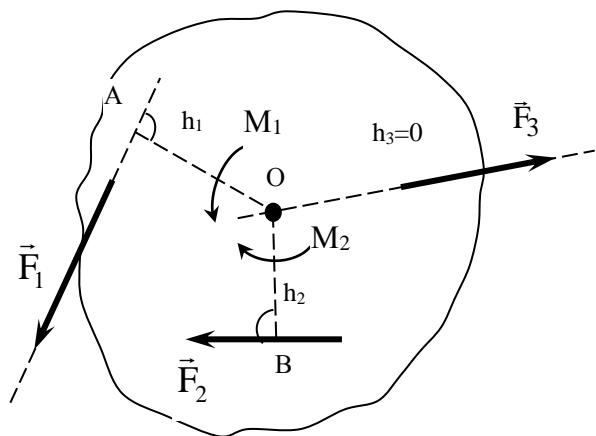
Рисунок 1.6 - Проекції сили на ось

### Плоска система сил. Момент сили. Пара сил

Якщо на тіло діє система сил, лінії дії яких знаходяться в одній площині, то така система сил називається **плоскою**.

Найпростішими видами дії на тіло є одна сила і пара сил.

Дія сили на тіло характеризується її чисельним значенням, лінією дії і напрямком. Крім того, у випадку закріпленого тіла (в одній або декількох точках) вводиться поняття **моменту сили** відносно точки.



Момент сили відносно точки характеризує обертаюча дія сили відносно цієї точки. Його визначають як добуток сили  $F$  на довжину перпендикуляра  $h$ , опущеного з цієї точки на лінію дії сили (рисунок 1.7). Довжину цього перпендикуляра для стисливості називають **плечем**.

Рисунок 1.7 – Визначення моменту сили відносно точки

Таким чином, формулу для визначення моменту сили можна записати так:

$$M_O = F_i \cdot h_i, \quad (1.2)$$

де індекс „O” позначає точку, що називають центром моменту, а  $h_i$  – плече сили  $F_i$ .

Момент сили вважають позитивним, якщо сила намагається обертати тіло за ходом стрілки годинника ( $M_2 = F_2 \cdot h_2$ ), і негативним – якщо проти ходу стрілки годинника ( $M_1 = -F_1 \cdot h_1$ ).

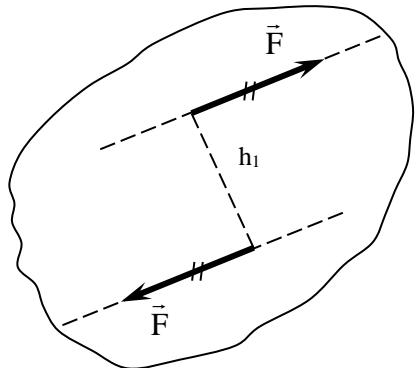
Момент сили відносно точки дорівнює нулю ( $M_3 = 0$ ), якщо точка лежить на лінії дії даної сили. В цьому випадку плече сили  $\vec{F}_3$  дорівнює нулю (рисунок 1.7).

Момент сили вимірюють в ньютонах помножених на метри ( $\text{Н}\cdot\text{м}$ ).

Дві рівні та паралельні сили, які не лежать на одній прямій і спрямовані в протилежні сторони називаються **парою сил** (рисунок 1.8).

Площа, у якій діє пара сил, називається площиною пари.

Пара сил не має рівнодіючої і може бути замінена тільки іншою еквівалентною парою сил. Сума проекцій сил, що утворюють пару, на будь-яку координатну вісь дорівнює нулю.



Довжина перпендикуляра, що з'єднує лінії дії рівних, рівнобіжних і протилежно спрямованих сил, називається **плечем пари сил**.

Рисунок 1.8 – Пара сил

Момент пари **дорівнює** добутку однієї з її сил на плече. Знак моменту визначають за правилом моменту сили відносно точки. Пара сил надає тілу обертальний рух.

Момент пари з урахуванням напрямку обертання цілком характеризує дію пари сил на тверде тіло.

Пара сил має наступні властивості:

- дія пари сил на тіло не зміниться, якщо пару перенести в площині її дії в будь-яке інше положення;
- дві пари сил, що лежать в одній площині, еквівалентні, якщо їхні моменти рівні.

У статиці вирішують дві основні задачі:

- 1) складну систему сил замінюють більш простою – приводять систему сил до найпростішого виду;
- 2) установлюють, коли тіло під дією даної системи сил знаходиться в рівновазі – складають умови рівноваги.

Рішення другої задачі статики полягає в складанні умов рівноваги системи сил, що діють на тверде тіло.

Щоб вирішити цю задачу потрібно: показати сили, що діють на тіло; визначити, які в'язі накладені на тіло; відкинути в'язі, замінивши їхню дію реакціями в'язей; скласти умови рівноваги тіла під дією отриманої системи сил.

У залежності від виду системи сил, умови рівноваги можуть бути записані в різній формі. Розрізняють наступні види плоскої системи сил:

- довільна плоска система, коли сили розташовані довільно;
- система сил, що сходяться, коли лінії дії всіх сил системи проходять через одну точку;
- система пар сил.

Для рівноваги довільної плоскої системи сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій усіх сил на координатні осі дорівнювали нулю і, щоб алгебраїчна сума всіх моментів усіх сил відносно будь-якої точки на площині дорівнювала нулю:

$$\sum_1^n F_{ix} = 0; \quad \sum_1^n F_{iy} = 0; \quad \sum_1^n M_o = 0, \quad (1.3)$$

Рівняння (1.3) називають основними рівняннями рівноваги: перші два – рівняннями проекцій сил, третє – рівнянням моментів.

Рівняння рівноваги в залежності від умов задачі і розташування заданих сил доцільно складати у виді двох рівнянь моментів і одного рівняння проекцій сил:

$$\sum_1^n M_A = 0; \quad \sum_1^n M_B = 0; \quad \sum_1^n F_{ix} = 0, \quad (1.4)$$

або трьох рівнянь моментів щодо трьох точок координатної площини:

$$\sum_1^n M_A = 0; \quad \sum_1^n M_B = 0; \quad \sum_1^n M_C = 0, \quad (1.5)$$

## 4 Приклади розв'язання задач

### Приклад 4.1

**Задача розрахунку:** Визначити реакції опор для консольної балки (рисунок 1.1).

**Вихідні дані:**  $F = 16 \text{ кН}$ ;  $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $q = 6 \text{ кН}/\text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ .

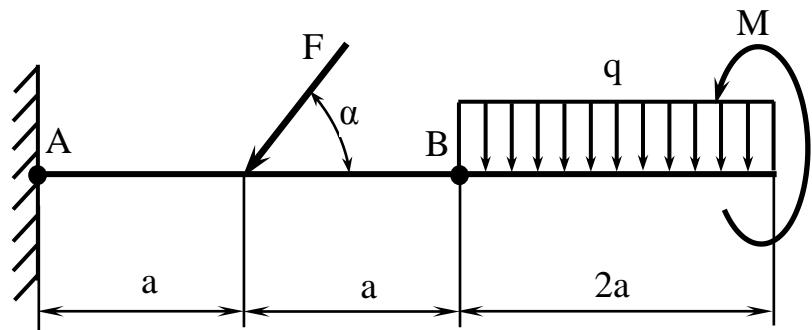


Рисунок 1.1 – Розрахункова схема  
Розв'язання

1.1 Відкидаємо в'язі та замінююємо їх на реакції в'язей (рисунок 1.2). При цьому:  $F_x = F \cdot \cos \alpha$ ;  $F_y = F \cdot \sin \alpha$ .

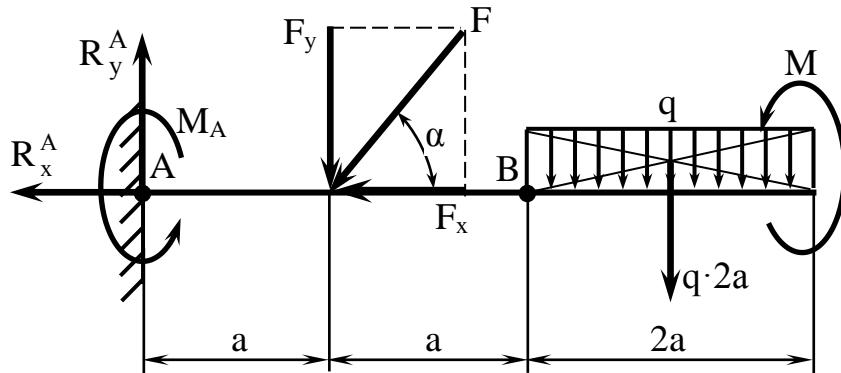


Рисунок 1.2 – Схема сил

1.2 Складаємо рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0; \\ \sum M_B = 0; \\ \sum F_x = 0. \end{cases}$$

$$\sum M_A = M_A - F_y \cdot a - q \cdot 2a \left( \frac{2a}{a} + a + a \right) + M = 0,$$

$$\text{або } \sum M_A = M_A - F \cdot \sin \alpha \cdot a - q \cdot 2a \left( \frac{2a}{a} + a + a \right) + M = 0;$$

$$\text{звідки } M_A = F \cdot \sin \alpha \cdot a + q \cdot 2a \left( \frac{2a}{2} + a + a \right) - M,$$

$$M_A = 16 \cdot 0,5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 \cdot 2 \left( \frac{2 \cdot 2}{2} + 2 + 2 \right) - 12 = 148 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$\sum M_B = M_A + F_y \cdot a - q \cdot 2a \frac{2a}{2} - R_y^A (a + a) + M = 0;$$

$$\text{або } \sum M_B = M_A + F \cdot \sin \alpha \cdot a - q \cdot 2a \frac{2a}{2} - R_y^A (a + a) + M = 0;$$

$$\text{звідки } R_y^A = \frac{M_A + F \cdot \sin \alpha \cdot a - q \cdot 2a \cdot a + M}{a + a},$$

$$R_y^A = \frac{148 + 16 \cdot 0,5 \cdot 2 - 6 \cdot 2 \cdot 2 + 12}{2 + 2} = 32 \text{ кН.}$$

$$\sum F_x = -R_x^A - F_x = 0 \text{ або } \sum F_x = -R_x^A - F \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\text{звідки } R_x^A = -F \cdot \cos \alpha = -16 \cdot 0,87 = -13,9 \text{ кН} \approx -14 \text{ кН.}$$

Знак „-“ вказує на те, що реакція  $R_x^A$  направлена в протилежну сторону.

$$\text{Перевірка: } \sum F_y = 0; \quad -F_y + R_y^A - q \cdot 2a = 0;$$

$$-F \cdot \sin \alpha + R_y^A - q \cdot 2a = 0;$$

$$-16 \cdot 0,5 + 32 - 6 \cdot 2 \cdot 2 = 0;$$

$$0 = 0.$$

*Висновок:* в результаті розрахунку опорні реакції визначені вірно.

#### Приклад 4.2

**Задача розрахунку:** Визначити реакції опор для однопролітної балки з консольлю (рисунок 2.1).

**Вихідні дані:**  $F = 22 \text{ кН}$ ;  $M = 23 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $q = 9 \text{ кН}/\text{м}$ ;  $a = 2 \text{ м}$ ;  $\alpha = 20^\circ$ .

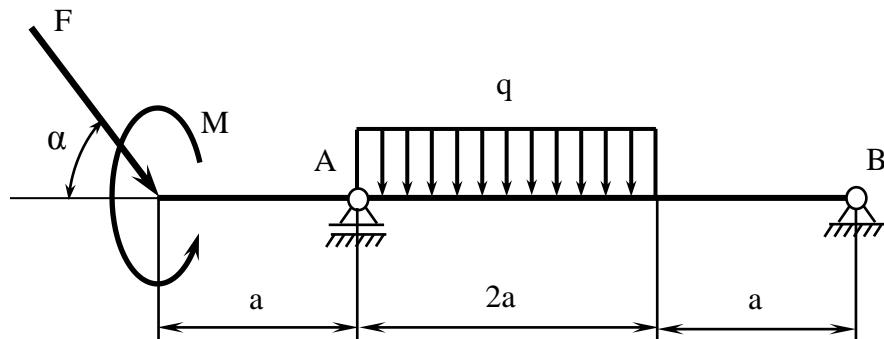


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема

2.1 Відкидаємо в'язі та замінюємо їх на реакції в'язів (рисунок 2.2).

При цьому:  $F_x = F \cdot \cos \alpha$ ;  $F_y = F \cdot \sin \alpha$ .

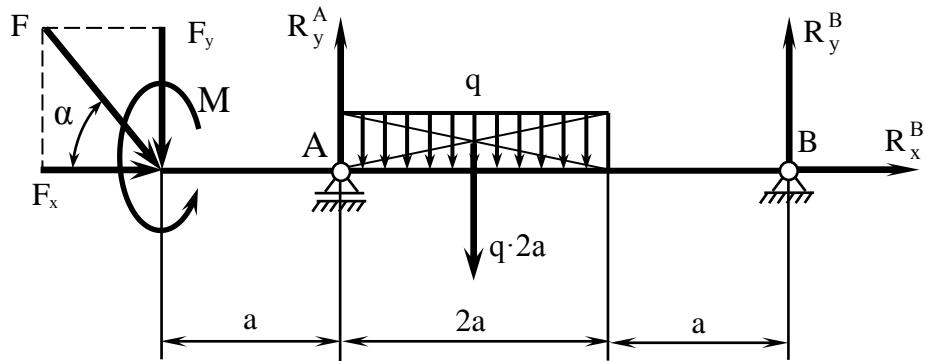


Рисунок 2.2 – Схема сил  
розв'язання

2.2 Складаємо рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \sum M_A = 0; \\ \sum M_B = 0; \\ \sum F_x = 0. \end{cases}$$

$$\sum M_A = M + R_y^B (2a + a) - q \cdot 2a \frac{2a}{2} + F_y \cdot a = 0,$$

$$\text{або } \sum M_A = M + R_y^B (2a + a) - q \cdot 2a \frac{2a}{2} + F \cdot \sin \alpha \cdot a = 0,$$

$$\text{звідки } R_y^B = \frac{-M + q \cdot 2a \cdot a - F \cdot \sin \alpha \cdot a}{2a + a};$$

$$R_y^B = \frac{-23 + 9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 22 \cdot 0,34 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2} = 5,7 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = M + q \cdot 2a \left( \frac{2a}{2} + a \right) - R_y^A (2a + a) + F_y \cdot (2a + a + a) = 0$$

$$\sum M_B = M + q \cdot 2a \left( \frac{2a}{2} + a \right) - R_y^A (2a + a) + F \cdot \sin \alpha \cdot (2a + a + a) = 0;$$

$$\text{звідки } R_y^A = \frac{M + q \cdot 2a(a + a) + F \cdot \sin \alpha \cdot (2a + a + a)}{2a + a},$$

$$R_y^A = \frac{23 + 9 \cdot 2 \cdot 2(2+2) + 22 \cdot 0,34 \cdot (2 \cdot 2 + 2 + 2)}{2 \cdot 2 + 2} = 37,8 \text{ кН.}$$

$$\sum F_x = R_x^B + F_x = 0 \text{ або } \sum F_x = R_x^B + F \cdot \cos \alpha = 0,$$

$$\text{звідки } R_x^B = -F \cdot \cos \alpha = -22 \cdot 0,94 = -20,7 \text{ кН} \approx -21 \text{ кН.}$$

Знак „-“ вказує на те, що реакція  $R_x^B$  направлена в протилежну сторону.

Перевірка:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0; \quad -F_y + R_y^A - q \cdot 2a + R_y^B = 0; \\ -F \cdot \sin \alpha + R_y^A - q \cdot 2a + R_y^B &= 0; \\ -22 \cdot 0,34 + 37,8 - 9 \cdot 4 + 5,7 &= 0; \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

*Висновок:* в результаті розрахунку опорні реакції визначені вірно.

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

- 5.1 Варіант індивідуального завдання.
- 5.2 Розрахункову схему заданої балки та схему сил.
- 5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.
- 5.4 Аналіз отриманих результатів.

## 6 Питання для самопідготовки

- 6.1 Яке тіло називається абсолютно твердим?
- 6.2 Чому дорівнює проекція сили на вісь?
- 6.3 Одиниці виміру сили в технічній системі та в СІ.
- 6.4 Сформулювати аксіому про рівновагу двох сил, які діють на тверде тіло.
- 6.5 Які тіла називаються вільними?
- 6.6 Які тіла називаються невільними?
- 6.7 Дати визначення в'язей.

- 6.8 Дати визначення реакції в'язі
- 6.9 В яких випадках напрямок сили  $F$  приймають позитивним?
- 6.10 В яких випадках напрямок сили  $F$  приймають негативним?
- 6.11 В якому випадку проекція сили  $F$  на вісь дорівнює нулю?
- 6.12 В якому випадку проекція сили  $F$  на вісь дорівнює її натуральній величині?
- 6.13 Дати визначення системи збіжних сил.
- 6.14 Система збіжних сил знаходиться в рівновазі. Чому дорівнює рівнодійна цих сил?
- 6.15 Записати рівняння рівноваги системи збіжних сил.
- 6.16 Як визначається крутільний момент  $M$ ?
- 6.17 В яких одиницях вимірюється крутільний момент  $M$ ?
- 6.18 В яких випадках напрямок крутільного моменту  $M$  приймають позитивним?
- 6.19 В яких випадках напрямок крутільного моменту  $M$  приймають негативним?
- 6.20 Чим характеризується дія сили на тіло?
- 6.21 У якому випадку плоска система сил називатиметься такою, що сходиться?
- 6.22 Скільки реакцій виникає в плоскій шарнірно - нерухомій опорі?
- 6.23 Скільки реакцій виникає в плоскій шарнірно - рухомій опорі?
- 6.24 Скільки реакцій виникає в консольно - затисненій опорі?
- 6.25 Як знайти зосереджену силу ( $R$ ) для розподіленого зовнішнього навантаження( $q$ ) діючого на довжині ( $l$ )?

# **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

**Тема роботи: РОЗРАХУНОК СТУПІНЧАСТОГО БРУСА**

**Мета роботи** – засвоїти методику побудови епюор поздовжніх сил і нормальніх напружень при осьовому розтягу-стиску, вміти обирати розміри поперечного перерізу з умови міцності.

## **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: класифікація сил, зовнішні сили та внутрішні зусилля, метод перерізів, поняття про деформацію і напруження, умова міцності, деформації при розтягу-стиску. [ 3, с. 5 – 11; с. 20 – 41; 4, с. 15 – 25; с. 26 – 35; 5, с. 8 – 35; с. 82 – 113].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

## **2 Програма роботи**

2.1 Зобразити розрахункову схему.

2.2 Визначити внутрішні сили  $N$  на всіх ділянках бруса використовуючи метод перерізів.

2.3 Побудувати епюру внутрішніх сил

2.4 Визначити нормальні напруження  $\sigma$  в поперечних перерізах балки по ділянках.

2.5 Побудувати епюру нормальних напружень  $\sigma$ .

2.6 Визначити переміщення перерізу „ $n - n'$ ”.

2.7 Зробити аналіз розв'язку, висновок про міцність бруса.

## **3 Загальні відомості**

**Механіка матеріалів та конструкцій (опір матеріалів)** – наука про інженерні методи розрахунку на міцність, жорсткість та стійкість елементів споруд і машин, які при експлуатації за знають силової дії різних походжень. Ці сили або прикладені безпосередньо до елемента, або передаються через з'єднанні з ним сусідні елементи.

Для нормальної роботи інженерної споруди або машини кожний елемент повинен бути таких розмірів і форм, щоб він витримував діючі на нього навантаження, не руйнуючись, тобто був міцним, не давав великих, недопустимих змін розмірів внаслідок деформації, тобто був жорстким, і щоб зберігав надану йому початкову форму – був стійким.

Усі існуючі тіла під впливом зовнішніх сил здатні змінювати свої розміри і форму, тобто деформуватися.

У будь-якому фізичному тілі між його мікрочастинками (молекулами, атомами) завжди існують сили взаємодії, які зумовлюють існування тіла. При дії на тіло зовнішніх сил у будь-якому його перерізі виникають додаткові, внутрішні сили взаємодії між частинками тіла, які перешкоджають руйнуванню тіла.

Зовнішні силові дії прийнято називати **навантаженнями**, а додаткові сили, що виникають у перерізах тіла при дії зовнішніх навантажень, називаються **внутрішніми силами або зусиллями**.

**Центральний розтяг – стиск** виникає під дією сил, що прикладені в центрі ваги перерізу і направлені уздовж осі бруса. При деформації розтягу – стиску до зовнішніх силових факторів відносяться:

- зосереджені сили  $F$ , кН;
- рівномірно розподілені навантаження  $q$ , кН/м – що показують інтенсивність навантаження на одиницю довжини і відображають власну вагу.

До внутрішніх силових факторів відносяться:

- внутрішні сили  $N$ , кН;
- нормальні напруження  $\sigma$ , МПа – показують інтенсивність навантаження на одиницю площини поперечного перерізу і являються мірою інтенсивності дії навантажень.

**Мета** полягає в тому, щоб визначити внутрішні силові фактори. Основним методом для визначення внутрішніх сил є метод перерізів. Розглянемо простий випадок розтягу (стиску) бруса призматичної форми (рисунок 2.1):

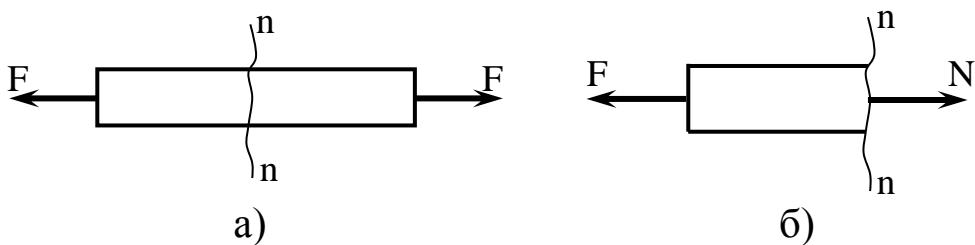


Рисунок 2.1 – Метод перерізів

- умовно розрізаємо брус на дві частини (рисунок 2.1а), (розділити необхідно з вільного кінця бруса);
- відкидаємо одну частину бруса;
- замінююємо дію відкинутої частини внутрішньою силою, яка завжди направлена від перетину, уздовж осі перетину та перпендикулярно перетину (рисунок 2.1, б).;
- складаємо рівняння статики для визначення внутрішньої сили.

$$\sum F_x = 0; \quad -F + N = 0; \quad N = F.$$

За результатами визначення внутрішніх сил будуємо епюри, які являють собою наглядне представлення змін внутрішніх сил. Якщо значення внутрішньої сили позитивне („+”), то вона розтягує брус, а якщо негативне („-”), то вона стискає.

Значення внутрішніх сил у перерізі не дозволяє порівняти роботу деталей однакової форми, але різних розмірів. Тому, для оцінки навантаження деталей існує поняття інтенсивності розподілу внутрішніх сил по поперечному перетину – **нормальні напруження  $\sigma$** .

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2.1)$$

де  $\sigma$  – нормальні напруження, ( $\text{МПа} = \text{Н}/\text{мм}^2$ )

$N$  - внутрішня сила, Н;

$A$  – площа поперечного перерізу,  $\text{мм}^2$ .

За результатами визначення нормальних напружень будуємо епюри, які являють собою графічне зображення зміни нормальних напружень по ділянках.

**Будувати епюру  $N$  та епюру  $\sigma$  починаємо з тієї сторони, з якої починали розрізати.**

Переміщення перерізу „n – n” бруса визначаємо, як суму пе-

реміщень на кожній ділянці від закріпленого кінця до заданого перерізу:

$$\Delta \ell_{n-n} = \Sigma \pm \Delta \ell_i , \quad (2.2)$$

де:  $\Delta \ell_i$  – повздовжня деформація частин бруса, яку визначаємо за формулою **закону Гука**:

$$\Delta \ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}, \quad (2.3)$$

де  $N$  - внутрішня сила, Н;

$\ell$  - довжина ділянки, на якій діє внутрішня сила, мм;

$E$  – модуль пружності першого роду (модуль Юнга), значення якого залежить від властивостей матеріалу, МПа;

$A$  – площа поперечного перерізу,  $\text{мм}^2$ .

Переміщення перерізу бруса  $\Delta \ell_{n-n}$  показує на скільки брус стискається, або розтягується від дії прикладених зовнішніх сил.

Конструкція повинна бути не лише міцною, а й економічно раціональною. Ця умова буде виконана, якщо напруження у всіх перерізах бруса будуть дорівнювати допустимим напруженням (або мало від них відрізнятися)

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_{\max}|}{A} \leq [\sigma] - \text{умова міцності при розтягу (стиску)},$$

де  $\sigma_{\max}$  – найбільше нормальне напруження в поперечному перерізі, МПа;

$N_{\max}$  – максимальне зусилля, визначене методом перерізів, Н;

$A$  – площа поперечного перерізу,  $\text{мм}^2$ ;

$[\sigma]$  – допустиме напруження, МПа.

Робимо висновок про міцність бруса по найбільшим напруженням із **умови міцності** при розтягу – стиску:

Якщо умова міцності не виконується, тобто  $|\sigma_{\max}| > [\sigma]$ , то треба збільшити площу поперечного перерізу на тій ділянці, де розрахункові напруження перевищують допустимі.

## 4 Приклади розв'язання задач

### Приклад 4.1

#### Розрахунок ступінчастого бруса

**Задача розрахунку:** Для ступінчастого бруса площею  $A$  заданої схеми при осьовому навантаженні та геометричних розмірах треба визначити (без урахування власної ваги):

- поздовжні сили у поперечних перерізах бруса та побудувати епюру  $N$ ;
- нормальні напруження у поперечних перерізах бруса  $\sigma$  та побудувати епюру  $\sigma$ ;
- переміщення перерізу “n-n”;
- зробити висновок про міцність бруса.

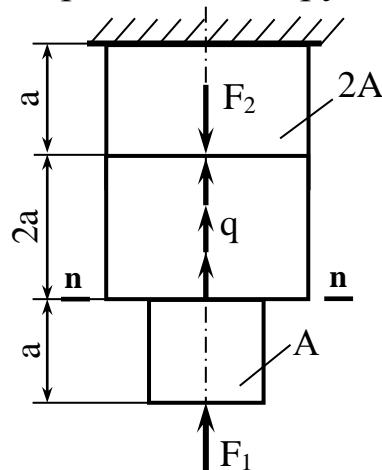


Рисунок 1.2 – Розрахункова схема

**Вихідні данні:**  $a = 1 \text{ м}$ ;  $F_1 = 6 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 30 \text{ кН}$ ;  $q = 16 \text{ кН/м}$ ;  $A = 5 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$ ;  $[\sigma] = 100 \text{ Н/мм}^2$ ;  $E = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

#### Розв'язання

1) Визначаємо внутрішні сили  $N$  на всіх ділянках бруса використовуючи метод перерізів (рисунок 1.3б):

**Ділянка I-I:**  $0 \leq y_1 \leq a$ ,  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 + N_1 = 0;$$

$$N_1 = -F_1;$$

$$N_1 = -6 \text{ кН (стиск)}.$$

**Ділянка II-II:**  $0 \leq y_2 \leq 2a$ ,  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 + q \cdot y_2 + N_2 = 0;$$

$N_2 = -F_1 - q \cdot y_2$ ,  
 при  $y_2 = 0$ ;  $N_{2(0)} = -F_1 = -6 \text{ кН}$  (стиск);  
 при  $y_2 = 2a$ ;  $N_{2(2a)} = -F - q \cdot 2a = -6 - 16 \cdot 2 \cdot 1 = -22 \text{ кН}$   
 (стиск).

**Ділянка III-III:**  $0 \leq y_3 \leq a$ ,  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 + q \cdot 2a - F_2 + N_3 = 0;$$

$$N_3 = -F_1 - q \cdot 2a + F_2;$$

$$N_3 = -6 - 16 \cdot 2 \cdot 1 + 30 = 8 \text{ кН}$$
 (роздяг).

Будуємо епюру внутрішніх сил  $N$  (рисунок 1.3 в).

**Примітка.** Перевірка правильності побудування епюри:

- на ділянках, де прикладена зосереджена сила, на епюрі буде пряма лінія, паралельна осі бруса, а в точці прикладання сили – стрібок на величину цієї сили;
- на ділянках, де прикладене розподілене навантаження, на епюрі буде похила лінія.

2) Визначаємо нормальні напруження у в поперечних перерізах балки:

**Ділянка I-I:**  $\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{-6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^2} = -30 \text{ МПа}$  (стиск).

**Ділянка II-II:**  $\sigma_{2(0)} = \frac{N_{2(0)}}{2A} = \frac{-6 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = -15 \text{ МПа}$  (стиск);

$\sigma_{2(2a)} = \frac{N_{2(2a)}}{2A} = \frac{-22 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = -55 \text{ МПа}$  (стиск).

**Ділянка III-III:**  $\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{8 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = 20 \text{ МПа}$  (роздяг).

Будуємо епюру нормальних напружень  $\sigma$  (рисунок 1.3, г).

**Примітка.** Перевірка правильності побудування епюри нормальних напружень: там, де є зміна перетину, на епюрі буде стрібок.

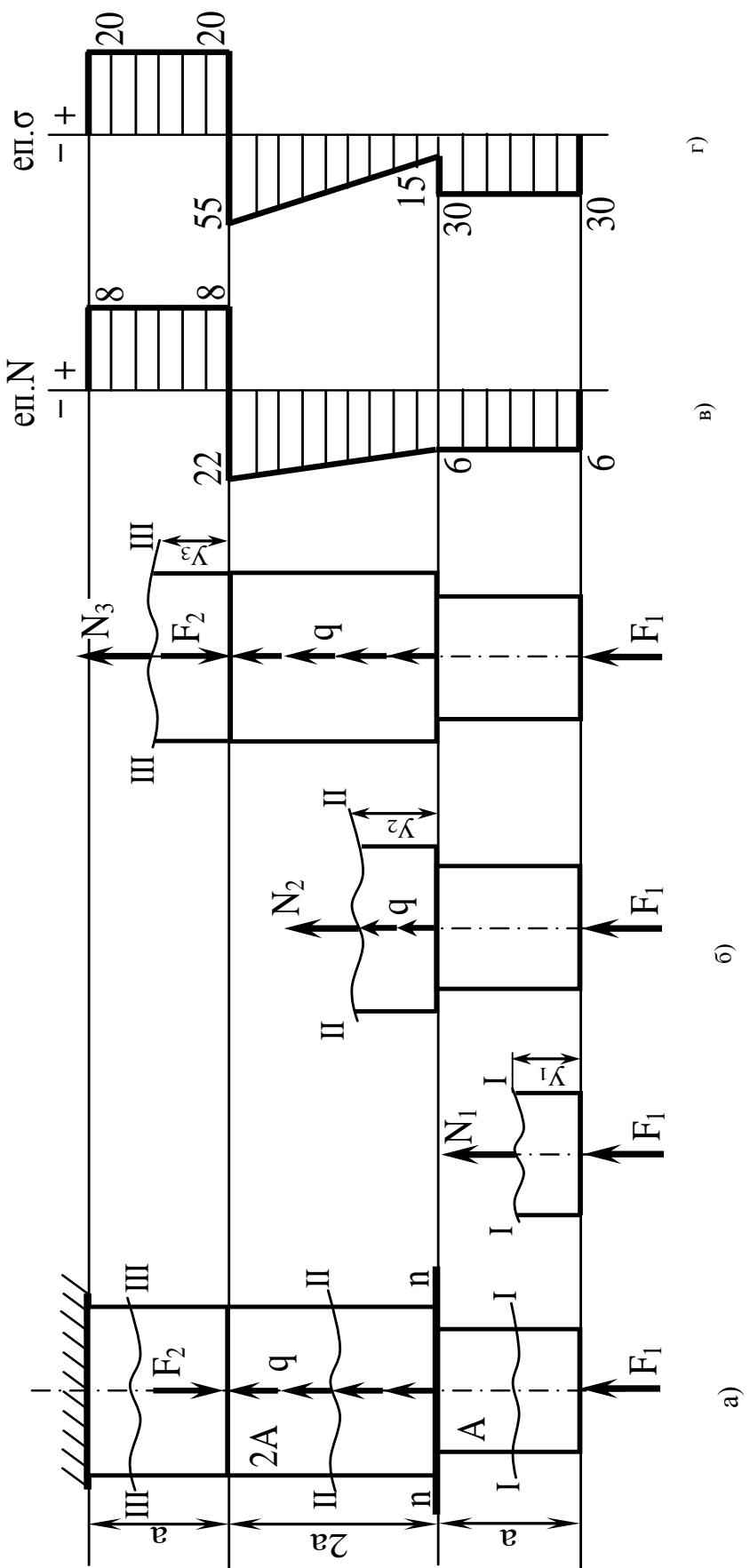


Рисунок 1.3 – Розрахункова схема (а), метод перерізів (б), епора внутрішніх сил (в),  
епора нормальних напружень (г)

3) Визначаємо переміщення перерізу „n – n” .

$$\Delta\ell_{n-n} = \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3,$$

По закону Гука                     $\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}$ ,

$$\Delta\ell_2 = \frac{(N_{2(0)} + N_{2(2a)}) \cdot 2a}{2 \cdot E \cdot 2A};$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{(-6 - 22) \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^2} = -0,44 \text{ мм}$$

$$\Delta\ell_3 = \frac{N_3 \cdot a}{E \cdot 2A};$$

$$\Delta\ell_3 = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^2} = 0,13 \text{ мм}$$

$$\Delta\ell_{n-n} = -0,44 + 0,13 = -0,31 \text{ мм.}$$

4) Висновок про міцність бруса.

$$\sigma_{max} \leq [\sigma],$$

$$|\sigma_{max}| = \sigma_{2(2a)} = 55 \text{ МПа}$$

$$|\sigma_{max}| = 55 \text{ МПа} < [\sigma] = 100 \text{ МПа}$$

*Висновок:* умова міцності виконується, брус міцний.

Приклад 4.2

### Розрахунок ступінчастого бруса

**Задача розрахунку:** Для ступінчастого бруса площею A заданої схеми при осьовому навантаженні та геометричних розмірах треба визначити (без урахування власної ваги):

- поздовжні сили у поперечних перерізах бруса та побудувати епюру N;
- нормальні напруження у поперечних перерізах бруса  $\sigma$  та побудувати епюру  $\sigma$ ;
- переміщення перерізу “n-n”;
- зробити висновок про міцність бруса.

**Вихідні данні:**  $a = 1 \text{ м}$ ;  $F_1 = 8 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 14 \text{ кН}$ ;  $q = 12 \text{ кН/м}$ ;  $A = 2 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$ ;  $[\sigma]_{\text{п.ст.}} = 140 \text{ Н/мм}^2$ ;  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

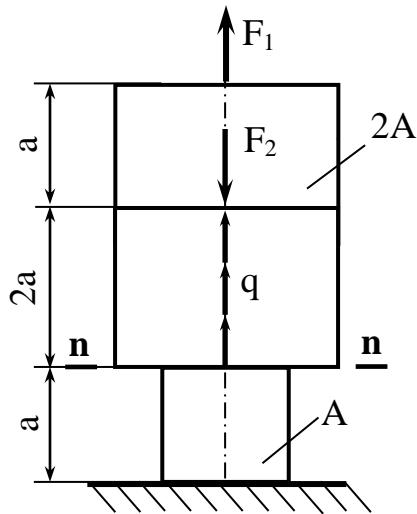


Рисунок 2.1 – Розрахункова схема

### Розв'язання

1) Визначаємо внутрішні сили  $N$  на всіх ділянках бруса використовуючи метод перерізів (рисунок 2.2, б):

**Ділянка I-I:**  $0 \leq y_1 \leq a$ ;  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 - N_1 = 0;$$

$$N_1 = F_1;$$

$N_1 = 8 \text{ кН}$  (розтяг).

**Ділянка II-II:**  $0 \leq y_2 \leq 2a$ ;  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 + q \cdot y_2 - N_2 - F_2 = 0;$$

$$N_2 = F_1 + q \cdot y_2 - F_2,$$

при  $y_2 = 0$ ;  $N_{2(0)} = F_1 - F_2 = 8 - 14 = -6 \text{ кН}$  (стиск);

при  $y_2 = 2a$ ;  $N_{2(2a)} = -F_1 + q \cdot 2a - F_2 = 8 + 12 \cdot 2 \cdot 1 - 14 = 18 \text{ кН}$  (розтяг).

**Ділянка III-III:**  $0 \leq y_3 \leq a$ ;  $\Sigma F_y = 0$ ;

$$F_1 + q \cdot 2a - N_3 - F_2 = 0;$$

$$N_3 = F_1 + q \cdot 2a - F_2;$$

$N_3 = 8 + 14 \cdot 2 \cdot 1 - 14 = 18 \text{ кН}$  (розтяг).

Будуємо епюру внутрішніх сил  $N$  (рисунок 2.2, в).

2) Визначаємо нормальні напруження у в поперечних перерізах балки:

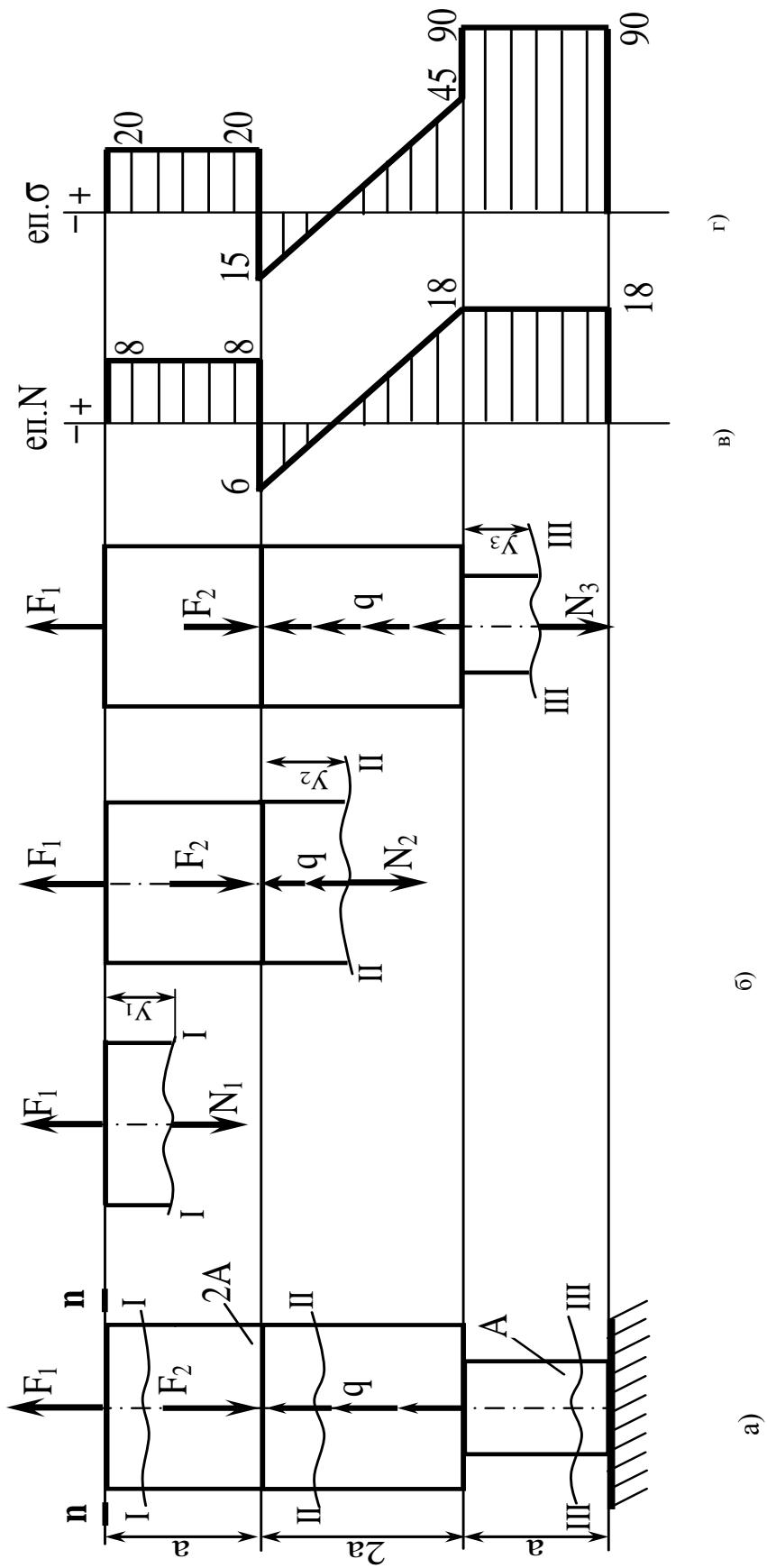


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема (а), метод перерізів (б), епюра внутрішніх сил (в),  
епюра нормальних напружень (г)

**Ділянка I-I:**  $\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{8 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = 20 \text{ МПа (роздяг)}$

**Ділянка II-II:**  $\sigma_{2(0)} = \frac{N_{2(0)}}{2A} = \frac{-6 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = -15 \text{ МПа (стиск)}$

$$\sigma_{2(2a)} = \frac{N_{2(2a)}}{2A} = \frac{18 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 10^2} = 45 \text{ МПа (роздяг)}$$

**Ділянка III-III:**  $\sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{18 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^2} = 90 \text{ МПа (роздяг)}$

Будуємо епюру нормальних напружень  $\sigma$  (рисунок 2.2г).

3) Визначаємо переміщення перерізу „n – n”.

$$\Delta\ell_{n-n} = \Delta\ell_3,$$

По закону Гука  $\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}$ ,

$$\Delta\ell_3 = \frac{N_3 \cdot a}{E \cdot A} = \frac{18 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^2} = 0,45 \text{ мм}$$

$$\Delta\ell_{n-n} = 0,45 \text{ мм.}$$

4) Висновок про міцність бруса.

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma],$$

$$|\sigma_{\max}| = \sigma_{2(2a)} = 90 \text{ МПа},$$

$$|\sigma_{\max}| = 90 \text{ МПа} < [\sigma] = 140 \text{ МПа}$$

*Висновок:* умова міцності виконується, брус міцний.

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

5.1 Варіант індивідуального завдання.

5.2 Розрахункову схему заданого брусу.

5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.

5.4 Аналіз отриманих результатів.

## **6 Питання для самопідготовки**

- 6.1 Які деформації називаються пружними?
- 6.2 Які деформації називаються пластичними?
- 6.3 Що характеризують напруження в поперечному перерізі?
- 6.4 Яким символом позначається нормальні напруження?
- 6.5 У чому полягає суть методу перетинів?
- 6.6 Умова міцності?
- 6.7 Умова жорсткості?
- 6.8 Що характеризує модуль пружності I роду ( $E$ )?
- 6.9 Що називається коефіцієнтом Пуассона?
- 6.10 За якою формулою знаходять абсолютну деформацію при розтягу – стиску?
- 6.11 Як визначаються нормальні допустимі напруження для пластичних матеріалів?
- 6.12 Від чого залежать допустимі напруження?
- 6.13 Як визначається зміна довжини стержня при розтягу – стиску?
- 6.14 Як визначається відносна деформація?
- 6.15 У яких одиницях вимірюється нормальні напруження ( $\sigma$ )?
- 6.16 У яких одиницях вимірюється модуль пружності I роду ( $E$ )?
- 6.17 Яка формула закону Гука правильна?
- 6.18 Яка одиниця вимірювання абсолютної деформації?
- 6.19 Як позначається відносне подовження?
- 6.20 Як позначається абсолютна поздовжня деформація?

# **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

**Тема роботи: РОЗРАХУНОК ВАЛА НА КРУЧЕННЯ**

**Мета роботи** – засвоїти методику побудови епюор крутильних моментів та кутів закручування при крученні, вміти обирати розміри вала з умови міцності та жорсткості.

## **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: поняття про кручення, деформації та напруження в поперечних перерізах круглого бруса. [3, с. 62 – 85; 4, с. 147 – 171; 5, с. 193 – 212].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

## **2 Програма роботи**

2.1 Зобразити розрахункову схему.

2.2 Із умови рівноваги вала визначити невідому потужність.

2.3 Визначити скручувальні моменти на кожному шківі.

2.4 За допомогою методу перерізів визначити крутильні моменти на кожній ділянці, та побудувати їх епюру.

2.5 Із умови міцності та жорсткості визначити розміри вала суцільного та кільцевого перерізів.

2.6 З двох визначених діаметрів (із умови міцності та жорсткості) прийняти той, що має більше значення.

2.8 Визначити кути закручування  $\varphi$  поперечного перерізу вала по ділянках, та побудувати їх епюру.

2.9 Визначити максимальні дотичні напруження та побудувати епюру в небезпечному перерізі вала.

2.10 Зробити висновок.

## **3 Загальні відомості**

В інженерній практиці доводиться дуже часто зустрічатися з деформацією кручення. Так, на крученні працюють вали машин та трансмісійних передач, елементи просторової конструкції, на-

виті пружини та інші.

Деформація кручення виникає при дії пари сил, які лежать в площинах, перпендикулярних до осі стержня. Момент пар, що скручує вал, називається *скручувальним* моментом  $T$ , (кН·м), який являється зовнішнім силовим фактором. На валу може бути насажено декілька шківів, тоді алгебраїчна сума скручувальних моментів повинна дорівнювати нулю, тобто  $\sum T_i = 0$ . Бажано обчислити  $T_{ck}$  за відомою потужністю  $N$  і заданій кутовій швидкості валу.

$$T_{ck} = \frac{N}{\omega}, \quad (3.1)$$

Основною розрахунковою величиною для круглого валу є *крутильні* моменти  $M_{kp}$ , (кН·м), що виникають в поперечних перерізах вала та передають обертання від шківа до шківа і являються внутрішніми силовими факторами.

*Мета* розрахунків на крученння полягає в тому, щоб визначити крутильні моменти, а також з умов міцності та жорсткості підібрати розміри поперечного перерізу вала.

Основним методом для визначення крутильних моментів є метод перерізів, при цьому починаємо розрізати з любого кінця вала, так як жорсткого закріплення немає. Крутильний момент визначається як алгебраїчна сума всіх скручувальних моментів по ділянках

$$M_{kp} = \sum \pm M, \quad (3.2)$$

Знак «+», або «-» отриманого значення крутильного моменту показує напрямлення передавання крутильного моменту.

За результатами визначення крутильних моментів будуємо епюри, які являють собою наглядне представлення змін внутрішніх крутильних моментів по ділянках.

*Будувати епюру починаємо з тієї сторони, з якої починали розрізати.*

Перевірка правильності побудування епюри:

- у місці прикладання скручувального моменту на епюрі по-

винен бути скачок, що дорівнює величині цього моменту, а на ділянці пряма лінія паралельна нульовій.

### ***Вали розраховують на міцність і жорсткість.***

При крученні виникають дотичні напруження, які перешкоджають скручуванню валів і діють в площині, перпендикулярній осі вала.

***Умова міцності*** при крученні має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{kp}^{\max}}{W_p} \leq [\tau], \quad (3.3)$$

де  $\tau_{\max}$  – максимальні дотичні напруження, МПа ( $\text{Н}/\text{мм}^2$ );

$M_{kp}^{\max}$  - максимальний крутильний момент,  $\text{kH}\cdot\text{m}$ ;

$W_p$  – полярний момент опору перерізу, який є геометричною характеристикою перерізу вала,  $\text{м}^3$ ;

$[\tau]$  - допустимі дотичні напруження, що залежать від властивостей матеріалу, МПа.

Полярний момент опору перерізу визначаємо за формулою:

- для вала суцільного перерізу:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3, \quad (3.4)$$

- для вала кільцевого перерізу:

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \left(1 - \alpha^4\right) \approx 0,2 \cdot D^3 \cdot \left(1 - \alpha^4\right), \quad (3.5)$$

де  $d$  – діаметр вала суцільного перерізу, мм;

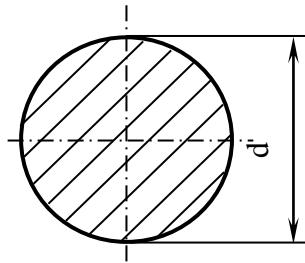
$D$  – зовнішній діаметр вала кільцевого перерізу, мм;

$\alpha = d_e/D$  – співвідношення внутрішнього  $d_e$  і зовнішнього  $D$  діаметрів вала кільцевого перерізу.

Для розрахунків приймаємо  $\alpha = 0,8$

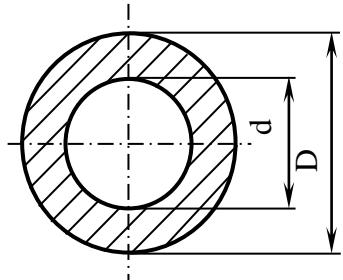
Із умови міцності визначаємо розміри поперечного перерізу:

- для вала суцільного перерізу:



$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{kp}^{\max}}{0,2 \cdot [\tau]}}, \quad (3.6)$$

- для вала кільцевого перерізу:



$$D \geq \sqrt[3]{\frac{M_{kp}^{\max}}{0,2 \cdot [\tau] \cdot (1 - \alpha^4)}}, \quad (3.7)$$

Внутрішній діаметр вала кільцевого перерізу визначаємо так  
 $d_B = \alpha \cdot D$ .

Крім дотримання умови міцності необхідно, щоб вали мали і жорсткість, тобто кут закручування не перевершував допустимих значень.

**Умова жорсткості** при крученні має вигляд:

$$\Theta = \frac{M_{kp}}{G \cdot J_p} \leq [\Theta], \quad (3.8)$$

де  $\Theta$  – відносний кут закручування вала, рад/м, який є мірою пластичності матеріалу, рад/м ;

$G$  – модуль пружності II роду, модуль зсуву - характеризує жорсткість матеріалу, МПа. Для сталі ст.3– $G = 8 \cdot 10^4$  МПа

$J_p$  – полярний момент інерції перерізу, який є геометричною характеристикою перерізу вала і характеризує жорсткість перерізу,  $\text{м}^4$ ;

$[\Theta]$  – допустимий відносний кут закручування вала, рад/м.

Полярний момент інерції перерізу визначаємо за формулою:

- для вала суцільного перерізу:

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cong 0,1 \cdot d^4, \quad (3.9)$$

- для вала кільцевого перерізу:

$$J_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0,1 \cdot D^4 \cdot (1 - \alpha^4), \quad (3.10)$$

Із умови жорсткості визначаємо розміри поперечного перерізу:

- для вала суцільного перерізу:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{M_{kp}^{max}}{0,1 \cdot [\Theta] \cdot G}}, \quad (3.11)$$

- для вала кільцевого перерізу:

$$D \geq \sqrt[4]{\frac{M_{kp}^{max}}{0,1 \cdot [\Theta] \cdot G \cdot (1 - \alpha^4)}}, \quad (3.12)$$

З двох визначених діаметрів (із умови міцності та жорсткості) приймаємо той, що має більше значення і округляємо його до числа, що кратне п'яти, у більшу сторону.

**Кут закручування  $\phi$**  (рад) поперечного перерізу вала по ділянках визначаємо за формулою, яка відображає **закон Гука при крученні**:

$$\phi = \frac{M_{kp} \cdot \ell}{G \cdot J_p}, \quad (3.13)$$

де  $\ell$  - довжина ділянки, м.

За результатами визначення кутів закручування будуємо епюру шляхом підсумовування кутів закручування по ділянках.

## 4 Приклад розв'язання задачі

### Розрахунок вала на кручення

**Задача розрахунку:** Для сталевого вала, що передає потужності  $P_1, P_2, P_3, P_4$  при кутовій швидкості  $\omega$  треба:

- побудувати епюру крутильних моментів;
- визначити діаметр суцільного вала із умови міцності та жорсткості;

- визначити діаметри кільцевого перерізу вала із умови міцності;

- побудувати епюру кутів закручування;

- побудувати епюри дотичних напружень в перерізах вала.

**Вихідні данні:**  $P_1 = 40 \text{ кВт}$ ;  $P_2 = 80 \text{ кВт}$ ;  $P_3 = 100 \text{ кВт}$ ;  $P_4 = 240 \text{ кВт}$ ;  $\omega = 80 \text{ рад/с}$ ;  $a = b = 1,5 \text{ м}$ ;  $c = 1,2 \text{ м}$ ;  $\alpha = d/D = 0,8$ ;  $[\Theta] = 0,007 \text{ рад/м}$ ;  $[\tau] = 50 \text{ МПа}$ ;  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

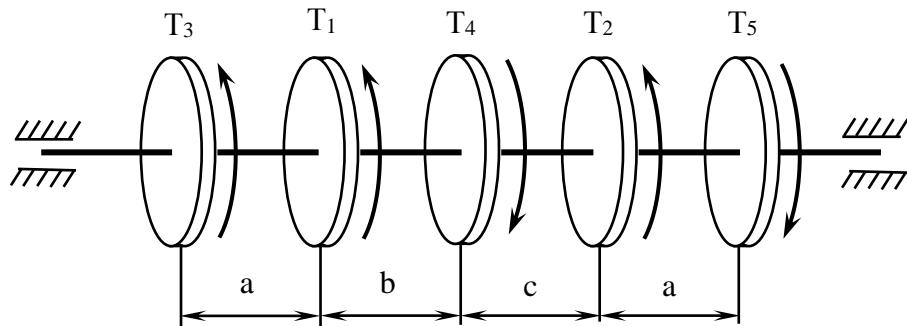


Рисунок 1 – Розрахункова схема

### Розв'язання

1) Визначаємо скручувальні моменти  $T_{\text{ек}}$ .

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{40}{80} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{80}{80} = 1,0 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{100}{80} = 1,25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega} = \frac{240}{80} = 3,0 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

За умовою рівноваги валу  $\sum T = 0$  визначаємо невідомий момент  $T_5$ :

$$\sum M = T_3 + T_1 - T_4 + T_2 - T_5 = 0;$$

$$T_5 = T_3 + T_1 - T_4 + T_2;$$

$$T_5 = 1,25 + 0,5 - 3,0 + 1,0 = 0,25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

2) За допомогою методу перерізів визначаємо крутильні мо-

менти:

$$M_{kp1} = T_3 = 1,25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{kp2} = T_3 + T_1 = 1,25 + 0,5 = 1,75 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{kp3} = T_3 + T_1 - T_4 = 1,25 + 0,5 - 3,0 = -1,25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_{kp4} = T_3 + T_1 - T_4 + T_2 = 1,25 + 0,5 - 3,0 + 1,0 = -0,25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Будуємо епюру крутильних моментів (еп.  $M_{KP}$ ). (рисунок 2б)

3) Визначаємо діаметр суцільного вала:

3.1) За умовою міцності

$$\tau = \frac{M_{kp\max}}{W_P} \leq [\tau], \quad \text{де } W_P = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3.$$

тоді  $d = \sqrt[3]{\frac{M_{kp\max}}{0,2 \cdot [\tau]}}$ ,

$$d = \sqrt[3]{\frac{1,75 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50}} = 55,9 \text{ мм.}$$

3.2) За умовою жорсткості

$$\Theta = \frac{M_{kp\max}}{G \cdot I_P} \leq [\Theta], \quad \text{де } I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0,1 \cdot d^4;$$

тоді  $d = \sqrt[4]{\frac{M_{kp\max}}{0,1 \cdot [\Theta] \cdot G}}$ ,

$$d = \sqrt[4]{\frac{1,75 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 0,007 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^4}} = 74,8 \text{ мм.}$$

З двох діаметрів слід прийняти діаметр більшого значення,  $d = 75 \text{ мм.}$

4) Визначаємо діаметр кільцевого вала за умовою міцності, якщо

$$W_P = \frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0,2 \cdot D^3 (1 - \alpha^4).$$

$$\text{Тоді } D = \sqrt[3]{\frac{M_{kp\ max}}{0,2 \cdot [\tau] (1 - \alpha^4)}},$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{1,75 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 50 \cdot (1 - 0,8^4)}} = 66,7 \text{ мм.}$$

Приймаємо:  $D = 70 \text{ мм}$ ;  $d = \alpha \cdot D = 0,8 \cdot 70 = 56 \text{ мм}$ ;  $d = 60 \text{ мм}$ .

5) Визначаємо кути закручування на кожній частині вала та будуємо епюру  $\varphi$ , складаючи кути по частинам. Вважаємо правий кінець валу нерухомим.

$$\text{За законом Гука } \varphi = \frac{M_{kp} \cdot \ell}{G \cdot I_p}, \text{ тоді}$$

$$\varphi_1 = \frac{M_{kp1} \cdot a}{G \cdot I_p};$$

$$\varphi_1 = \frac{1,25 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 75^4} = \frac{1,875}{253} 0,0074 \text{ рад};$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{M_{kp2} \cdot b}{G \cdot I_p};$$

$$\varphi_2 = 0,0074 + \frac{1,75 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 75^4} = 0,018 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{M_{kp3} \cdot c}{G \cdot I_p};$$

$$\varphi_3 = 0,018 + \frac{(-1,25) \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 75^4} = 0,012 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + \frac{M_{kp4} \cdot a}{G \cdot I_p};$$

$$\varphi_4 = 0,012 + \frac{(-0,25) \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 75^4} = 0,0104 \text{ рад};$$

Будуємо епюру кутів закручування (рисунок 2, в).

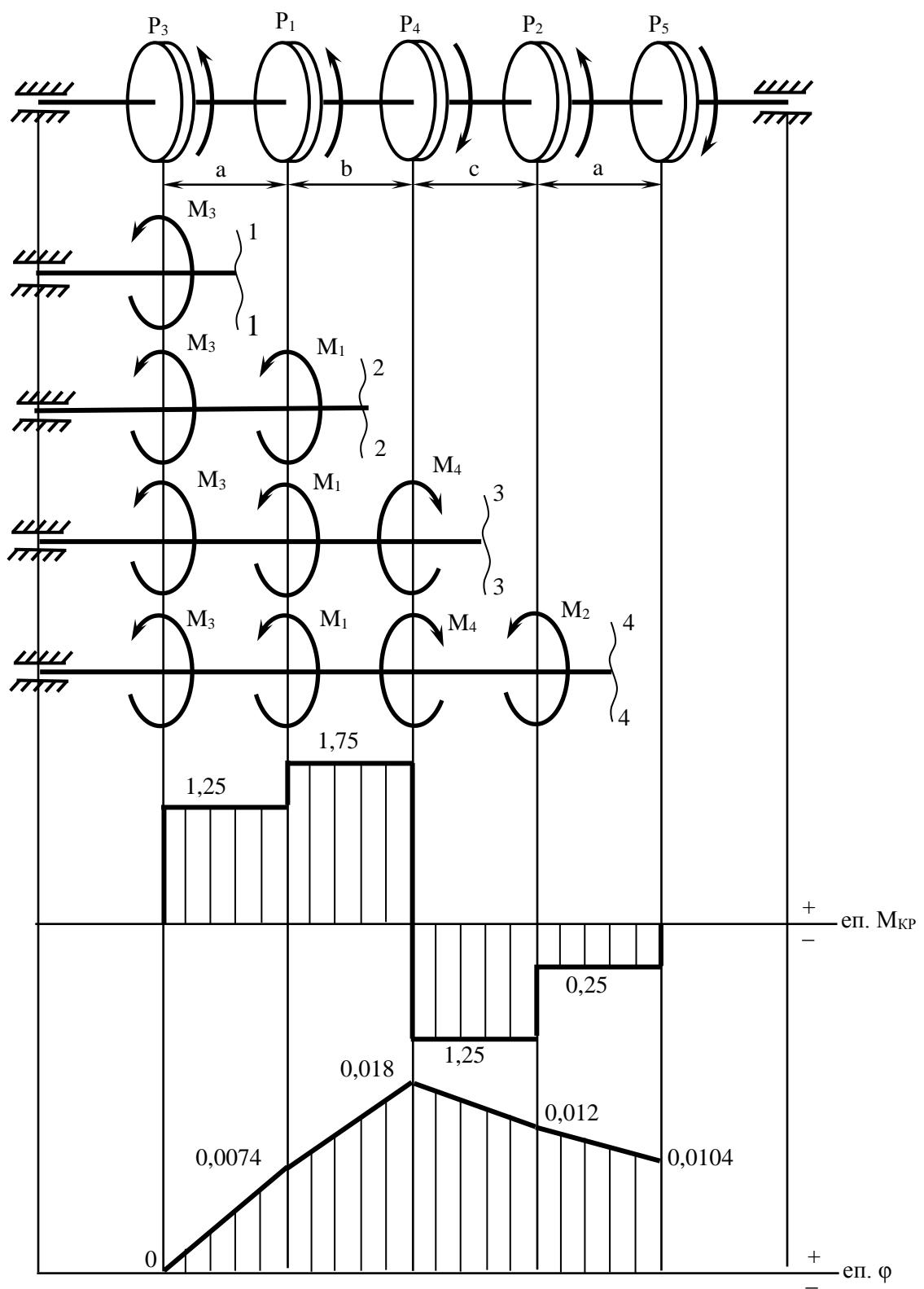


Рисунок 2 – Розрахункова схема (а), епюра крутильних моментів (б), епюра кутів закручування (в).

7 Розраховуємо найбільші дотичні напруження.

- для суцільного вала:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{kp\ max}}{W_P} = \frac{M_{kp\ max}}{0,1 \cdot d^3} = \frac{1,75 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 75^3} = 41,5 \text{ МПа}$$

$$\tau_{\max} = 41,5 \text{ МПа} \leq [\tau] = 50 \text{ МПа}$$

- для кільцевого вала:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{kp\ max}}{0,2 \cdot D^3 \cdot (1 - \alpha^4)} = \frac{1,75 \cdot 10^6}{0,2 \cdot 70^3 (1 - 0,8^4)} = 43 \text{ МПа}$$

Будуємо епюру дотичних напружень (рисунок 3).

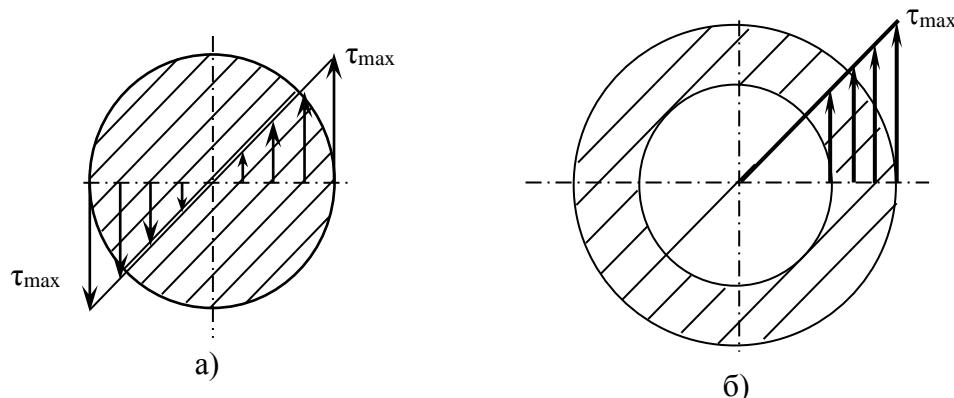


Рисунок 3 – Епюра дотичних напружень для суцільного вала (а) і для кільцевого вала (б)

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

5.1 Варіант індивідуального завдання.

5.2 Розрахункову схему заданого вала.

5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.

5.4 Аналіз отриманих результатів.

## 6 Питання для самопідготовки

6.1 Закон Гука для пластичних деформацій при крученні має вигляд...?

6.2 В яких одиницях вимірюється модуль пружності другого роду (модуль зсуву)  $G$  ?

6.3 По якій формулі визначається полярний момент опору для круглого перетину?

6.4 Геометричними характеристиками зразків при крученні є...

6.5 Загальна формула визначення полярного момента опору?

6.6 Кут повороту одного перерізу відносно другого називається...

6.7 Як визначити найбільші дотичні напруження при крученні?

6.8 Як призначити допустимі напруження для пластичних матеріалів при крученні?

6.9 Як розподілені дотичні напруження по площині круглого перерізу?

6.10 Як призначити допустимі напруження для крихких матеріалів при крученні?

6.11 Що характеризує жорсткість поперечного перерізу зразка при крученні?

6.12 Умова міцності при крученні має вигляд:

6.13 Умова жорсткості при крученні має вигляд:

6.14 Величина, що характеризує жорсткість матеріалу при деформації зсуву називається:

6.15 По якій формулі визначається кут закручування матеріалу при крученні?

# **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

**Тема роботи:** РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧЕНИХ БАЛОК НА ЗГИНІ

**Мета роботи** – засвоїти методику побудови епюор поперечних сил і згинальних моментів при згині, вміти обирати розміри балки з умовою міцності на згин.

## **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: типи закрепу, типи балок, внутрішні силові фактори при згині, епюри поперечних сил  $Q_x$  і згинальних моментів  $M_x$ , правила якісного побудування епюор балок, умова міцності балки. [3, с. 88 – 123; 4, с. 183 – 224; 5, с. 236 – 258].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

## **2 Програма роботи**

2.1 Зобразити розрахункову схему.

2.2 За методом перерізів визначити поперечні сили  $Q$  та згинальні моменти  $M$  по ділянках.

2.3 Для консольної балки побудувати епюри поперечних сил  $Q_x$  і згинальних моментів  $M_x$ .

2.4 Для однопрольотної балки треба:

- визначити опорні реакції;
- побудувати епюри поперечних сил  $Q_x$  і згинальних моментів  $M_x$ ;

- визначити діаметр круглого перерізу;
- визначити розміри прямокутного перерізу зі співвідношенням сторін  $h = 2 \cdot b$ ;
- підібрати двотавровий переріз;
- порівняти вагу балок круглого, прямокутного і двотаврового перерізів.

2.5 Зробити висновки.

### З Загальні відомості

**Згин** – деформація, яка супроводжується зміною кривизни осі стержня. Стержні, що працюють на згин, називають **балками**. Деформація згину виникає під дією прикладених до балки сил, або пар сил, що розташовані в площині, яка проходить через його поздовжню вісь. При цьому в поперечних перерізах балки виникають внутрішні силові фактори:

- поперечні сили  $Q_x$ , кН.;
- згинальні моменти  $M_x$ , кН·м.

Поперечна сила  $Q_x$  і згинальний момент  $M_x$  є внутрішніми силовими факторами в поперечних перерізах балки при її згині.

Для того, щоб поперечна сила і згинальний момент були одинакових знаків, слід дотримуватися певного правила знаків: по-перечну силу будемо вважати позитивною, якщо вона намагається обернути вирізаний елемент балки за стрілкою годинника, а негативною – проти стрілки годинника (рисунок 4.1 ).

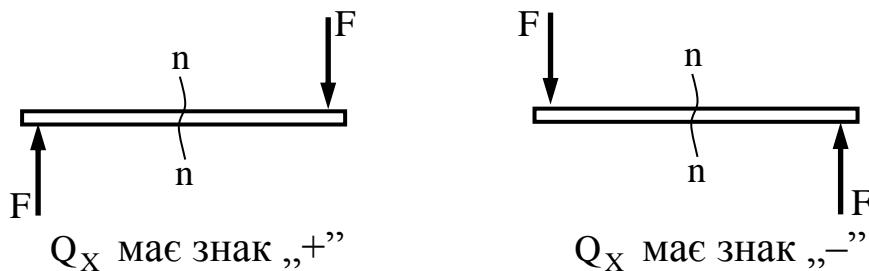


Рисунок 4.1 – Правило знаків для поперечної сили

Згинальний момент будемо вважати позитивним, якщо він вигинає балку опуклістю вниз та негативним - опуклістю вверх (рисунок 4.2).

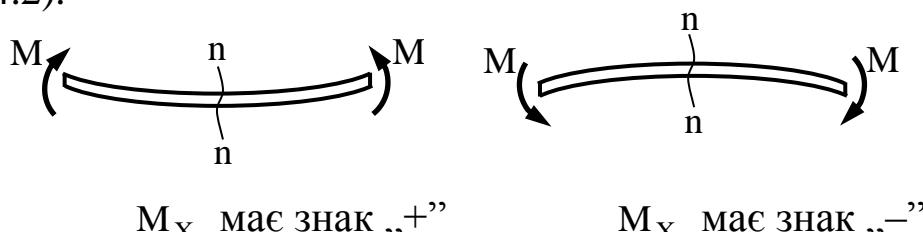


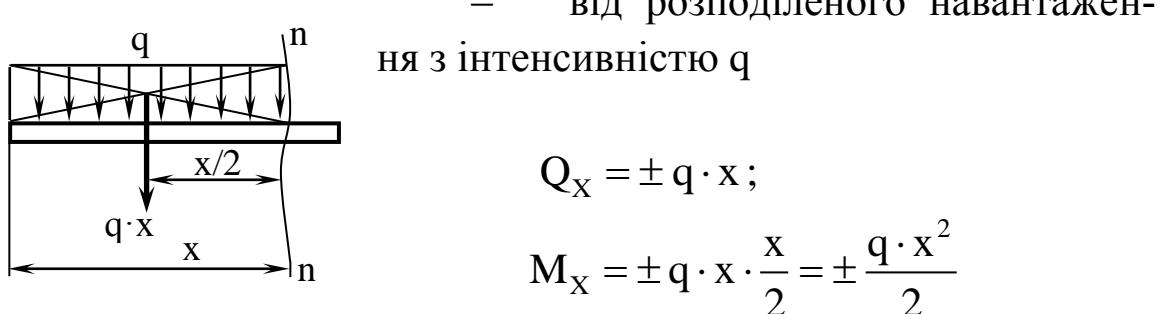
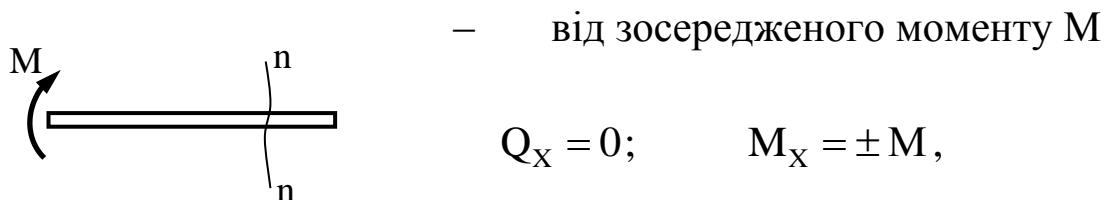
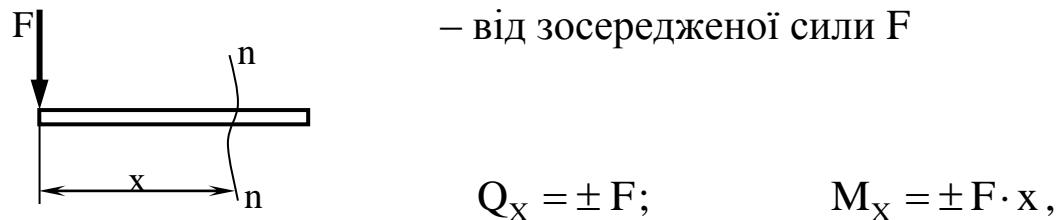
Рисунок 4.2 – Правило знаків для поперечної сили

### Розрахунок $Q_x$ та $M_x$

Поперечна сила в довільному поперечному перерізі балки

дорівнює алгебраїчній сумі моментів усіх зовнішніх сил відносно центра ваги розглядуваного перерізу.

У залежності від зовнішнього навантаження поперечна сила  $Q_x$  і згиальний момент  $M_x$  у довільному поперечному перерізі запишуться таким чином:



### Розрахунок на міцність при згині

Умова міцності балки при згині:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} \leq [\sigma], \quad (4.1)$$

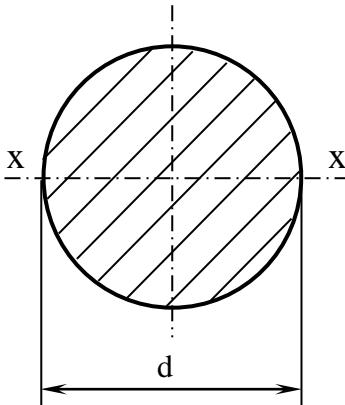
де  $\sigma_{\max}$  – найбільше нормальнє напруження в перерізі,  $\text{Н}/\text{мм}^2$ ;

$M_{\max}$  – найбільша величина згиального моменту, знайденого по епюрі згиальних моментів,  $\text{Н}\cdot\text{мм}$ ;

$W_x$  – момент опору перерізу балки,  $\text{мм}^3$ ;

$[\sigma]$  – допустимі нормальні напруження, МПа.

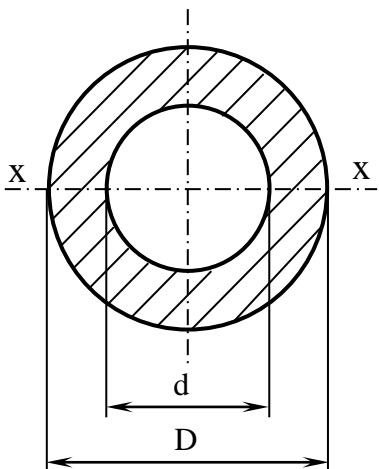
Основні моменти опору у залежності від форми та розмірів поперечного перерізу мають наступні значення:



– для круглого суцільного перерізу діаметром  $d$ :

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3$$

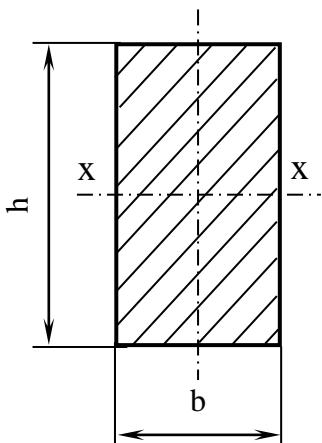
– для круглого кільцевого перерізу діаметрами  $D$  і  $d$ :



$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0,1 \cdot D^3 (1 - \alpha^4),$$

де  $\alpha = \frac{d}{D}$  – співвідношення діаметрів.

– для прямокутного перерізу розміром  $b \times h$ :



$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Моменти опору прокатних профілів - швелера і двотавра

дано в таблицях сортаменту.

Перевірку балки по дотичним напруженням проводять по формулі Журавського:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_X^{\text{від}}}{b \cdot I_X} \leq [\tau], \quad (4.2)$$

де  $\tau_{\max}$  – найбільше значення дотичних напружень у перерізі, Н/мм<sup>2</sup>;

$Q_{\max}$  – максимальне значення поперечної сили, Н;

$S_X^{\text{від}}$  – статичний момент відсіченої частини площини перерізу відносно нейтральної лінії, мм<sup>3</sup>;

$b$  – ширина перерізу, мм;

$I_X$  – осьовий момент інерції відносно нейтральної лінії, мм<sup>4</sup>;

Перевірка міцності балки по головним напруженням проводиться для перерізу балки, де згинальний момент та поперечна сила мають найбільші значення.

Головні напруження при згині визначаються:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left( \sigma_{\max} \pm \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right), \quad (4.3)$$

#### 4 Приклади розв'язання задач

##### Приклад 4.1

##### Розрахунок консольної балки на згин

**Задача розрахунку:** Побудувати епюри  $Q_x$  і  $M_x$  для консольної балки.

**Вихідні дані:**  $a = 2$  м;  $F = 10$  кН;  $M = 20$  кН·м;  $q = 8$  кН/м.

##### Розв'язання

Балка має 3 ділянки. Розрахунок починаємо від вільного кінця балки.

**Ділянка I–I:**  $0 \leq x_1 \leq a$ ,

$$Q_{X1} = -F = -10 \text{ кН};$$

$$M_{x_1} = F \cdot x_1 + M;$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = M = 20 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$x_1 = a = 2 \text{ m}; \quad M_{x_1} = F \cdot a + M = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{ kH} \cdot \text{m}.$$

**Ділянка II-II:**  $0 \leq x_2 \leq 2a$ ,

$$Q_{x_2} = -F + q \cdot x_2;$$

$$x_2 = 0; \quad Q_{x_2} = -F + q \cdot 0 = -10 \text{ kH};$$

$$x_2 = a = 2 \text{ m};$$

$$Q_{x_2} = -F + q \cdot x_2 = -F + q \cdot 2a = -10 + 8 \cdot 2 \cdot 2 = 22 \text{ kH};$$

Якщо поперечна сила змінює знак з „-“ на „+“ або з „+“ на „-“, треба знайти значення  $x$ , при якому  $Q_x = 0$ . Для цього:

$$Q_{x_2} = -F + q \cdot x_2 = 0; \text{ звідки } x_2 = \frac{F}{q} = \frac{10}{8} = 1,25 \text{ m}$$

$$M_{x_2} = F(a + x_2) + M - q \cdot x_2 \frac{x_2}{2};$$

$$x_2 = 0; \quad M_{x_2} = F \cdot a + M = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$x_2 = 2a = 4 \text{ m};$$

$$M_{x_2} = F(a + 2a) + M - q \cdot 2a \frac{2a}{2} = 10(2 + 4) + 20 - 8 \cdot 4 \frac{4}{2} = 16 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

$$x_2 = 1,25 \text{ m};$$

$$M_{x_2} = 10 \cdot (1,25 + 2) + 20 - 8 \cdot 1,25 \frac{1,25}{2} = 46,25 \text{ kH} \cdot \text{m};$$

**Ділянка III-III:**  $0 \leq x_3 \leq a$ ;

$$Q_{x_3} = -F + q \cdot 2a = -10 + 8 \cdot 2 \cdot 2 = 22 \text{ kH};$$

$$M_{x_3} = F(a + 2a + x_3) + M - q \cdot 2a \left( \frac{2a}{2} + x_3 \right);$$

$$x_3 = 0;$$

$$M_{x_3} = F(a + 2a) + M - q \cdot 2a \frac{2a}{2} = 10(2 + 4) + 20 - 8 \cdot 4 \frac{4}{2} = 16 \text{ kH} \cdot \text{m}$$

$$x_3 = a = 2 \text{ m};$$

$$M_{x_3} = F(a + 2a + a) + M - q \cdot 2a \left( \frac{2a}{2} + a \right) = 10 \cdot 8 + 20 - 8 \cdot 4 \cdot 4 = -28 \text{ kH}$$

Побудуємо епюри  $Q_x$  і  $M_x$

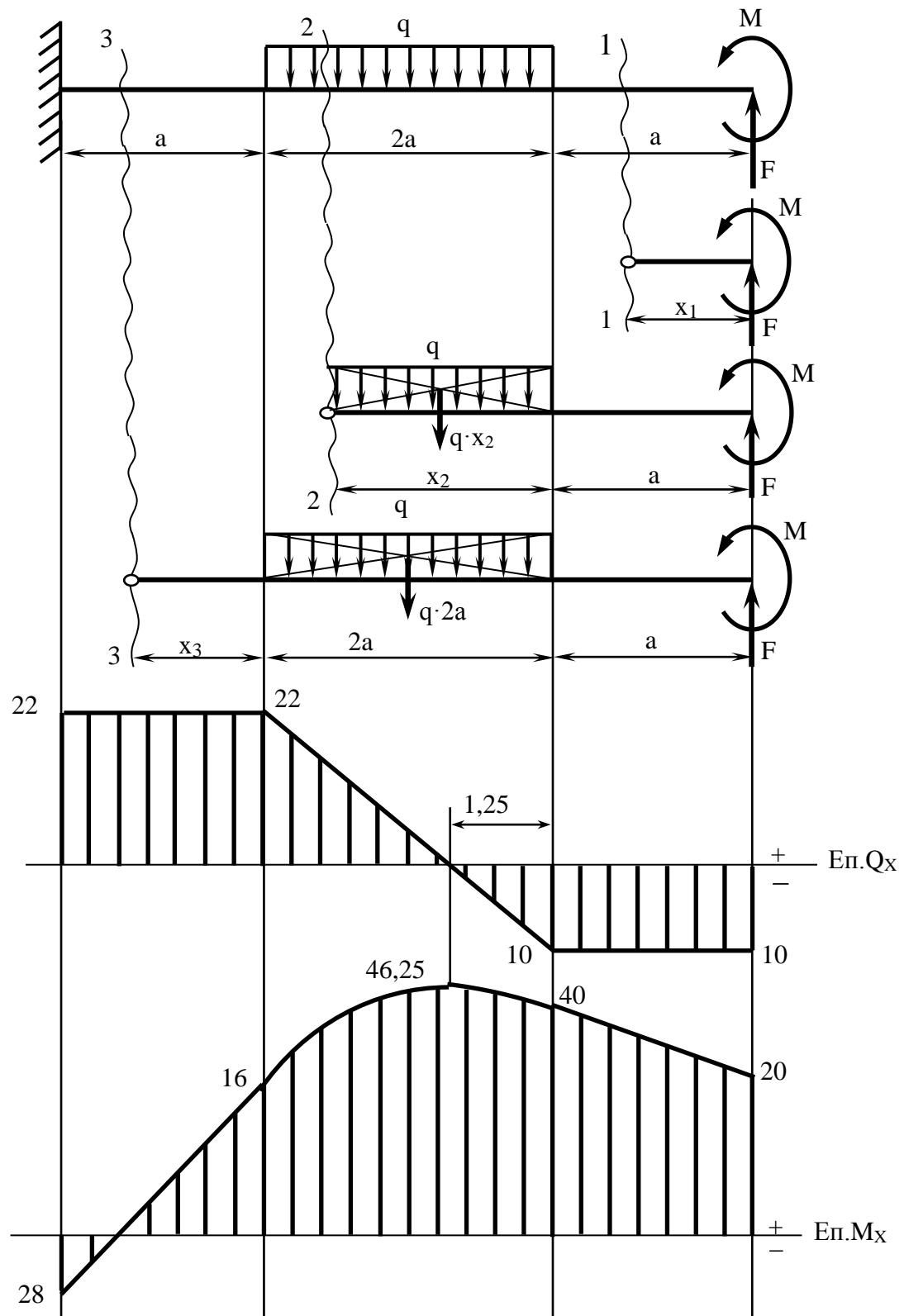


Рисунок 1.1 – До розрахунку консольної балки на згин

## Приклад 4.2

### Розрахунок одно прольотної балки на згин

**Задача розрахунку:** Для однопрольотної балки з консоллю потрібно:

- 1 Визначити опорні реакції.
- 2 Побудувати епюри  $Q_x$  і  $M_x$ .
- 3 Підібрати сталеву балку круглого, прямокутного, з відношенням сторін  $h = 2 \cdot b$ , двотаврового поперечного перерізу:

**Вихідні дані:**  $a = 2$  м;  $F = 10$  кН;  $M = 12$  кН·м;  $q = 8$  кН/м;  $[\sigma] = 160$  МПа.

### Розв'язання

- 1 Визначаємо опорні реакції

$$\sum M(A) = 0;$$

$$-q \cdot 2a \left( \frac{2a}{a} + a \right) + R_B(a + 2a) + F(a + 2a + a) = 0;$$

$$R_B = \frac{M + q \cdot 2a(a + a) - F(a + 2a + a)}{2a + a};$$

$$R_B = \frac{12 + 8 \cdot 2 \cdot 2(2 + 2) - 10(2 + 2 \cdot 2 + 2)}{2 \cdot 2 + 2} = 10 \text{ кН.}$$

$$\sum M(B) = 0;$$

$$-M + q \cdot 2a \frac{2a}{2} - R_A(2a + a) + F \cdot a = 0;$$

$$R_A = \frac{-M + q \cdot 2a \cdot 2 + F \cdot a}{2a + a};$$

$$R_A = \frac{-12 + 8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2} = 12 \text{ кН.}$$

Перевірка:  $\sum F_y = 0;$

$$F + R_A - q \cdot 2a + R_B = 0;$$

$$10 + 12 - 8 \cdot 2 \cdot 2 + 10 = 0;$$

$$0 = 0.$$

2 Балка має 3 частини. Визначаємо поперечні сили  $Q_x$  і згинуючі моменти  $M_x$  по частинах.

**Ділянка I–I:**  $0 \leq x_1 \leq a$ ,

$$Q_{x1} = R_A = 12 \text{ кН};$$

$$M_{x1} = R_A \cdot x_1;$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x1} = 0;$$

$$x_1 = a = 2 \text{ м}; \quad M_{x1} = R_A \cdot a = 12 \cdot 2 = 24 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**Ділянка II–II:**  $0 \leq x_2 \leq 2a$ ,

$$Q_{x2} = R_A - q \cdot x_2;$$

$$x_2 = 0; \quad Q_{x2} = R_A = 12 \text{ кН};$$

$$x_2 = 2a = 4 \text{ м}; \quad Q_{x2} = R_A - q \cdot 2a = 12 - 8 \cdot 2 \cdot 2 = -20 \text{ кН};$$

Якщо поперечна сила змінює знак з „–” на „+” або з „+” на „–”, треба знайти значення  $x$  при якому  $Q_x = 0$ . Для цього:

$$Q_{x2} = R_A - q \cdot x_2 = 0; \text{ звідки } x_2 = \frac{R_A}{q} = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ м};$$

$$M_{x2} = R_A (a + x_2) + M - q \cdot x_2 \frac{x_2}{2};$$

$$x_2 = 0; \quad M_{x2} = R_A \cdot a + M = 12 \cdot 2 + 12 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$x_2 = 2a = 4 \text{ м}.$$

$$M_{x2} = R_A (a + 2a) + M - q \cdot 2a \frac{2a}{2} = 12(2 + 4) + 12 - 8 \cdot 4 \frac{4}{2} = 20 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$x_2 = 1,5 \text{ м}; \quad M_{x2} = 12 \cdot (1,5 + 2) + 12 - 8 \cdot 1,5 \frac{1,5}{2} = 45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

**Ділянка III–III:**  $0 \leq x_3 \leq a$ ;

$$Q_{x3} = -F = -10 \text{ кН};$$

$$M_{x3} = F \cdot x_3;$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x3} = 0.$$

$$x_3 = a = 2 \text{ м}; \quad M_{x3} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Побудуємо епюри  $Q_x$  і  $M_x$

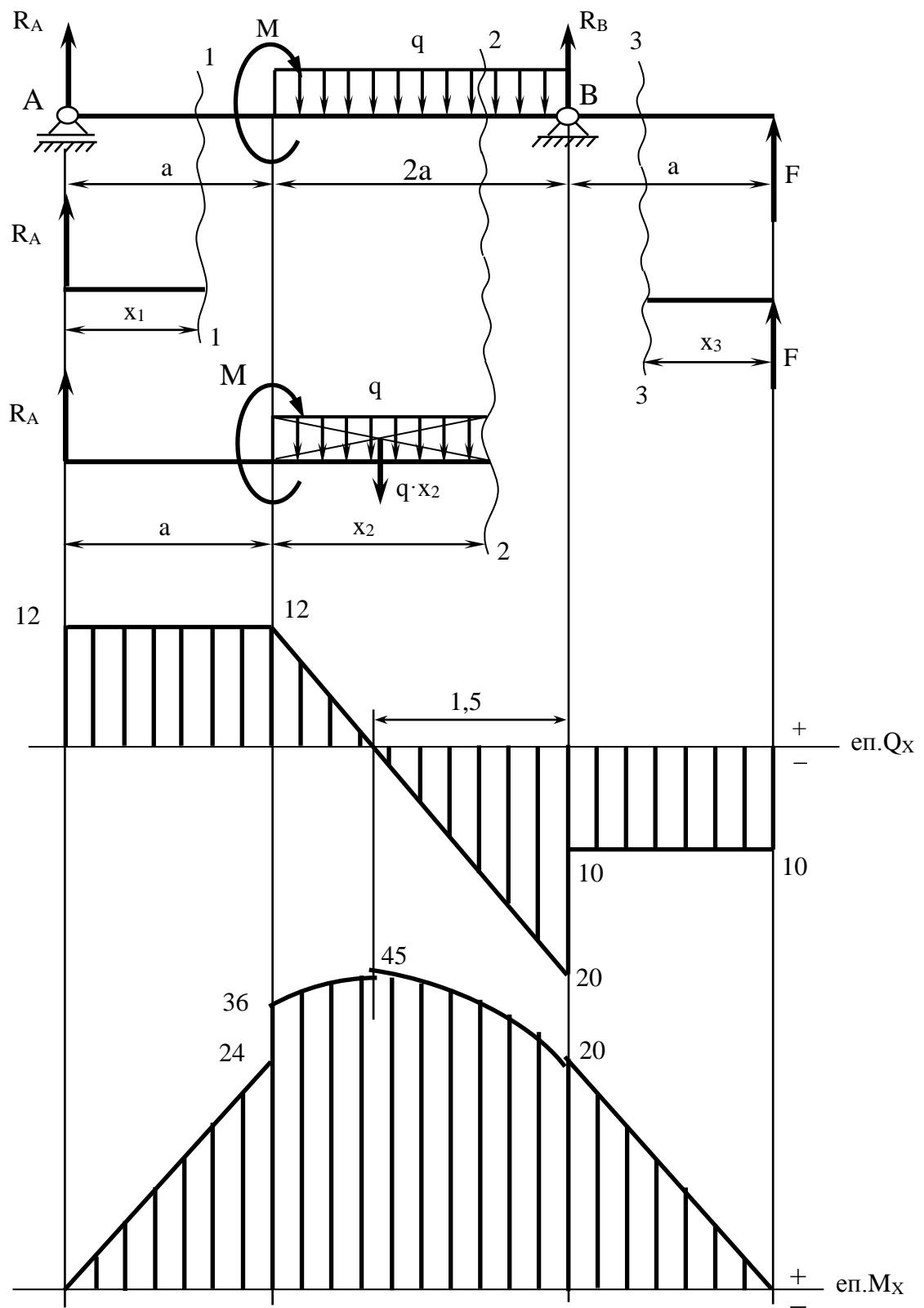
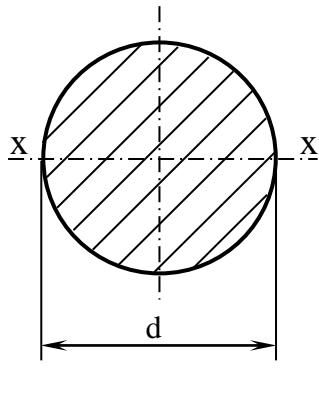


Рисунок 2.1 – До розрахунку однопрольотної балки на згин

3 З умови міцності на згин  $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_X} \leq [\sigma]$  підбираємо сталеву балку:

### 3.1 круглого поперечного перерізу:

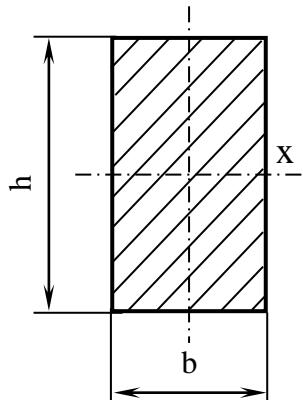


$$W_X = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3, \text{ тоді}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{0,1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{45 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 160}} = 141 \text{ мм}$$

Приймаємо  $d = 145$  мм.

3.2 прямокутного, з відношенням сторін  $h = 2 \cdot b$  поперечного перерізу:



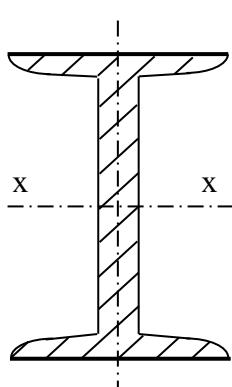
$$W_X = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b \cdot (2 \cdot b)^2}{6} = \frac{4 \cdot b^3}{6} = \frac{2 \cdot b^3}{3},$$

тоді

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot M_{\max}}{2 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 45 \cdot 10^6}{2 \cdot 160}} = 75 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $b = 75$  мм;  $h = 150$  мм.

### 3.3 двотаврового поперечного перерізу:



$$W_X = \frac{M_{\max}}{[\sigma]};$$

$$W_X = \frac{45 \cdot 10^6}{160} = 281250 \text{ мм}^3 = 281,25 \text{ см}^3$$

Приймаємо по ГОСТ 8239 – 72 (додаток Б)

двотавр № 24, у якого  $W_X = 289 \text{ см}^3$

## **5 Вказівки щодо оформлення звіту**

Звіт з практичної роботи повинен мати:

- 5.1 Варіант індивідуального завдання.
- 5.2 Розрахункову схему заданої балки.
- 5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.
- 5.4 Аналіз отриманих результатів.

## **6 Питання для самопідготовки**

- 6.1 Яка одиниця вимірювання напруження при згині?
- 6.2 Яка одиниця вимірювання модуля поздовжньої пружності матеріалу Е?
- 6.3 Згин, при якому поперечна сила в перерізах балка дорівнює нулю називається:
- 6.4 Яка одиниця вимірювання згинального моменту?
- 6.5 Як позначається модуль Юнга, модуль повздовжньої пружності?
- 6.6 Від чого залежить модуль повздовжньої пружності Е?
- 6.7 Який фізичний зміст модуля пружності матеріалу Е?
- 6.8 Як розрахувати максимальні напруження при згині?
- 6.9 Як позначається допустиме напруження?
- 6.10 Які силові фактори викликають нормальні напруження в поперечному перетині балки?
- 6.11 Умова міцності при згині має вигляд:
- 6.12 При згині внутрішніми силовими факторами є:

## **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

**Тема роботи:** КІНЕМАТИЧНИЙ ТА СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА

**Мета роботи:** вивчити послідовність виконання кінематичного розрахунку приводу, ознайомитися з прикладом кінематичного розрахунку приводу, виконати кінематичний розрахунок приводу для самостійного завдання.

### **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: загальні відомості про передачі, класифікація, основні кінематичні та енергетичні параметри передач та співвідношення між ними. [6, с. 4 – 13; 7, с. 6 – 21, 7, с. 4 – 13; 8, с.140 – 142].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

### **2 Програма роботи**

- 2.1 Зобразити розрахункову схему.
- 2.2 Визначити загальний коефіцієнт корисної дії привода
- 2.3 Визначити потужність, яка потрібна на привод транспортера, обрати електродвигун
- 2.4 Визначити загальне передаточне число привода Розподіл загального передаточного числа по ступеням привода
- 2.5 Визначити частоту обертання та кутову швидкість валів привода
- 2.6 Визначити потужність на валах привода
- 2.7 Визначити обертаючі моменти на валах привода
- 2.8 Зробити висновок.

### **3 Загальні відомості**

Більшість сучасних будівельних машин створюють за схемою «двигун-передача - робочий орган (виконавчий механізм)». Передача між двигуном і робочим органом машини необхідна,

коли різняться їх швидкості руху, неможливо або ж важко безпосередньо змінювати швидкість робочого органа за допомогою двигуна, у процесі роботи машини необхідні обертальні моменти, які перевищують обертальний момент на валу двигуна, одним двигуном треба приводити в рух декілька механізмів з різноманітними швидкостями, різні характери руху органів машини та двигуна(наприклад, двигун має обертальний рух, а робочий орган повинен рухатися прямолінійно зі змінною швидкістю або зупинками), неможливо безпосередньо з'єднати вали двигуна та робочих органів з точки зору техніки безпеки, зручності обслуговування, збору та монтажу.

Зазвичай, між двигуном і робочим органом встановлюється проміжний механізм – передача (рисунок 5.1).

У загальному випадку в машині можна виділити три складові частини: двигун, передачу та робочий орган.



Рисунок 5.1 - Схема передачі

Оптимальною була б машина без передачі. Прикладом може служити електрошпіндель: електродвигун, на вал якого встановлено шліфувальний круг - передавальний механізм відсутній. Відсутність передавального механізму обумовлено збігом необхідної при роботі частоти обертання шліфувального круга і частоти обертання вала електродвигуна. Проте такий збіг на практиці зустрічається рідко.

Для досягнення необхідних на виконавчому елементі за умовами роботи силових і кінематичних параметрів і застосовують передачі.

**Передача** – механізм, який передає рух і силу від двигуна до робочого органу машини з перетворенням параметрів руху: обертового моменту й частоти обертання.

Чому необхідно використовувати передачі?

Двигуни надійно працюють у вузькому діапазоні швидкостей і обертаючих моментів.

Зі збільшенням частоти обертання електродвигуна зменшується його маса та габаритні розміри.

Тому доцільно використовувати високошвидкісні електродвигуни, параметри руху яких узгоджуються з параметрами руху робочих органів машини за допомогою передачі.

Відомі такі типи передач: механічні, гіdraulічні, пневматичні, електричні, електромагнітні тощо. Найбільше поширення одержали механічні передачі (рисунок 5.2)

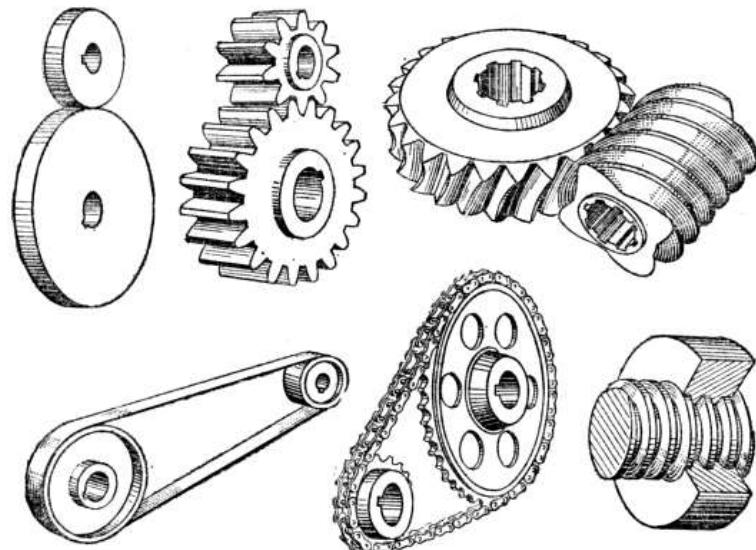


Рисунок 5.2 – Види механічних передач

### Класифікація механічних передач

► За способом передачі руху від провідної ланки до веденого розрізняють передачі:

- **тертям** : з безпосереднім контактом – фрикційні (рисунок 5.3а), з гнучкою зв'язкою – пасові (рисунок 5.3б);



а)

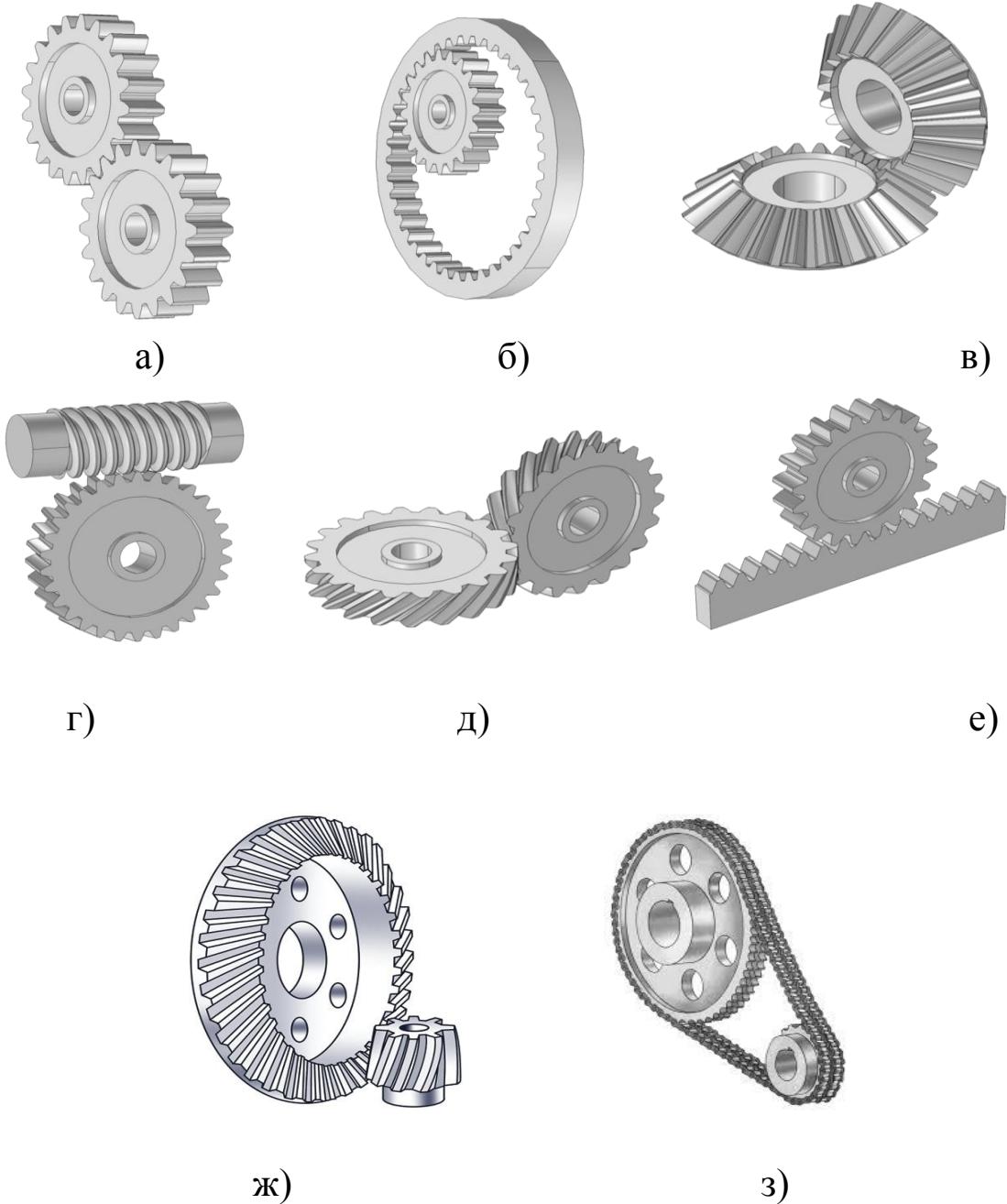


б)

а) - фрикційна передача; б) - пасова передача

Рисунок 5.3 – Передачі тертям

- **зачепленням** : з безпосереднім контактом - зубчасті, черв'ячні, з гнучкою зв'язком - ланцюгові.



- а) – зовнішнє зачеплення; б) – внутрішнє зачеплення; в) – конічна передача; г) – черв'ячна передача; д) – гвинтова передача; е) – рейкове зачеплення; ж) – гіпоядна передача; з) – ланцюгові.

Рисунок 5.4 – Передачі зачепленням

До зубчастих передач відносяться циліндричні, конічні, планетарні, хвильові і ін.

► За *взаємною розташуванню валів* механічні передачі можуть бути з паралельними (у циліндричних передач, рисунок 5.4а, б, з) пересічними (у конічних передач, рисунок 5.4г) і зі перехресними (у черв'ячних передач, рисунок 5.4д, е) осями.

► За *характером руху валів* розрізняють механізми з нерухомими осями валів і рухливими осями валів в планетарних передачах. В останніх рух коліс-сателітів, встановлених на рухомих валах, схоже на рух планет (рисунок 5.5).



Рисунок 5.5 – Планетарна передача

Залежно від конструктивного оформлення механічних передач та за призначенням передатні механізми мають наступні назви:

► з постійним передавальним числом (редуктори, мультиплікатори);

**Редуктор** – пристрій, що зменшує частоту обертання від входу до виходу з однією величиною швидкості вихідного валу (рисунок 5.6).

**Мультиплікатор** – пристрій, що збільшує частоту обертання від входу до виходу з однією величиною швидкості вихідного валу (рисунок 5.6).

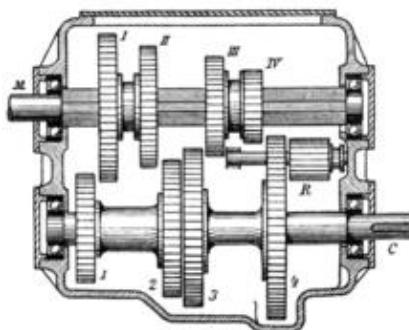


Рисунок 5.6 – Редуктор (мультиплікатор)

► зі змінним передавальним числом: ступінчасті - коробки передач та безступінчасті - варіатори. Коробки передач дозволяють налаштовувати ряд частот обертання вихідного валу, а варіатори - плавно змінювати передавальне відношення.

**Коробка передач** – механізм, призначений для ступінчастої зміни частоти (швидкості) обертання веденого валу при постійній частоті обертання ведучого шляхом зміни передавального числа;

**Варіатор** – пристрій, що плавно змінює частоту обертання вихідного валу при постійній частоті обертання вхідного валу.



a)



б)

а) – коробка передач; б) – варіатор.

Рисунок 5.7 – Механізми зі змінним передавальним числом

У ряді конструкцій механізмів виникає необхідність фіксувати нерухомість вихідної ланки під навантаженням або при відсутності руху на вході. *Властивість механізму, при якому рух передається тільки в одному напрямку, називається необоротністю руху або самогальмуванням*. Відповідні пристрої використовуються в вантажопідйомних машинах.

Останнім часом стало розвиватися новий напрям - мехатроніка. У ньому силові механічні вузли поєднуються з електричними і електронними пристроями, що забезпечують управління і зв'язок між елементами всієї системи. Електроніка перетворює вхідний сигнал від системи управління, а силова електроніка видає команди на виконавчий орган: електромеханічний, гідралічний і ін. Останні перетворять надходять сигнали в механічний рух. У таких системах доцільно використовувати готові елементи у вигляді модулів. Застосування мехатроніки дозволяє отримати

приводи малої маси з високою точністю руху вихідної ланки і більшим ККД. Такі пристрой вже використовуються в робототехніці і на ЛА в системах управління польотом. Перспективно їх застосування і в інших галузях техніки.

*Основні кінематичні і енергетичні параметри передач та спiввiдношення мiж ними*

Прийняті позначення: «ведучий» елемент позначається індексом «1»; «ведений» елемент – індексом «2» (рисунок 5.8).

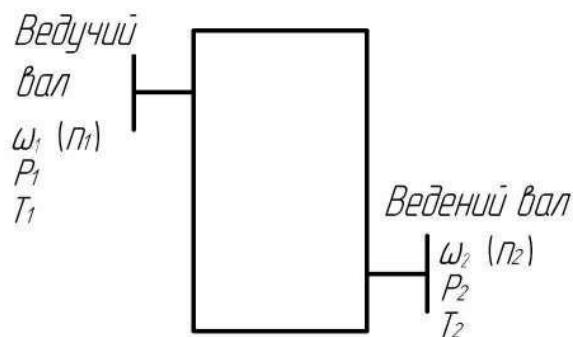


Рисунок 5.8 – Схема механічної передачі обертового руху

Основні кінематичні параметри передачі (рисунок 5.8):

- діаметри початкових кіл  $d_1, d_2$ , мм ( $d_1 \neq d_2$ );
- частоти обертання  $n_1, n_2$ ,  $\text{хв}^{-1}$  ( $n_1 \neq n_2$ );
- кутові швидкості  $\omega_1, \omega_2$ ,  $\text{с}^{-1}$  ( $\omega_1 \neq \omega_2$ )

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30}, \quad (5.1)$$

- колові швидкості  $V_1, V_2$ , м/с ( $V_1 = V_2$ ).

$$V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60 \cdot 1000}, \quad (5.2)$$

Силові і енергетичні параметри передачі (рисунок 5.9):

- колові зусилля  $F_{t1}, F_{t2}, H$  ( $F_{t1} = F_{t2}$ );
- момент обертання  $T$ , Н·м. Момент «активний»  $T_2$  збігається з напрямком обертання на веденому елементі й «реактивний»  $T_1$  спрямований проти обертання ведучого елементу;
- потужності  $P_1, P_2$ , кВт ( $P_1 = P_2$  – без урахування втрат на тертя).

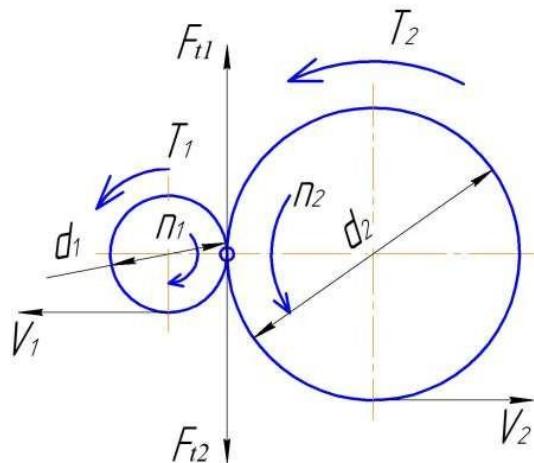


Рисунок 5.9 – Розрахункова схема передачі обертового руху

Формули, що зв'язують силові характеристики:

$$T = F_t \cdot \frac{d}{2 \cdot 1000}, \quad T = \frac{P}{\omega}, \quad (5.3)$$

$$P = \frac{F_t \cdot V}{1000} = \frac{T \cdot \omega}{1000} = \frac{T \cdot \pi \cdot n}{30 \cdot 1000} = \frac{T \cdot n}{9550}, \quad (5.4)$$

$$F_t = \frac{2 \cdot T \cdot 10^3}{d}, \quad (5.5)$$

$$1 \text{ кВт} = 1000 \text{ Вт} = 1000 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1000 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

*Теорема 1.* У послідовному ряду передач сумарне передаточне число дорівнює добутку передаточних чисел проміжних передач

$$u_{\Sigma} = u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n, \quad (5.6)$$

де  $u$  – передаточне число

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{T_2}{T_1 \cdot \eta}, \quad (5.7)$$

*Теорема 2.* У послідовному ряду передач сумарний коефіцієнт корисної дії (ККД) дорівнює добутку ККД проміжних передач

$$\eta_{\Sigma} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n, \quad (5.8)$$

де  $\eta$  - коефіцієнт корисної дії (ККД).

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}, \quad (5.9)$$

Передаючи механічну енергію, передачі одночасно можуть виконувати одну або кілька з таких функцій.

- **Зниження** (або ж підвищення) **частоти обертання** від вала двигуна до вала виконавчого елемента
- **Зміна напрямку потоку потужності**
- **Регулювання частоти обертання веденого вала.**
- **Перетворення одного виду руху в інший** (обертального в поступальний, рівномірного в переривчастий і т.д.).
- **Реверсування руху** (прямий й зворотний хід).
- **Розподіл енергії двигуна** між кількома виконавчими елементами машини.

Проектування машини будь-якого типу починається з розрахунку приводу, який починають з вибору двигуна по потрібній потужності, кінематичній схемі приводу і умов експлуатації, зазначених у завданні на розробку машини.

Вихідні дані:

- потужність на веденому валу, кВт  $P$
- кутова швидкість веденого вала, рад/с  $\omega$
- синхронна частота обертання електродвигуна, об/хв.  $n_{ec}$

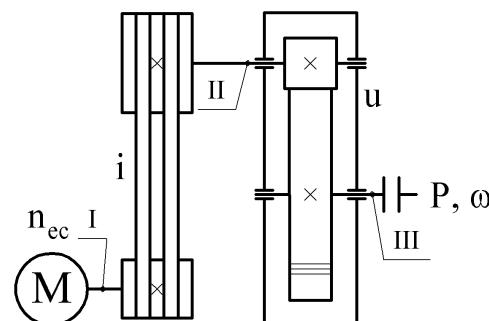


Рисунок 1 – Кінематична схема привода

## 1 Загальний коефіцієнт корисної дії привода

$$\eta_{заг} = \eta_{п} \cdot \eta_3 \cdot \eta_{пп}^2 \cdot \eta_M, \quad (1)$$

де  $\eta_{п}$  – коефіцієнт корисної дії пасової передачі;

$\eta_3$  – коефіцієнт корисної дії циліндричної зубчастої передачі;  
 $\eta_{пп}$  – коефіцієнт корисної дії пари підшипників;  
 $\eta_m$  – коефіцієнт корисної дії з'єднувальної муфти.

Загальний ККД приводу визначається з урахуванням втрат у всіх елементах привода. При визначенні значень ККД елементів приводу можуть бути використані дані, наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 - Орієнтовні значення ККД механічних передач та їх елементів

Передача, елемент передачі	Рекомендовані значення ККД
Зубчаста передача	0,97...0,98
Черв`ячна передача при передаточному числі: U>30 14<U<30 8<U<14	0,70...0,80 0,75...0,85 0,80...0,90
Пасова передача (всі типи)	0,95...0,96
Ланцюгова передача	0,94...0,96
Муфта з'єднувальна	0,98...0,99
Підшипники кочення (одна пара)	0,990...0,995

## 2 Потужність, яка потрібна на привод транспортера

$$P_{\text{ед.п}} = \frac{P}{\eta_{\text{заг}}}, \quad (2)$$

## 3 Вибір електродвигуна

При виконанні самостійної роботи рекомендується вибирати трьохфазні асинхронні двигуни серії 4А, які характеризуються простотою конструкції, невеликою вартістю та високою експлуатаційною надійністю (таблиця 2).

Вибирається найближче менше за  $P_{\text{ед.п}}$  значення потужності електродвигуна  $P_{\text{ед}}$  з номінальною частотою обертання  $n_{\text{ен}}$ .

## Завантаження електродвигуна

$$Z = \frac{P_{\text{ед.п}}}{P_{\text{ед}}} \cdot 100 \%, \quad (3)$$

Електродвигуни даного типу допускають завантаження до 112 %. Якщо ж  $Z > 112 \%$ , то потрібно вибрати двигун більшої потужності.

Таблиця 2 – Потужність та частота обертання електродвигунів закритих з обдувом серії 4A (марка / номінальна частота обертання  $n_{\text{ен}}$ , об/хв)

Потужність $P_{\text{ед}}$ , кВт	Синхронна частота обертання $n_{\text{ен}}$ , об/хв			
	3000	1500	1000	750
0,75	4A71A2/2840	4A71B4/1390	4A80A6/915	4A90LA8/700
1,1	4A71B2/2810	4A80A4/1420	4A80B6/920	4A90LB8/700
1,5	4A80A2/2850	4A80B4/1415	4A90L6/935	4A100L8/700
2,2	4A80B2/2850	4A90L4/1425	4A100L6/950	4A112MA8/700
3,0	4A90L2/2840	4A100S4/1435	4A112MA6/955	4A112MB8/700
4,0	4A100S2/2880	4A100L4/1430	4A112MB6/950	4A132S8/720
5,5	4A100L2/2880	4A112M4/1445	4A132S6/965	4A132M8/720
7,5	4A112M2/2900	4A132S4/1455	4A132M6/970	4A160S8/720

#### 4 Загальне передаточне число привода

$$u_{\text{заг}} = \frac{n_{\text{ен}}}{n}, \quad (4)$$

де  $n$  – частота обертання веденого вала, об/хв,

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi}, \quad (5)$$

5 Розподіл загального передаточного числа по ступеням привода

Загальне передаточне число привода є добутком від перемноження передаточних чисел передач, які входять до його складу.

$$u_{\text{заг}} = i \cdot u, \quad (6)$$

де  $i$  – передаточне відношення пасової передачі;

$u$  – передаточне число одноступінчастого циліндричного редуктора.

Попереднє передаточне відношення пасової передачі

Бажано приймати попереднє передаточне відношення пасової передачі  $i' = 2 \dots 3$  (значення  $i' < 2$  недоцільні, а  $i' > 3$  може привести до збільшення розмірів пасової передачі), але так, щоб передаточне число одноступінчастого циліндричного редуктора входило в рекомендований діапазон  $u = 2,0 \dots 6,3$  і не перевищувало граничне значення  $u_{\text{гр}} = 8,0$ .

Попереднє передаточне число редуктора

$$u' = \frac{u_{\text{заг}}}{i'}, \quad (7)$$

По таблиці 3 слід прийняти більше до  $u'$  стандартне значення  $u$ .

Таблиця 3 – Стандартні передаточні числа зубчастих передач

1-й ряд	2,00	–	2,50	–	3,15	–	4,00	–	5,00	–	6,30	–	8,00
2-й ряд	–	2,24	–	2,80	–	3,55	–	4,50	–	5,60	–	7,10	–

Передаточне відношення пасової передачі

$$i = \frac{u_{\text{заг}}}{u}, \quad (8)$$

6 Частота обертання та кутова швидкість валів привода

$$n_I = n_{\text{ен}}; \quad n_{\text{II}} = \frac{n_I}{i}; \quad n_{\text{III}} = \frac{n_{\text{II}}}{u}, \quad (9)$$

$$\omega_I = \frac{\pi \cdot n_I}{30}; \quad \omega_{\text{II}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{II}}}{30}; \quad \omega_{\text{III}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{III}}}{30}, \quad (10)$$

Перевірка:  $n_{\text{III}} = n$ ,  $\omega_{\text{III}} = \omega$ .

7 Потужність на валах привода

$$P_{\text{III}} = P; \quad P_{\text{II}} = \frac{P_{\text{III}}}{\eta_m \cdot \eta_{\text{пп}} \cdot \eta_3}; \quad P_I = \frac{P_{\text{II}}}{\eta_{\text{пп}} \cdot \eta_{\text{п}}}, \quad (11)$$

Перевірка:  $P_I = P_{\text{ед.п.}}$ .

8 Обертаючі моменти на валах привода

$$T_I = \frac{P_I}{\omega_I}; \quad T_{\text{II}} = \frac{P_{\text{II}}}{\omega_{\text{II}}}; \quad T_{\text{III}} = \frac{P_{\text{III}}}{\omega_{\text{III}}}, \quad (12)$$

Результати розрахунків слід представити у вигляді таблиці 4.

Таблиця 4 – Кінематичні та силові параметри привода

Вал	Потужність $P$ , кВт	Кутова швидкість $\omega$ , рад/с	Частота обертання $n$ , об/хв	Обертаючий момент $T$ , Н·м
I	$P_I$	$\omega_I$	$n_I$	$T_I$
II	$P_{II}$	$\omega_{II}$	$n_{II}$	$T_{II}$
III	$P_{III}$	$\omega_{III}$	$n_{III}$	$T_{III}$

**Висновок:** З урахуванням загального ККД привода вибрано електродвигун, загальне передаточне число привода розподілене проміж пасовою передачею ( $i_{\text{пас}}$ ) та циліндричним редуктором ( $U_{\text{РЕД}}$ ). Значення кінематичних та силових параметрів, які одержано в результаті розрахунків приведено в таблиці 4.

#### 4 Приклад розв'язання задачі

##### Кінематичний та силовий розрахунок

**Задача розрахунку:** визначити загальний ККД привода, вибрати електродвигун, вчислити загальне передаточне число привода і провести розподіл його по ступеням; розрахувати основні швидкісні та силові параметри на валах привода.

##### Вихідні дані:

- потужність на веденому валу  $P = 4,0 \text{ кВт}$ ;
- кутова швидкість веденого вала  $\omega = 8,0 \text{ рад/с}$ ;
- синхронна частота обертання електродвигуна  $n_{\text{ек}} = 1000 \text{ об/хв}$ .

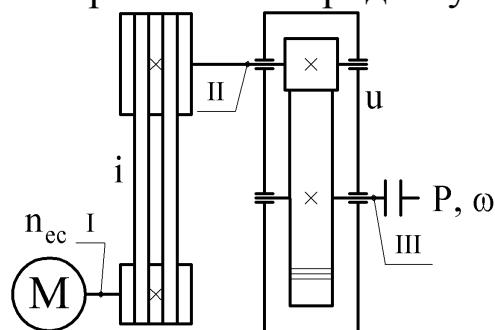


Рисунок 1 – Кінематична схема привода

## 1 Загальний коефіцієнт корисної дії привода

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{п}} \cdot \eta_{\text{з}} \cdot \eta_{\text{пп}}^2 \cdot \eta_{\text{м}},$$

де  $\eta_{\text{п}}$  – коефіцієнт корисної дії пасової передачі, приймаємо  $\eta_{\text{п}} = 0,96$ ;

$\eta_{\text{з}}$  – коефіцієнт корисної дії циліндричної зубчастої передачі, приймаємо  $\eta_{\text{з}} = 0,98$ ;

$\eta_{\text{пп}}$  – коефіцієнт корисної дії пари підшипників, приймаємо  $\eta_{\text{пп}} = 0,99$ ;

$\eta_{\text{м}}$  – коефіцієнт корисної дії з'єднувальної муфти, приймаємо  $\eta_{\text{м}} = 0,98$ .

$$\eta_{\text{заг}} = 0,96 \cdot 0,98 \cdot 0,99^2 \cdot 0,98 = 0,904.$$

## 2 Потужність, яка потрібна на привод транспортера

$$P_{\text{ед.п}} = \frac{P}{\eta_{\text{заг}}} = \frac{4}{0,904} = 4,43 \text{ кВт.}$$

## 3 Вибір електродвигуна

Вибираємо електродвигун 4А112МВ6 з потужністю  $P_{\text{ед}} = 4$  кВт і номінальною частотою обертання  $n_{\text{ен}} = 950$  об/хв.

## Завантаження електродвигуна

$$Z = \frac{P_{\text{ед.п}}}{P_{\text{ед}}} \cdot 100 \% = \frac{4,43}{4} \cdot 100 \% = 110,7 \ %.$$

## 4 Загальне передаточне число привода

$$u_{\text{заг}} = \frac{n_{\text{ен}}}{n} = \frac{950}{76,4} = 12,44,$$

де  $n$  – частота обертання веденого вала,

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 8}{3,14} = 76,4 \text{ об/хв.}$$

5 Розподіл загального передаточного числа по ступеням привода

Приймаємо попереднє передаточне відношення пасової передачі  $i' = 2$ .

Попереднє передаточне число редуктора

$$u' = \frac{u_{\text{заг}}}{i'} = \frac{12,44}{2} = 6,22.$$

Приймаємо  $u = 6,3$ .

Передаточне відношення пасової передачі

$$i = \frac{u_{\text{заг}}}{u} = \frac{12,44}{6,3} = 1,97.$$

6 Частота обертання та кутова швидкість валів привода

$$n_I = n_{\text{ен}} = 950 \text{ об/хв};$$

$$n_{II} = \frac{n_I}{i} = \frac{950}{1,97} = 481 \text{ об/хв};$$

$$n_{III} = \frac{n_{II}}{u} = \frac{481}{6,3} = 76,4 \text{ об/хв};$$

$$\omega_I = \frac{\pi \cdot n_I}{30} = \frac{3,14 \cdot 950}{30} = 99,5 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{II} = \frac{\pi \cdot n_{II}}{30} = \frac{3,14 \cdot 481}{30} = 50,4 \text{ рад/с};$$

$$\omega_{III} = \frac{\pi \cdot n_{III}}{30} = \frac{3,14 \cdot 76,4}{30} = 8,00 \text{ рад/с.}$$

7 Потужність на валах привода

$$P_{III} = P = 4,00 \text{ кВт};$$

$$P_{II} = \frac{P_{III}}{\eta_M \cdot \eta_{III} \cdot \eta_3} = \frac{4}{0,98 \cdot 0,99 \cdot 0,98} = 4,21 \text{ кВт};$$

$$P_I = \frac{P_{II}}{\eta_{III} \cdot \eta_{II}} = \frac{4,21}{0,99 \cdot 0,96} = 4,43 \text{ кВт.}$$

1.8 Обертаючі моменти на валах привода

$$T_I = \frac{P_I}{\omega_I} = \frac{4,43 \cdot 10^3}{99,5} = 44,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$T_{II} = \frac{P_{II}}{\omega_{II}} = \frac{4,21 \cdot 10^3}{50,4} = 83,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$T_{III} = \frac{P_{III}}{\omega_{III}} = \frac{4 \cdot 10^3}{8} = 500 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Результати розрахунків зводимо у таблицю 1.

Таблиця 1 – Кінематичні та силові параметри привода

Вал	Потужність P, кВт	Кутова шви- дкість $\omega$ , рад/с	Частота обе- ртання n, об/хв	Обертаючий момент T, Н\cdotм
I	4,43	99,5	950	44,5
II	4,21	50,4	481	83,5
III	4,00	8,00	76,4	500

Висновок: визначені основні силові та кінематичні параметри привода.

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

- 5.1 Варіант індивідуального завдання.
- 5.2 Розрахункову схему та вихідні дані.
- 5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.
- 5.4 Аналіз отриманих результатів.

## 6 Питання для самопідготовки

6.1 Продовжте формулювання, що характеризує поняття РЕДУКТОР "Редуктор - механізм ...

6.2 Вкажіть, які конструктивні елементи корпусних деталей служать для транспортування редукторів.

6.3 Як контролюється рівень мастила у редукторах?

6.4 Як забезпечується герметичність стику корпусу і кришки редуктора?

6.5 Який із валів двоступінчастого зубчастого циліндричного редуктора має найменший діаметр?

6.6 Передаточне число швидкохідної пари двоступінчастого циліндричного редуктора  $U_{ш} = 5$ , тихохідної -  $U_{т} = 6.3$ , чому дорівнює загальне передаточне число?

6.7 Для яких цілей служать штифти між корпусом і кришкою редуктора?

6.8 Вкажіть формулу для визначення модуля зубчастого зачеплення, якщо відомий крок по дузі дільнього кола колеса (р).

6.9 Загальне передаточне число двоступінчастого зубчастого циліндричного редуктора  $U_{заг} = 16$ , передаточне число швидкохідної пари дорівнює 5. Чому дорівнює передаточне число тихохідної пари?

6.10 Який із валів двохступінчатого зубчастого циліндричного редуктора можна назвати ведучим?

6.11 Який з валів двоступінчастого зубчастого циліндричного редуктора можна назвати веденим?

6.12 Вкажіть, який із валів двохступінчастого циліндричного редуктора має найменший діаметр?

6.13 Скільки зубчастих коліс входить у конструкцію двоступінчастого циліндричного редуктора з розгорнутою схемою?

6.14 Який спосіб змащування прийнятий для змащення підшипників редукторів?

6.15 Який з валів двоступінчастого зубчастого циліндричного редуктора можна назвати веденим?

# ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ

**Тема роботи:** РОЗРАХУНОК ЗУБЧАСТОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

**Мета роботи:** вміти вибрати матеріали для зубчастих коліс; визначити основні геометричні та кінематичні параметри передачі; прийняти ступінь точності коліс; вичислити зусилля в зачепленні; перевірити передачу по контактним напруженням і напруженням згину.

## 1 Завдання для самостійної підготовки

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: загальні відомості про циліндричні передачі, класифікація, сили у зачепленні циліндричних зубчастих передач, матеріали зубчастих коліс. [7, с. 113 – 120, 122 – 127; 8, с. 150 – 153; 158 – 164].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

## 2 Програма роботи

- 2.1 Зобразити розрахункову схему.
- 2.2 Обрати матеріал зубчастих коліс
- 2.3 Розрахувати допустимі напруження
- 2.4 Розрахувати міжосьову відстань передачі з умови контактної міцності.
- 2.5 Розрахувати модуль зачеплення. Визначити число зубів
- 2.6 Розрахувати геометричні розміри зубчастих коліс
- 2.7 Розрахувати колову швидкість передачі, м/с
- 2.8 Розрахувати зусилля у зачепленні
- 2.9 Перевірити передачу по контактним напруженням
- 2.10 Зробити висновки

## 3 Загальні відомості

**Зубчастими** називають передачі, у яких передача руху здійснюється за допомогою зубців, які послідовно зачіплюються. Менше зубчасте колесо називається **шестірнею**, більше – **колесом**. Загальний термін – **колесо зубчасте**.

Переваги та недоліки зубчастих передач представлені в таблиці 6.1

Таблиця 6.1 – Переваги та недоліки зубчастих передач

Переваги	Недоліки
<ul style="list-style-type: none"> <li>● висока навантажувальна здатність;</li> <li>● малі габарити;</li> <li>● велика довговічність (до 40000 год);</li> <li>● високий ККД;</li> <li>● простота експлуатації. Недоліки:</li> <li>● підвищені вимоги до точності виготовлення і монтажу;</li> <li>● шум за великих швидкостей;</li> <li>● складність технології виготовлення.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● необхідність високої точності виготовлення і монтажу;</li> <li>● шум при роботі передачі. Шум обумовлено перемінним значенням миттєвого передаточного числа в межах одного оберту.</li> </ul>

### Класифікація зубчастих передач

Класифікація зубчастих передач наведена на рисунку 6.1.

#### 1 По розташуванню осей валів у просторі (рисунок 6.2):

- з пар осями (циліндричні) (рисунок 6.2 а);
- з осями, що перетинаються (конічні) (рисунок 6.2 б);
- з осями, що перехрещуються (гвинтові, черв'ячні) (рисунок 6.2 в).

#### 2 По розташуванню зубців на колесах (рисунок 3.3):

- зовнішнє (рисунок 6.2 а);
- внутрішнє (рисунок 6.2 б);
- рейкове зачеплення (рисунок 6.2 в).

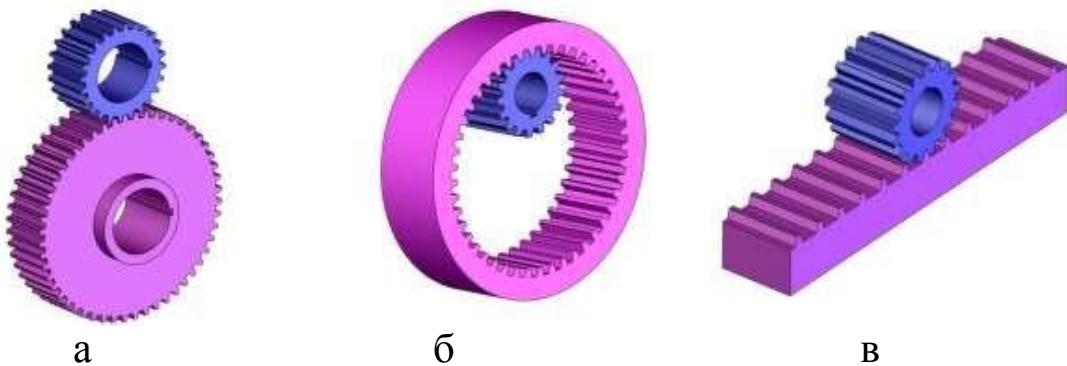


Рисунок 6.2 – По розташуванню зубців на колесах

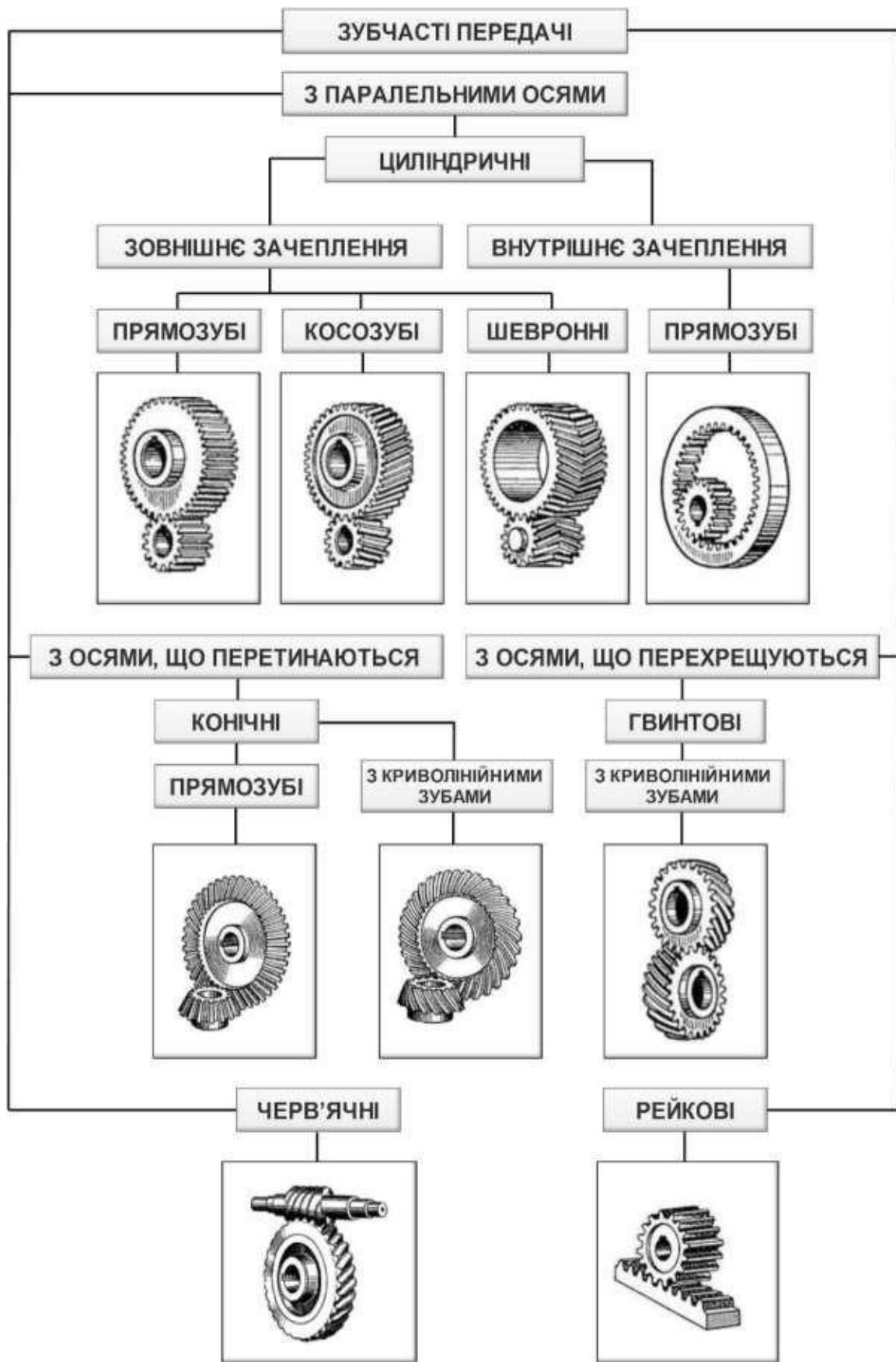


Рисунок 6.1 – Класифікація зубчастих передач

**3 По розташуванню зубців щодо утворюючих коліс** (рисунок 3.4):

- прямозубі (рисунок 6.3 а);
- косозубі (рисунок 6.3 б);
- шевронні (рисунок 6.3 в);
- із криволінійними зубцями (рисунок 6.3 г).

З перерахованих вище зубчастих передач найбільше поширення мають циліндричні прямозубі та косозубі передачі, як найбільш прості у виготовленні та експлуатації. Конічні передачі застосовують тільки в тих випадках, коли це необхідно за умовами компонування машини, гвинтові – лише в спеціальних випадках.

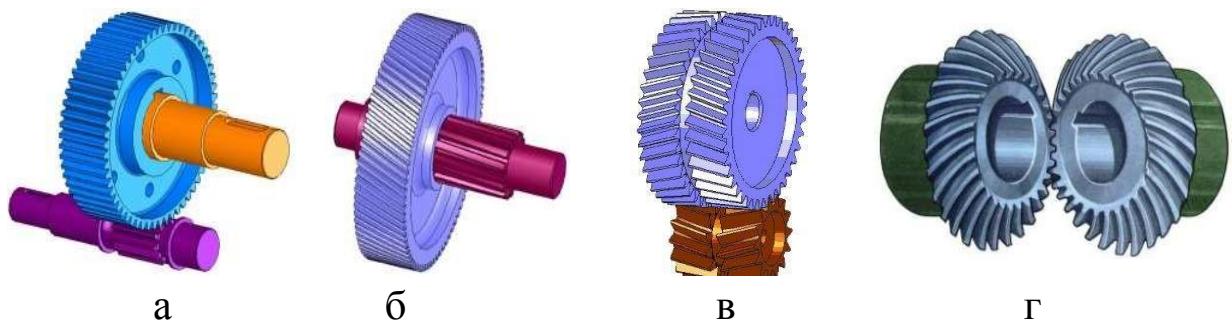


Рисунок 6.3 – По розташуванню зубців щодо утворюючих коліс

**4 По конструктивному оформленню** (рисунок 6.4):

- закриті (що працюють у корпусах, заповнених змащенням);
- відкриті.

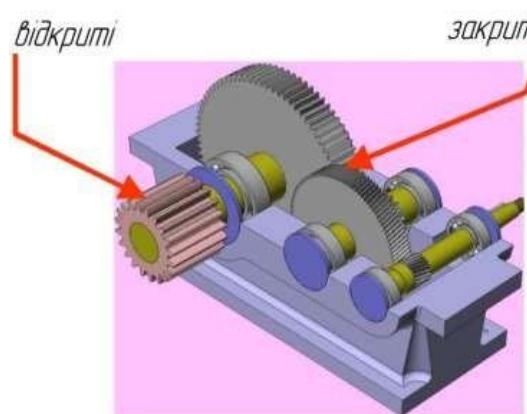


Рисунок 6.4 – По конструктивному оформленню

**5 По величині колової швидкості:**

- тихохідні (до 3 м/с);
- із середніми швидкостями (3...15 м/с);

- швидкохідні (більш 15 м/с).

### **6 По числу ступенів:**

- одноступінчасті;
- багатоступінчасті.

### **7 За формою профілю зубця:**

- евольвентні;
- не евольвентні: з циклоїдальним зачепленням, передачі Новікова.

З теоретично можливих профілів переважне застосування мають евольвентні профілі, як такі що мають більші переваги: простота побудови евольвентних профілів зубців; евольвентні зубці як прямозубих, так і косозубих коліс можуть бути точно нарізані простим інструментом рейкового типу; одним інструментом можна нарізати колеса з різним числом зубців, оскільки профіль евольвентного зубця окреслюється однотипною кривою; правильність евольвентного зачеплення не порушується при відхиленнях міжосьової відстані коліс від розрахункового значення; евольвентне зачеплення допускає виправлення (коригування) робочого профілю зубців із метою вибору оптимальних відрізків евольвенти, що забезпечує кращу роботоздатність, ККД та інші характеристики передачі.

**8 По точності зачеплення:** стандартом передбачено 12 ступенів точності. Практично передачі загального машинобудування виготовляють від шостого до десятого ступеня точності. Передачі, виготовлені по шостому ступеню точності, використовують для найбільш відповідальних випадків.

### **Параметри евольвентного зачеплення**

На рисунку 5.5 представлени параметри зубчатого зачеплення з евольвентним профілем зубців.

т. Р – полюс зачеплення.

1 Число зубців шестірні  $z_1$  і  $z_2$ .

2 Діаметри початкових кіл шестірні  $d_{w1}$  і колеса  $d_{w2}$ . **Початковими** називають кола, по яким колеса обкочуються одне відно-

сно другого без проковзування.

**3 Діаметри ділильних кіл шестірні**  $d_1$  і колеса  $d_2$ . **Ділильне коло** – це базове коло, відносно якого визначаються геометричні параметри зубчастого колеса або кола, по якому обкочується інструмент при нарізанні зубців.

Для передач без зміщення і за сумарного нульового зміщення:

$$d_{w1} = d_1; \quad d_{w2} = d_2, \quad (6.1)$$

**4 Коловий крок**  $p_t$  – це відстань по ділильному колу між однайменними профілями сусідніх зубців (крок зачеплення), який дорівнює:

$$p_t = p = \pi \cdot m, \quad (6.2)$$

**5 Коловий модуль** (модуль зачеплення)

$$m_t = m = \frac{p}{\pi}, \quad (6.3)$$

Модуль є основним параметром зачеплення. Для забезпечення взаємозамінності зубчастих коліс та уніфікації зубонарізного інструменту значення модуля стандартизовані. В зачепленні можуть бути тільки колеса, що мають одинаковий модуль.

Довжина ділильного кола визначається:

$$\pi \cdot d = p_t \cdot z, \quad (6.4)$$

тоді діаметр ділильного кола

$$d = \frac{p_t \cdot z}{\pi} = m \cdot z, \quad (6.5)$$

**6 Ділильне коло** ділить зубець на дві частини: ділильну ніжку та ділильну головку. **Висота зубця** дорівнює

$$h = h_a + h_f, \quad (6.6)$$

де  $h_a$  – висота головки зубця;

$h_f$  – висота ніжки зубця.

**7 Діаметр кола вершин зубців**

$$d_a = d + 2 \cdot h_a, \quad (6.7)$$

**8 Діаметр кола впадин зубців**

$$d_f = d - 2 \cdot h_f, \quad (6.8)$$

Кут зачеплення (стандартний)  $\alpha_w = \alpha = 20^\circ$ ,

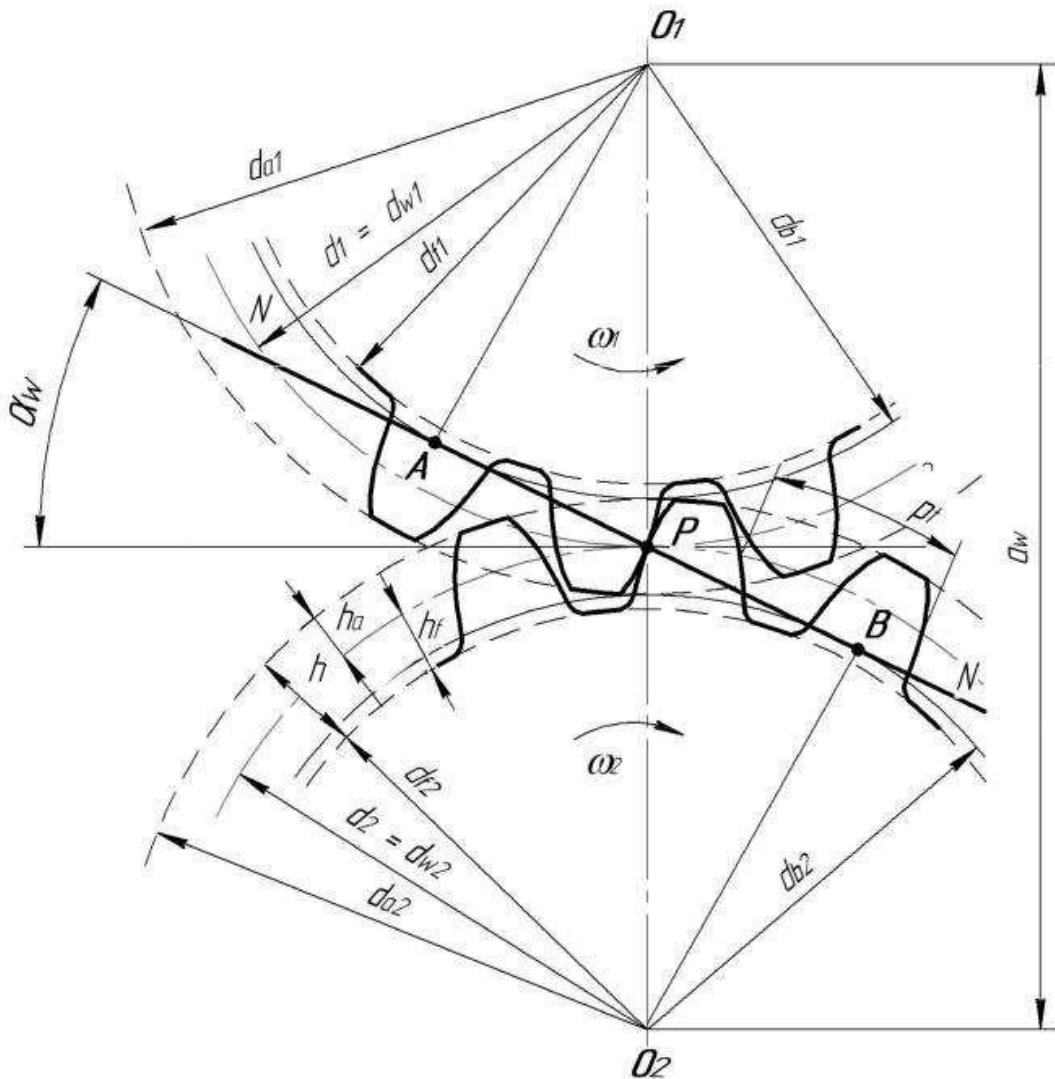


Рисунок 6.5 – Геометричні параметри евольвентного зачеплення

**10 Основне коло** – це геометричне місце центрів кривизни профілю зубця. Діаметр основного кола дорівнює:

$$d_b = d \cdot \cos \alpha, \quad (6.9)$$

**11 Міжосьова відстань**  $a_w$  – це відстань між центрами обертання зубчастих коліс 1 і 2:

$$a_w = a = \frac{d_2}{2} \pm \frac{d_1}{2} = \frac{m}{2} \cdot (z_2 \pm z_1), \quad (6.10)$$

**12 Ширина зубчастого вінця** –  $b_1, b_2$

## Геометричні параметри передачі

Загальні позначення елементів і параметрів передачі представлена на рисунку 6.6.

Геометричні параметри прямозубої передачі представлені на рисунках 6.7.

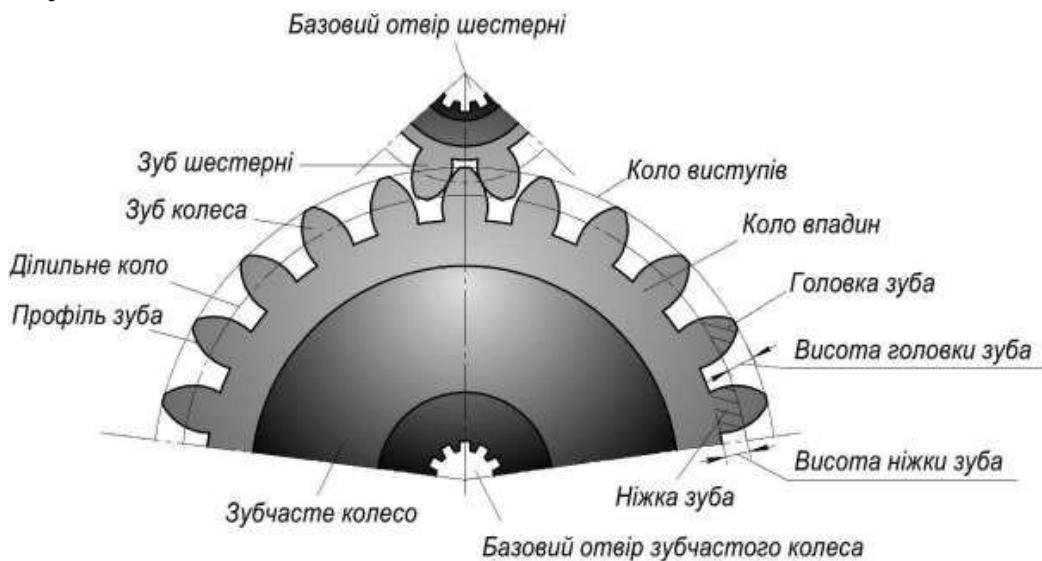


Рисунок 6.6 – Схема прямозубої передачі

Ведучу деталь у передачі, що редукує, називають «шестерня» і позначають непарним індексом: «1», «3», «5» та інше; ведену – «колесо» і позначають парним індексом: «2», «4», «6» та інше.

1 Діаметри ділильних і початкових кіл збігаються, якщо колеса передачі некориговані, дорівнюють:

$$d_1 = d_{w1} = m \cdot z_1;$$

$$d_2 = d_{w2} = m \cdot z_2, \quad (6.11)$$

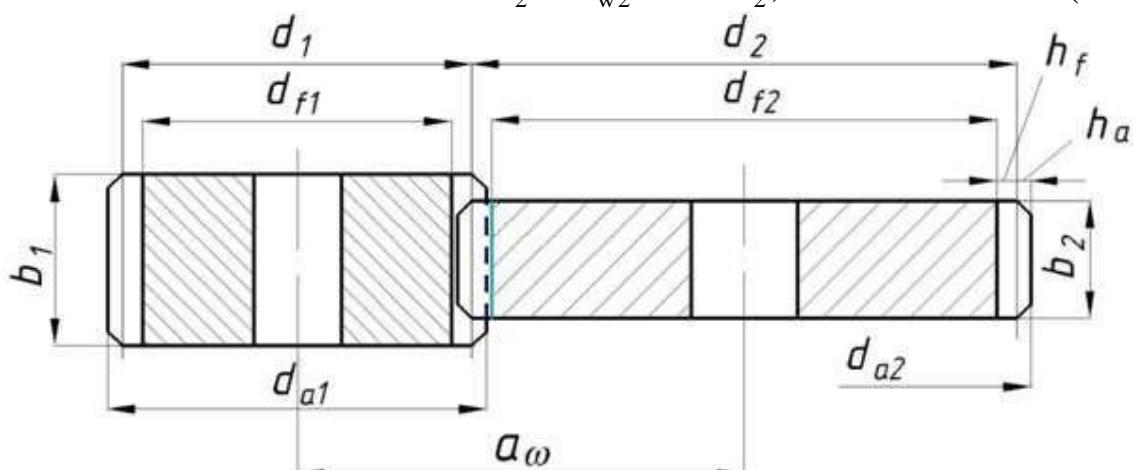


Рисунок 6.7 – Геометричні параметри передачі

2 Число зубців  $z_1$ ,  $z_2$  – ціле число.

3 Висотні параметри зубця:

- висота головки зубця  $h_a = h_a^* \cdot m = 1 \cdot m = m$ ;
- висота ніжки зубця  $h_f = h_f^* \cdot m = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot m$
- висота зубця  $h_t = h_f^* \cdot m = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot m$

$$h = h_a + h_f = m + 1,25 \cdot m = 2,25 \cdot m, \quad (6.12)$$

4 Діаметри виступів зубців:

- для зовнішнього зачеплення:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m \cdot (z_1 + 2); \\ d_{a2} &= d_2 + 2 \cdot h_a = d_2 + 2 \cdot m = m \cdot (z_2 + 2), \end{aligned} \quad (6.13)$$

- для внутрішнього зачеплення:

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2 \cdot h_a = d_1 + 2 \cdot m = m \cdot (z_1 + 2) \\ d_{a2} &= d_2 - 2 \cdot h_a = d_2 - 2 \cdot m = m \cdot (z_2 - 2), \end{aligned} \quad (6.14)$$

5 Діаметри впадин зубців:

- для зовнішнього зачеплення:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_1 - 2,5); \\ d_{f2} &= d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_2 - 2,5), \end{aligned} \quad (6.15)$$

- для внутрішнього зачеплення:

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_1 - 2,5) \\ d_{f2} &= d_2 + 2 \cdot h_f = d_2 + 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z_2 + 2,5), \end{aligned} \quad (6.16)$$

6 Коефіцієнт ширини зубчастого вінця відносно міжосьової відстані  $\psi_{ba}$  залежить від твердості коліс, місця положення колеса відносно опор і точності передачі (таблиця 6.2).

Таблиця 6.2 – Рекомендації з вибору коефіцієнта ширини зубчастого вінця  $\psi_{ba}$

$\psi_{ba} = 0,1 \dots 0,16$	Блокові пари
$\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,25$	Коробки швидкостей
$\psi_{ba} = 0,2 \dots 0,4$	Редуктори

## Сили в зачепленні прямозубих коліс

Сили взаємодії між зубцями прийнято визначати в полюсі зачеплення. Силами тертя в зачепленні зневажають, тому що вони малі. У циліндричній прямозубій передачі (рисунок 6.8) силу в зачепленні однієї пари зубців розкладають на дві взаємно перпендикулярні складові:

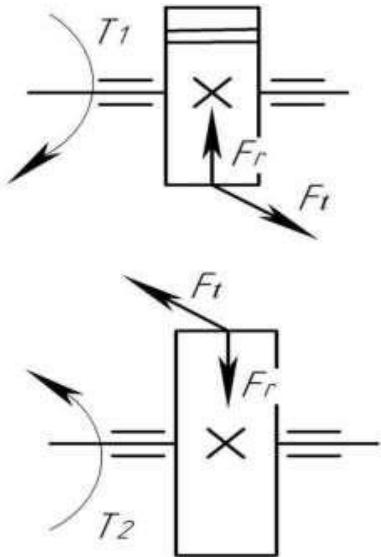


Рисунок 6.8 – Схема сил у прямозубій циліндричній передачі

- колову силу  $F_t$ , визначають за формулою

$$F_{t1} = F_{t2} = F_t = \frac{2000 \cdot T}{d} = \frac{1000 \cdot P}{V} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot P}{\pi \cdot d \cdot n}, \quad (6.17)$$

На веденому колесі напрямок сили  $F_t$  збігається з напрямком обертання, на ведучому – протилежно напряму обертання;

- радіальну силу, визначають за формулою

$$F_{r1} = F_{r2} = F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (6.18)$$

Радіальна сила спрямована з полюса по радіусу до осі обертання.

Тоді силу нормального тиску зубця на зубець визначають як:

$$F_{n1} = F_{n2} = F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}, \quad (6.19)$$

### Розрахунок циліндричної прямозубої зубчастої передачі

Задача розрахунку: вибрати матеріали для зubaстих коліс;

визначити основні геометричні та кінематичні параметри передач; вичислити зусилля в зачепленні; перевірити передачу по напруженнях згину.

Вихідні дані:

- момент обертаючий на колесі, Н·м               $T_2 = T_{III}$ ;
- частота обертання колеса, об/хв               $n_2 = n_{III}$ ;
- передаточне число передачі               $i$ ;
- строк служби, років               $t_p$ ;
- число робочих змін               $K_{3M}$ ;
- розташування коліс відносно опор              симетричне.

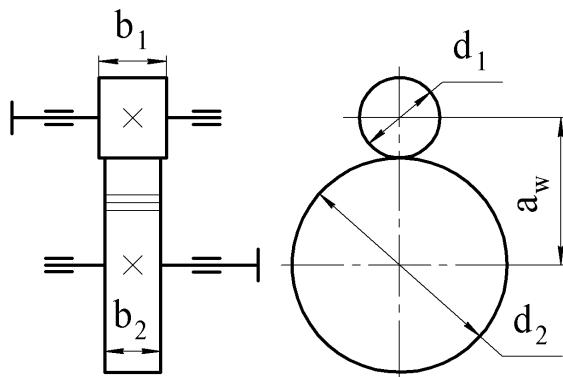


Рисунок 1 – Схема зубчастої передачі

### 1 Вибір матеріалу зубчастих коліс

Основний матеріал для виготовлення зубчастих коліс силових передач – сталі, що піддаються термічній обробці. З'ясовано, що контактна міцність зубів залежить від твердості їх поверхні. Правильний підбір твердості дає змогу одержати мінімальні габарити та масу коліс.

В залежності від твердості стальні зубчасті колеса поділяють на дві основні групи: твердістю  $\leq 350$  НВ – зубчасті колеса з термообробкою нормалізація або поліпшення і твердістю  $> 350$  НВ – після загартування (об'ємного, поверхневого) та хіміко-термічної обробки (цементації, азотування, ціанування тощо). Ці групи відрізняються технологією виготовлення, навантажувальною здатністю, здатністю до взаємної пристрійованості.

У зв'язку із тим, що зуби шестерні навантажуються частіше зубів колеса, твердість матеріалу шестерні повинна бути вищою за

твердість матеріалу колеса. Для прямозубих передач рекомендують вибирати твердість матеріалу шестерні на декілька десятків одиниць НВ вищою, чим колеса.

При виконанні самостійної роботи рекомендується застосовувати нормалізовані або поліпшенні зубчасті колеса, основні механічні характеристики яких приведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Механічні характеристики деяких нормалізованих та поліпшених сталей

Марка ста-лін	Діаметр заготовки, мм	Термообробка	Границя міцності $\sigma_{mz}$ , МПа	Границя текучості $\sigma_t$ , МПа	Середня твердість, НВ	$\sigma_{H\lim}$ , МПа	$\sigma_{F\lim}$ , МПа
Сталь 45	до 100	Нормалізація	590	300	194	458	454
	100-300		570	290			
	300-500		550	280			
	до 90	Поліпшення	800	440	214	498	474
Сталь 50	до 100	Нормалізація	610	330	189	448	449
	100-300		590	300			
	300-500		570	280			
	до 200	Поліпшення	790	540	266	602	526
Сталь 40Х	до 100	Нормалізація	780	500	207	484	467
	100-200		760	490			
	200-300		740	480			
	до 120	Поліпшення	930	690	263	597	523

Запис характеристик матеріалів зубчастої пари слід проводити у такій послідовності:

- шестерня: сталь (марка), термообробка (вид),  $\sigma_{mz}$  = (значення) МПа,  $\sigma_t$  = (значення) МПа, середня твердість (значення) НВ;
- колесо: сталь (марка), термообробка (вид),  $\sigma_{mz}$  = (значення) МПа,  $\sigma_t$  = (значення) МПа, середня твердість (значення) НВ.

## 2 Строк служби передачі

$$L_h = t_p \cdot D_p \cdot K_{zm} \cdot t_{zm}, \quad (1)$$

де  $D_p$  – число робочих днів у році;

$t_{zm}$  – тривалість робочої зміни, год.

Число циклів навантаження зубів колеса

$$N_2 = 60 \cdot n_2 \cdot L_h, \quad (2)$$

### 3 Розрахунок допустимих напружень

Допустимі контактні напруження при розрахунку на втому

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H\lim 2} \cdot Z_R}{S_H} \cdot K_{HL}, \quad (3)$$

де  $\sigma_{H\lim 2}$  – базова границя контактної витривалості для менш міцного матеріалу колеса при базовому числі циклів навантаження  $N_{H0} = 10^7$ , МПа (таблиця 1);

$Z_R$  – коефіцієнт, що враховує шорсткість поверхні зуба:  $Z_R = 1,0$  при шевінгуванні зубів,  $Z_R = 0,95$  при тонкому струганні, фрезеруванні та шліфуванні,  $Z_R = 0,9$  при чистовому фрезеруванні або струганні;

$S_H$  – коефіцієнт запасу міцності, залежить від термообробки:  $S_H = 1,2$  для поверхнево загартованих зубів,  $S_H = 1,1$  об'ємно загартованих зубів,  $S_H = 1,0$  для нормалізованих та поліпшених зубів;

$K_{HL}$  – коефіцієнт довговічності передачі при розрахунку на контактну міцність.

Якщо  $N_2 \geq N_{H0}$ , то приймається  $K_{HL} = 1$ . При  $N_2 < N_{H0}$

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N}} \leq 2,4, \quad (4)$$

Якщо ж  $K_{HL} > 2,4$ , то приймається  $K_{HL} = 2,4$ .

Допустимі напруження згину

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F\lim 2} \cdot K_{FC}}{S_F} \cdot K_{FL}, \quad (5)$$

де  $\sigma_{F\lim 2}$  – базова границя витривалості по напруженням згину для менш міцного матеріалу колеса при базовому числі циклів навантаження  $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ , МПа (таблиця 1);

$K_{FC}$  – коефіцієнт реверсивності:  $K_{FC} = 1,0$  при односторонній роботі зубів,  $K_{FC} = 0,7 \dots 0,8$  при двосторонній роботі;

$S_F$  – коефіцієнт запасу міцності:  $S_F = 1,7$  для поковок і штамповок,  $S_F = 2,2$  для литих заготовок зубчастих коліс;

$K_{FL}$  – коефіцієнт довговічності при розрахунку на згин.

Якщо  $N_2 \geq N_{FO}$ , то приймається  $K_{FL} = 1$ . При  $N_2 < N_{FO}$

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{F0}}{N}} \leq 2, \quad (6)$$

Якщо ж  $K_{FL} > 2$ , то приймається  $K_{FL} = 2$ .

4 Міжосьова відстань передачі із умови контактної міцності

$$a_w = K_a \cdot (u + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3 \cdot K_{H\beta}}{u^2 \cdot [\sigma]_H^2 \cdot \psi_{ba}}}, \quad (7)$$

де  $K_a$  – коефіцієнт міжосьової відстані, для прямозубих сталевих коліс  $K_a = 49,5$ ;

$K_{H\beta}$  – коефіцієнт концентрації навантаження по довжині зуба, попередньо приймається  $K_{H\beta} = 1,1 \dots 1,3$ ;

$\psi_{ba}$  – коефіцієнт ширини колеса, для даних умов роботи  $\psi_{ba} = 0,315; 0,4$ .

Отримане значення міжосьової відстані слід округлити до стандартного значення (таблиця 2).

Таблиця 2 – Стандартні міжосьові відстані циліндричних зубчастих передач

	В міліметрах												
1-й ряд	80	100	125	–	160	–	200	–	250	–	315	–	400
2-й ряд	–	–	–	140	–	180	–	225	–	280	–	355	–

### 5 Модуль зачеплення

Для силових передач рекомендують приймати нормальний модуль із діапазону

$$m = (0,01 \dots 0,02) \cdot a_w, \quad (8)$$

Прийнятий нормальний модуль повинен відповідати стандарту (таблиця 3). Для силових зубчастих передач рекомендують  $m > 1,5$  мм.

Таблиця 3 – Стандартні модулі зачеплення

	В міліметрах												
1-й ряд	1,5	–	2,0	–	2,5	–	3,0	–	4,0	–	5,0	–	6,0
2-й ряд	–	1,75	–	2,25	–	2,75	–	3,5	–	4,5	–	5,5	–

## 6 Визначення числа зубів

Сумарне число зубів шестерні та колеса

$$Z_C = \frac{2a_w}{m}, \quad (9)$$

Значення модуля рекомендують вибирати так, щоб  $Z_C$  було б, по можливості, цілим числом.

Число зубів шестерні

$$Z_1 = \frac{Z_C}{u+1}, \quad (10)$$

Якщо  $Z_1 < 17$ , то слід вибрати менше значення модуля.

Число зубів колеса

$$Z_2 = Z_C - Z_1, \quad (11)$$

Фактичне передаточне число зубчастої передачі

$$u_\phi = \frac{Z_2}{Z_1}, \quad (12)$$

## 2.7 Геометричні розміри зубчастих коліс

Ділильні діаметри

$$d_1 = m \cdot Z_1; \quad d_2 = m \cdot Z_2, \quad (13)$$

Діаметри виступів та западин

$$\begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2m; \quad d_{a2} = d_2 + 2m; \\ d_{f1} &= d_1 - 2,5m; \quad d_{f2} = d_2 - 2,5m, \end{aligned} \quad (14)$$

Ширина колеса і шестерні

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_w; \quad b_1 = b_2 + (2...5) \text{ MM}, \quad (15)$$

Коефіцієнт ширини шестерні

$$\psi_{bd} = \frac{b_2}{d_1}, \quad (16)$$

## 2.8 Колова швидкість передачі, м/с

$$v = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60 \cdot 1000}, \quad (17)$$

По значенню колової швидкості і призначенню передачі з таблиці 4 приймається ступінь точності передачі. Для підвищення

кінематичних показників передачі не рекомендують приймати ступінь точності нижчу за 8-у.

Таблиця 2.4 – Ступінь точності зубчастих передач

Ступінь точності	Колова швидкість $v, \text{м/с}$	Область застосування
6-а (підвищена точність)	20	Швидкісні передачі, дільльні механізми
7-а (нормальна точність)	12	Передачі при підвищених швидкостях і помірних навантаженнях або навпаки
8-а (понижена точність)	6	Передачі загального машинобудування
9-а (грубі передачі)	3	Тихохідні передачі машин низької точності

## 2.9 Зусилля в зачепленні

Колові  $F_t$

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2 \cdot 10^3}{d_2}, \quad (18)$$

Радіальні  $F_r$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg}\alpha, \quad (19)$$

де  $\alpha$  – кут зачеплення,  $\alpha = 20^\circ$  для стандартних зачеплень.

Перевірка передачі по контактним напруженням

Умова контактної міцності

$$\sigma_H = \frac{K_H}{a_w \cdot u_\phi} \cdot \sqrt{\frac{(u_\phi + 1)^3 \cdot T_2 \cdot 10^3 \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}}{b_2}} \leq [\sigma]_H, \quad (20)$$

де  $\sigma_H$  – контактні напруження, що діють у зачепленні, МПа;

$K_H$  – коефіцієнт передачі, для прямозубих коліс  $K_H = 320$ ;

$K_{H\beta}$  – уточнене значення коефіцієнта концентрації навантаження по довжині зуба (таблиця 5);

$K_{HV}$  – коефіцієнт динамічності навантаження (таблиця 6).

Таблиця 5 – Коефіцієнти концентрації навантаження по довжині зуба для циліндричного одноступінчастого редуктора

Коефіцієнт	Коефіцієнт ширини шестерні $\psi_{bd}$												
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$K_{H\beta}$	1,01	1,01	1,02	1,02	1,03	1,04	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10
$K_{F\beta}$	1,02	1,03	1,04	1,05	1,07	1,08	1,10	1,11	1,13	1,14	1,16	1,18	1,20

Таблиця 6 – Коефіцієнти динамічності навантаження для прямозубих нормалізованих та поліпшених коліс

Ступінь точності	$K_{HV}$					$K_{FV}$				
	Колова швидкість передачі $v$ , м/с									
	1	2	3	5	10	1	2	3	5	10
6	1,03	1,06	1,09	1,16	1,32	1,06	1,12	1,19	1,32	1,64
7	1,04	1,08	1,12	1,20	1,40	1,08	1,16	1,24	1,40	1,80
8	1,05	1,10	1,15	1,24	1,48	1,10	1,20	1,30	1,48	1,96
9	1,06	1,11	1,16	1,28	–	1,11	1,22	1,33	1,56	–

Завантаження передачі по контактним напруженням

$$\mathcal{Z}_H = \frac{\sigma_H}{[\sigma]_H} \cdot 100\%, \quad (21)$$

Завантаження передачі по контактним напруженням не повинне бути більше 110 %. При  $\mathcal{Z}_H > 110\%$  слід прийняти більшу стандартну міжосьову відстань  $a_w$  у пункті 4 і повторити розрахунки.

## 11 Перевірка зубів колеса на згин

Умова міцності зубів колеса на згин

$$\sigma_{F2} = \frac{F_{t2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot Y_{F2}}{b_2 \cdot m} \leq [\sigma]_F, \quad (22)$$

де  $\sigma_{F2}$  – напруження згину, що діють у поперечному перерізі зуба колеса;

$K_{FB}$  – коефіцієнт концентрації навантаження по довжині зуба при розрахунку на згин (таблиця 8);

$K_{FV}$  – коефіцієнт динамічності навантаження (таблиця 6);

$Y_{F2}$  – коефіцієнт форми зуба колеса (таблиця 7).

Таблиця 7 – Коефіцієнт форми зуба циліндричного прямозубого колеса

Число зубів колеса $Z_2$	35	40	50	60	80	100	150	200	$\infty$
Коефіцієнт $Y_{F2}$	3,80	3,77	3,74	3,73	3,74	3,75	3,76	3,77	3,78

Для полегшення виконання компоновки редуктора отримані геометричні розміри коліс слід представити у вигляді таблиці 8.

Таблиця 8 – Геометричні розміри зубчастої передачі

Параметр передачі	Шестерня	Колесо
Дільниий діаметр, мм	$d_1 =$	$d_2 =$
Діаметр кола виступів, мм	$d_{a1} =$	$d_{a2} =$
Діаметр кола западин, мм	$d_{f1} =$	$d_{f2} =$
Ширина зубчастого вінця, мм	$b_1 =$	$b_2 =$

#### 4 Приклад розрахунку

##### Розрахунок циліндричної прямозубої передачі

**Задача розрахунку:** вибрати матеріали для зубчастих коліс; визначити основні геометричні та кінематичні параметри передач; вичислити зусилля в зачепленні; перевірити передачу по напруженнях згину.

##### **Вихідні дані:**

- момент обертаючий на колесі  $T_2 = 500 \text{ Н}\cdot\text{м};$
- частота обертання колеса  $n_2 = 76,4, \text{ об}/\text{хв};$
- передаточне число передачі  $u = 6,3;$
- строк служби  $t_p = 4 \text{ р};$
- число робочих змін  $K_{3M} = 2;$

- розташування коліс відносно опор симетричне.

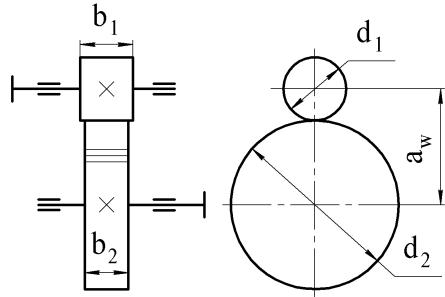


Рисунок 1 – Схема зубчастої передачі

## 1 Вибір матеріалу зубчастих коліс

- шестерня: сталь 50, термообробка поліпшення,  $\sigma_{\text{мц}} = 790$  МПа,  $\sigma_t = 540$  МПа, середня твердість 266 НВ;
- колесо: сталь 45, термообробка нормалізація,  $\sigma_{\text{мц}} = 550$  МПа,  $\sigma_t = 280$  МПа, середня твердість 194 НВ.

## 2 Строк служби передачі

$$L_h = t_p \cdot D_p \cdot K_{3M} \cdot t_{3M}, \quad (1)$$

де  $D_p$  – число робочих днів у році, приймаємо  $D_p = 250$ ;

$t_{3M}$  – тривалість робочої зміни, приймаємо  $t_{3M} = 8$  год,

$$L_h = 4 \cdot 250 \cdot 2 \cdot 8 = 16000 \text{ год.}$$

Число циклів навантаження зубів колеса

$$N_2 = 60 \cdot n_2 \cdot L_h, \quad (2)$$

$$N_2 = 60 \cdot 76,4 \cdot 16000 = 7,33 \cdot 10^7$$

## 3 Розрахунок допустимих напружень

Допустимі контактні напруження при розрахунку на втому

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H\lim 2} \cdot Z_R}{S_H} \cdot K_{HL}, \quad (3)$$

де  $\sigma_{H\lim 2}$  – базова границя контактної витривалості при базовому числі циклів навантаження  $N_{H0} = 10^7$ ,  $\sigma_{H\lim 2} = 458$  МПа;

$Z_R$  – коефіцієнт, що враховує шорсткість поверхні зуба,

при чистовому фрезеруванні або струганні  $Z_R = 0,9$  ;

$S_H$  – коефіцієнт запасу міцності, для нормалізованих та поліпшених зубів  $S_H = 1,0$ ;

$K_{HL}$  – коефіцієнт довговічності передачі при розрахунку на контактну міцність, оскільки  $N_2 > N_{H0}$ , то  $K_{HL} = 1$ .

$$[\sigma]_H = \frac{458 \cdot 0,9}{1} \cdot 1 = 412 \text{ МПа.}$$

Допустимі напруження згину

$$[\sigma]_F = \frac{\sigma_{F\lim 2} \cdot K_{FC}}{S_F} \cdot K_{FL}, \quad (4)$$

де  $\sigma_{F\lim 2}$  – базова границя витривалості по напруженням згину для матеріалу колеса при базовому числі циклів навантаження  $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ ,  $\sigma_{F\lim 2} = 454 \text{ МПа}$ ;

$K_{FC}$  – коефіцієнт реверсивності, при односторонній роботі зубів  $K_{FC} = 1,0$ ;

$S_F$  – коефіцієнт запасу міцності, для поковок і штамповок  $S_F = 1,7$ ;

$K_{FL}$  – коефіцієнт довговічності при розрахунку на згин, оскільки  $N_2 > N_{F0}$ , то  $K_{FL} = 1$

$$[\sigma]_F = \frac{454 \cdot 1}{1,7} \cdot 1 = 267 \text{ МПа.}$$

4 Міжосьова відстань передачі із умовою контактної міцності

$$a_w = K_a \cdot (u + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3 \cdot K_{H\beta}}{u^2 \cdot [\sigma]_H^2 \cdot \psi_{ba}}}, \quad (5)$$

де  $K_a$  – коефіцієнт міжосьової відстані, для прямозубих ста-левих коліс  $K_a = 49,5$ ;

$K_{H\beta}$  – коефіцієнт концентрації навантаження по довжині зуба, приймаємо  $K_{H\beta} = 1,2$ ;

$\psi_{ba}$  – коефіцієнт ширини колеса,  $\psi_{ba} = 0,315-0,4$

$$a_w = 49,5 \cdot (6,3+1) \cdot \sqrt[3]{\frac{500 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{6,3^2 \cdot 412^2 \cdot 0,315}} = 237,1 \text{ мм.}$$

Приймаємо по ГОСТ  $a_w = 250$  мм.

### 5 Модуль зачеплення

Для силових передач рекомендують приймати нормальній модуль із діапазону

$$m = (0,01 \dots 0,02) \cdot a_w, \quad (6)$$

$$m = (0,01 \dots 0,02) \cdot 250 = 2,5 \dots 5 \text{ мм.}$$

Приймаємо по ГОСТ  $m = 4$  мм.

### 6 Визначення числа зубів

Сумарне число зубів шестерні та колеса

$$Z_c = \frac{2a_w}{m}, \quad (7)$$

$$Z_c = \frac{2a_w}{m} = \frac{2 \cdot 250}{4} = 125.$$

Число зубів шестерні

$$Z_1 = \frac{Z_c}{u+1}. \quad (8)$$

$$Z_1 = \frac{125}{6,3+1} = 17,12.$$

Приймаємо  $Z_1 = 17$ .

Число зубів колеса

$$Z_2 = Z_c - Z_1, \quad (9)$$

$$Z_2 = 125 - 17 = 108.$$

Фактичне передаточне число зубчастої передачі

$$u_\phi = \frac{108}{17} = 6,35.$$

### 7 Геометричні розміри зубчастих коліс

Ділильні діаметри

$$d_1 = m \cdot Z_1; \quad d_2 = m \cdot Z_2, \quad (10)$$

$$d_1 = 4 \cdot 17 = 68 \text{ мм}; \quad d_2 = 4 \cdot 108 = 432 \text{ мм.}$$

Діаметри виступів та западин

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m; \quad d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m, \quad (11)$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m; \quad d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m, \quad (12)$$

$$d_{a1} = 68 + 2 \cdot 4 = 76 \text{ мм}; \quad d_{a2} = 432 + 2 \cdot 4 = 440 \text{ мм};$$

$$d_{f1} = 68 - 2,5 \cdot 4 = 58 \text{ мм}; \quad d_{f2} = 432 - 2,5 \cdot 4 = 422 \text{ мм.}$$

Ширина колеса і шестерні

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_w; \quad b_1 = b_2 + (2...5), \quad (13)$$

$$b_2 = 0,315 \cdot 250 = 78,75 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $b_2 = 79$  мм.

$$b_1 = 79 + (2...5) = 81...84 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $b_1 = 82$  мм.

Коефіцієнт ширини шестерні

$$\psi_{bd} = \frac{b_2}{d_1}, \quad (14)$$

$$\psi_{bd} = \frac{79}{68} = 1,16$$

8 Колова швидкість передачі, м/с

$$v = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60 \cdot 1000}, \quad (15)$$

$$v = \frac{3,14 \cdot 432 \cdot 76,4}{60 \cdot 1000} = 1,73 \text{ м/с.}$$

Для підвищення кінематичних показників передачі приймаємо 8-у ступінь точності.

9 Зусилля в зачепленні

Колові  $F_t$

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2 \cdot 10^3}{d_2}, \quad (16)$$

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2 \cdot 500 \cdot 10^3}{432} = 2315 \text{ H.}$$

Радіальні  $F_r$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (17)$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2315 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 843 \text{ H},$$

де  $\alpha$  – кут зачеплення,  $\alpha = 20^\circ$  для стандартних зачеплень.

10 Перевірка передачі по контактним напруженням

Умова контактної міцності

$$\sigma_H = \frac{K_H}{a_w \cdot u_\phi} \cdot \sqrt{\frac{(u_\phi + 1)^3 \cdot T_2 \cdot 10^3 \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}}{b_2}} \leq [\sigma]_H, \quad (18)$$

де  $\sigma_H$  – контактні напруження, що діють у зачепленні, МПа;

$K_H$  – коефіцієнт, для прямозубих коліс  $K_H = 320$ ;

$K_{H\beta}$  – уточнене значення коефіцієнта концентрації навантаження по довжині зуба,  $K_{H\beta} = 1,05$ ;

$K_{HV}$  – коефіцієнт динамічності навантаження,  $K_{HV} = 1,09$ .

$$\sigma_H = \frac{320}{250 \cdot 6,35} \cdot \sqrt{\frac{(6,35 + 1)^3 \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 1,05 \cdot 1,09}{79}} = 342 \text{ МПа}$$

Завантаження передачі по контактним напруженням

$$Z_H = \frac{\sigma_H}{[\sigma]_H} \cdot 100 \% = \frac{342}{412} \cdot 100 \% = 83 \%.$$

11 Перевірка зубів колеса на згин

Умова міцності зубів колеса на згин

$$\sigma_{F2} = \frac{F_{t2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot Y_{F2}}{b_2 \cdot m} \leq [\sigma]_F, \quad (19)$$

де  $\sigma_{F2}$  – напруження згину, що діють у поперечному перерізі зуба колеса;

$K_{F\beta}$  – коефіцієнт концентрації навантаження по довжині зуба при розрахунку на згин,  $K_{F\beta} = 1,12$ ;

$K_{FV}$  – коефіцієнт динамічності навантаження,  $K_{FV} = 1,17$ ;

$Y_{F2}$  – коефіцієнт форми зуба колеса,  $Y_{F2} = 3,75$ .

$$\sigma_{F2} = \frac{2315 \cdot 1,12 \cdot 1,17 \cdot 3,75}{79 \cdot 4} = 36,1 \text{ МПа.}$$

Геометричні розміри коліс зводимо у таблицю 2.

Таблиця 2 – Геометричні розміри зубчастої передачі

Параметр передачі	Шестерня	Колесо
Дільничний діаметр, мм	$d_1 = 68,00$	$d_2 = 432,00$
Діаметр кола виступів, мм	$d_{a1} = 76,00$	$d_{a2} = 440,00$
Діаметр кола западин, мм	$d_{f1} = 58,00$	$d_{f2} = 422,00$
Ширина зубчастого вінця, мм	$b_1 = 82$	$b_2 = 79$

Висновок: обрані матеріали для виготовлення зубчатої циліндричної передачі, отримані геометричні розміри коліс, які відповідають вимогам міцності.

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

5.1 Варіант індивідуального завдання.

5.2 Розрахункову схему та вихідні дані.

5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.

5.4 Аналіз отриманих результатів.

## 6 Питання для самопідготовки

6.1 Як можна визначити число зубів шестерні  $z_1$ , якщо відомо передаточне число  $i$  та число зубів колеса  $z_2$ ?

6.2 Який із модулів торцевий  $m_t$  або нормальній  $m_n$  косозубого циліндричного колеса повинний відповісти держстандарту?

6.3 Чому дорівнює кут нахилу зуба прямозубої циліндричної

передачі?

6.4 Яке з зубчастих коліс, як правило, має меншу ширину зубчастого вінця?

6.5 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора передає найбільший обертаючий момент?

6.6 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора передає найменший обертаючий момент?

6.7 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора має найбільшу кутову швидкість?

6.8 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора має найменшу кутову швидкість?

6.9 На якому валу циліндричного двохступінчастого редуктора потужність найбільша?

6.10 На якому валу циліндричного двохступінчастого редуктора потужність найменша?

6.11 Яке зубчасте колесо з пари зубчастого зачеплення прийнято називати терміном «шестерня»?

6.12 Як визначити загальне передаточне число двохступінчастого циліндричного редуктора  $u_{\text{заг}}$ , знаючи передаточне число швидкохідної  $u_{\text{ш}}$  та тихохідної  $u_{\text{т}}$  ступіней?

6.13 Як можна визначити передаточне число  $u$ , якщо відомо число зубів шестерні  $z_1$  та число зубів колеса  $z_2$ ?

6.14 Яке зубчасте колесо з пари зубчастого зачеплення прийнято називати терміном «зубчасте колесо»?

# **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ**

## **Тема роботи: РОЗРАХУНОК ВАЛІВ**

**Мета роботи:** вивчити методику розрахунку валів, вміти визначити лінійні і діаметральні розміри валів, будувати ескізу компоновку редуктора

### **1 Завдання для самостійної підготовки**

1.1 Опрацювати теоретичний матеріал: класифікація валів і осей, основні конструктивні елементи валів, матеріали валів та осей, розрахунки валів і осей. [7, с. 295 – 305; 8, с. 316 – 324].

1.2 Відповісти на контрольні запитання

### **2 Програма роботи**

2.1 Зобразити розрахункову схему.

2.2 Виконати орієнтовний розрахунок вала.

2.3 Виконати ескізу компоновку редуктора.

2.4 Виконати наближений розрахунок веденого вала.

2.5 Зробити висновок

### **3 Загальні відомості**

**Валом** називають деталь ( як правило, гладкої або ступінчастої циліндричної форми), призначену для підтримки встановлених на ній шківів, зубчастих коліс і для передачі обертаючого моменту.

Вал сприймає радіальні й осьові сили (нормальні напруження) і передає до деталі обертаючий момент (дотичні напруження).

Вали завжди обертаються, тобто напруження: згину – знакозмінні, напруження розтягу (стиску) – постійні, крученння – залежать від характеру моменту. Деякі валі не підтримують обертові деталі й працюють тільки на крученні. Вал (рисунок 6.1) має дві або більше числа опор, названих **підшипниками**. Частину ва-

лу, охоплену опорою, називають **цапфою**. Кінцеві цапфи йменують **шипами**, а проміжні – **шийками**.

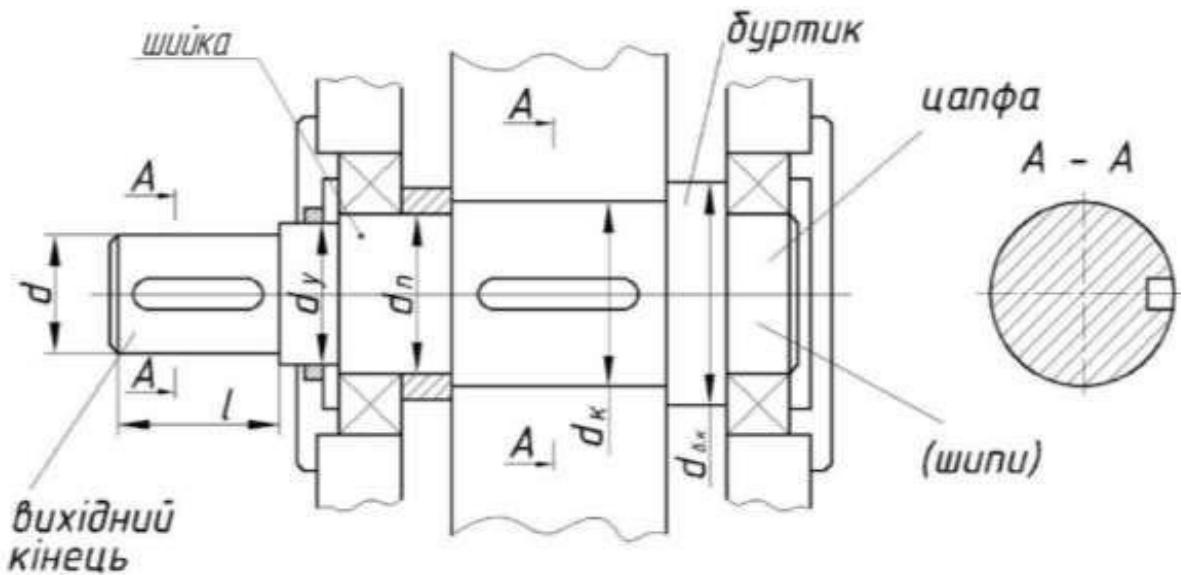


Рисунок 7.1 – Конструкція валу

**Віссю** називають деталь, призначену тільки для підтримки встановлених на ній деталей.

Вісь сприймає тільки радіальні осьові сили, тобто сприймає тільки нормальні напруження (обертові – знакозмінні напруження згину; осі, що не обертаються – постійні в часі напруження згину).

### Класифікація валів і осей

За **призначенням** вали ділять на вали передач (на них установлюють деталі передач) і корінні вали (на них установлюють додатково ще й робочі органи машини).

Вали передач бувають:

- машинні;
- трансмісійні;
- торсійні.

За **геометричною формою** вали ділять:

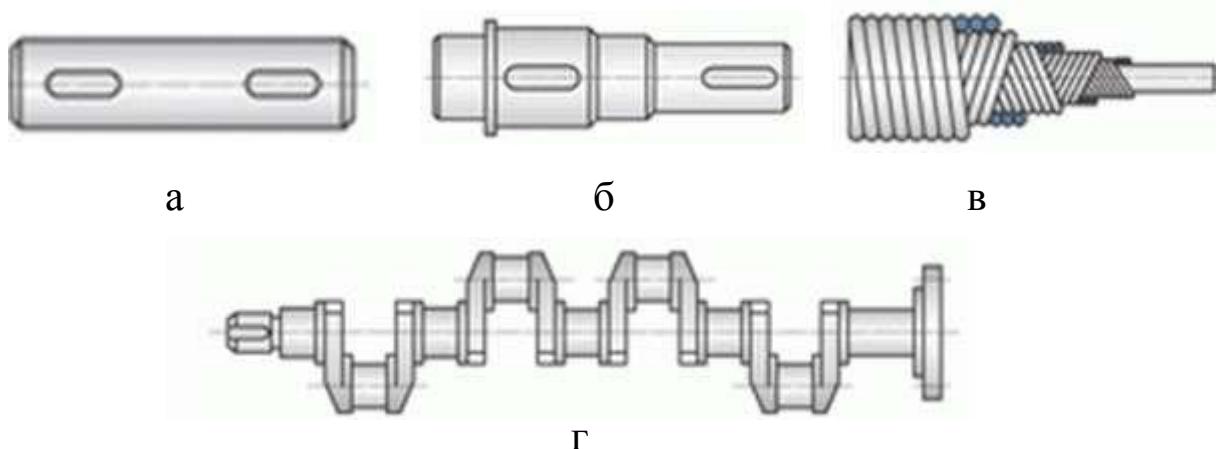
*Прямолінійні*

- гладкі з постійним діаметром (рисунок 7.2а);
- ступінчасті (рисунок 7.2б);

- з нарізаними на них зубчастими вінцями (вал-шестерня, вал - черв'як).

*Гнучки* (рисунок 7.2в).

*Колінчасті* (рисунок 7.2г).



а – прямолінійний гладкий; б – прямолінійний ступінчастий;  
в – гнучкий й; г – колінчасті

Рисунок 7.2 – Види валів за геометричною формою

### **Основні конструктивні елементи валів**

Конструкція валу (форма в осьовому перерізі) визначається характером зміни навантаження по довжині, тобто розмірами деталей, які розташовуються на валу, технологією виготовлення і збірки.

У більшості випадків вали виконують ступінчастими. Ця форма зручна у виготовленні і збірці. Уступи валів можуть сприймати великі осьові сили.

Посадочні поверхні під маточини деталей, посаджених на вал, виконують циліндричними або конічними. Найбільше застосування мають циліндричні поверхні як більш прості.

При конструюванні ступінчастого валу слід прагнути до мінімального числа ступенів, що скорочує число переходів і номенклатуру ріжучого і вимірювального інструмента і в свою чергу забезпечує технологічність і економічність конструкції.

У конструкції ступеневого валу умовно виділяють: кінцеві ділянки, ділянки переходу між ступенями, місця посадки підшипників, ущільнень і деталей, що передають обертальний рух.

Перехідні ділянки валів між двома ступенями різних діаметрів виконують наступними:

1 З канавкою для виходу шліфувального круга або для виходу різьбонарізного інструменту (якщо на валу є різьбові ділянки). (рисунок 7.3).

2 З переходною поверхнею – галтельлю постійного радіуса або спеціальної форми. Галтельний перехід (рисунок 7.4) виконують в тих випадках, коли за умовами міцності можна допускати високих рівнів концентрації напружень.

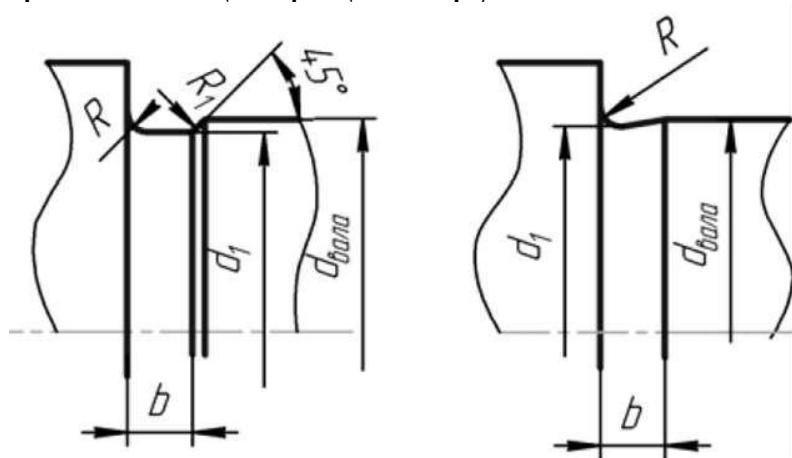


Рисунок 7.3 – Канавки для виходу шліфувального круга

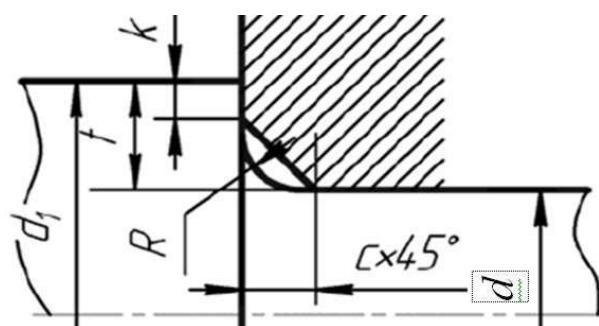


Рисунок 7.4 – Галтельний перехід

### Матеріали валів та осей

Для виготовлення валів і осей використовуються сталі вуглецеві (переважно марок 30, 40, 45 і 50) і леговані (40Х, 40ХН, 40ХНМА, 18ХНВА, 18ХГТ і ін.) у вигляді прокату або поковок. Це характерно, у першу чергу, для валів редукторів.

Невідповіальні і малонавантажені вали й осі, а також трансмісійні вали можна виготовляти зі сталі марок Ст3, Ст4.

Леговані сталі використовуються при необхідності обмеження ваги і габаритних розмірів валу, підвищення стійкості зубців шестірні, якщо во- ни нарізуються безпосередньо на валу (вал-шестірня), або стійкості шлі- цьових з'єднань. Найчастіше вали із цих сталей піддаються термообробці (поліпшенню, загартуванню СВЧ з попередньою цементацією).

### **Розрахунки валів і осей**

Розрахунки валів на міцність виконують у кілька етапів.

#### **Перший етап.**

**Орієнтовний розрахунок**, коли відомий тільки обертальний момент  $T$  на валу, але невідома довжина валу, а отже, і згинальні моменти на ділянках, орієнтовно визначають мінімальний діаметр  $d_{min}$  з умовою міцності його тільки на кручення при знижених допустимих напруженнях  $[\tau]_{kp} = 23 \dots 30 \text{ МПа}$ :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \cdot [\tau]}} \cong 6 \cdot \sqrt[3]{T}, \quad (7.1)$$

Мінімальний діаметр валу потрібний для подальшого виконання його ескізу та визначення діаметрів усіх ділянок валу з урахуванням конструктивних і технологічних факторів.

#### **Другий етап.**

#### **Проектний розрахунок** із таким алгоритмом.

- 1 Визначити значення і напрям зусиль, діючих на вал.
- 2 Зовнішні сили, діючі на деталі, привести до осі їх обертання і розкласти у взаємно перпендикулярних осьових площинах. Скласти схему завантаження валу.

При дії на вал навантажень в різних площинах їх зазвичай розкладають на дві взаємно перпендикулярні площини. При відхиленнях сил від координатних площин на кут, менший  $15^\circ$ , їх

можна поєднувати з цими площинами. Взаємно перпендикулярні площини умовно названі вертикальною («верт») і горизонтальною («гор»).

3 Визначити реакції опор в кожній з взаємно перпендикулярних площин. Результируча опорна реакція використовується як радіальне навантаження, діюче на підшипник.

4 Побудувати епюри згинаючих моментів, в кожній з координатних площин. Для валу додатково побудувати епюру обертаючого моменту.

5 Аналізом епюр встановити небезпечні перерізи валу. Для кожного небезпечного перерізу розрахувати сумарний згинаючий момент по формулі:

$$M_{3g\Sigma} = \sqrt{M_{3g\text{верт}}^2 + M_{3g\text{гор}}^2}, \quad (7.2)$$

6 Для валу знайти приведений момент в небезпечному перерізі за формулою

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{M_{3g\Sigma}^2 + (\alpha \cdot T \cdot 10^3)^2}, \quad (7.3)$$

де  $\alpha$  – поправочний коефіцієнт, що враховує різну міру небезпеки для матеріалу валу нормальних і дотичних напружень, коли вони міняються в часі по різних циклах. Приблизно можна приймати:

- для механізмів, що працюють в реверсивному режимі,  $\alpha=1$ ;
- для інших механізмів  $\alpha = 0,65$ .

7 Виконати розрахунок діаметру осі за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{3g\Sigma}}{0,1 \cdot (1 - \beta^4) \cdot [\sigma]_{3g}}}, \quad (7.4)$$

а валу за формулою:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{прив}}}{0,1 \cdot (1 - \beta^4) \cdot [\sigma]_{3g}}}, \quad (7.5)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт суцільності;

$[\sigma]_{3g}$  – допустимі напруження згину.

$$\beta = \frac{d_{\text{вн}}}{d_{\text{зов}}}, \quad (7.6)$$

де  $d_{\text{вн}}$  – внутрішній діаметр валу;

$d_{\text{зов}}$  – зовнішній діаметр валу.

Коефіцієнт суцільності  $\beta$  має сенс для порожнистого валу (осі) з центральним осьовим отвором в небезпечному перерізі. Значенням коефіцієнта  $\beta$  задаються з конструктивних міркувань. Як найповніше використання можливостей матеріалу має місце при  $\beta = 0,4...0,5$ . Для суцільних, без центрального осьового отвору, валів (осей)  $\beta = 0$ .

### Третій етап.

**Уточнений (перевірочний)** розрахунок небезпечних перерізів валу. Такий розрахунок називають розрахунком на витривалість і в ньому враховують характер зміни напружень, характеристики опору втомленості матеріалів, концентрацію напружень, вплив абсолютних розмірів, шорсткості поверхні й поверхневого зміщення.

Розрахунок на витривалість полягає у визначенні запасу міцності фактичного напруженого стану в небезпечному перерізі відносно стану руйнування і порівнянні цього запасу зі значеннями, що допускаються:

$$S \geq [S], \quad (7.7)$$

Рекомендується, залежно від точності розрахунків приймати

$$[S] \geq 1,7...2,5. \quad (6.8)$$

Запас міцності  $S$  при спільній дії нормальних і дотичних напружень (вали) може бути розрахований по формулі:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}, \quad (7.9)$$

Запас міцності по нормальним напруженням

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}, \quad (7.10)$$

Запас міцності по дотичним напруженням

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m}, \quad (7.11)$$

При дії тільки нормальних напружень (осі)

$$S = S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m}, \quad (7.12)$$

де  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  – межі витривалості відповідно при симетричному циклі згину і симетричному циклі кручення;

$\sigma_a$ ,  $\tau_a$  – змінні складові циклів напружень;

$\sigma_m$ ,  $\tau_m$  – постійні складові циклів;

$K_{\sigma D}$ ,  $K_{\tau D}$  – сумарні коефіцієнти, що враховують вплив усіх чинників на опір втоми відповідно при згині і крученні.

## РОЗРАХУНОК ВАЛІВ

Задача розрахунку: визначити лінійні і діаметральні розміри валів.

### 1 Орієнтовний розрахунок валів

Вихідні дані:

- обертаючі моменти на валах: на ведучому, Н·м  $T_{II}$ ;  
на веденому, Н·м  $T_{III}$ .

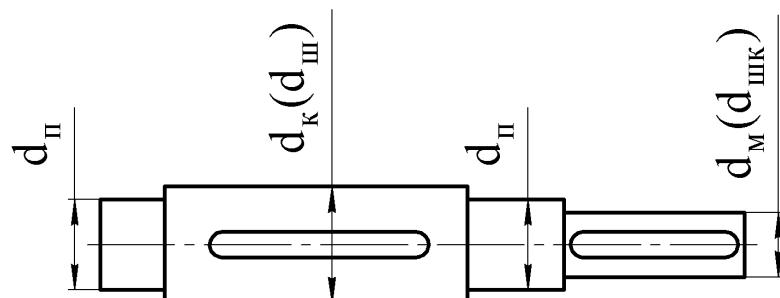


Рисунок 1 – Розрахункова схема

Орієнтовний розрахунок виконують умовно тільки на кручення, а вплив на міцність вала згину, концентрації напружень і характеру навантаження компенсують зниженням значення допустимого напруження на кручення.

## Діаметри валів

$$d_i \geq 10 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_i}{\pi \cdot [\tau]_{kp}}}, \quad (1)$$

де  $T_i$  – обертаючий момент на валу, Н·м;

$[\tau]_{kp}$  – допустимі напруження кручення,  $[\tau]_{kp} = 15 \dots 25$  МПа.

В редукторах вали встановлюють на підшипниках кочення. Тому одержані діаметри валів треба погодити з діаметром внутрішнього кільця підшипника.

Для встановлення валів редуктора попередньо приймаються підшипники кулькові однорядні радіальні легкої серії зовнішніх діаметрів по ГОСТ 8338–75. Основні розміри підшипника зображені на рисунку 2, їх чисельні значення приведені в таблиці 1.

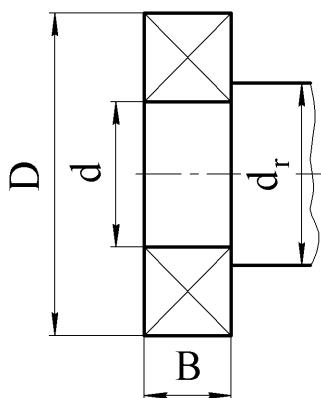


Рисунок 2 – Спрощене зображення підшипника

Форма валу по довжині визначається розподілом навантаження і умовами технології виготовлення і збірки. По умові міцності допустимо і доцільно конструювати вали перемінного перетину, що наближаються до тіл рівного опору. Практично вали виконують ступінчастими (рисунок 1). Ця форма зручна у виготовленні і складанні, а уступи валів можуть сприймати велику осьову силу.

Таблиця 4.1 – Розміри підшипників кулькових радіальних однорядних

Номер підшипника	d	D	B	В міліметрах
				$d_r, \text{min}$
204	20	47	14	25
205	25	52	15	30
206	30	62	16	35
207	35	72	17	42
208	40	80	18	47
209	45	85	19	52
210	50	90	20	57
211	55	100	21	62
212	60	110	22	67
213	65	120	23	72
214	70	125	24	77
215	75	130	25	82
216	80	140	26	90

Приймаємо діаметри ведучого вала:

- під підшипниками  $d_{\text{пII}} = d_{\text{II}}$ ;
- під шківом клинопасової передачі  $d_{\text{шк}} = d_{\text{пII}} - 3 \text{ мм}$ ;
- під шестернею  $d_{\text{ш}} = d_{\text{пII}}$ .

Приймаємо діаметри веденого вала:

- під підшипниками  $d_{\text{пIII}} = d_{\text{III}}$ ;
- під півмуфтою  $d_{\text{M}} = d_{\text{III}} - 5 \text{ мм}$ ;
- під колесом  $d_{\text{K}} = d_{\text{rIII}}$ .

### Ескізне компонування редуктора

Ескізна компоновка редуктора виконується з метою визначення розмірів валів по довжині. При виконанні ескізної компоновки вали зображуються як гладкі стержні. Ескізна компоновка виконується на міліметровому папері бажано в масштабі 1:1 (при комп'ютерному виконанні – на офісному папері формату А4 у будь-якому стандартному масштабі) олівцем в контурних лініях і повинна

містити ескізне зображення редуктора і основний надпис.

**Алгоритм компонування циліндричного одноступінчастого редуктора**

- 1) Вибрати масштаб і намітити розташування компоновки.
- 2) Провести осьові лінії валів на відстані  $a_w$  одна від одної.
- 3) Побудувати циліндричну зубчасту передачу у відповідності з розмірами, які було отримано при розрахунку зубчастих передач.
- 4) На відстані 10 мм від торців шестерні і кіл виступів зубчастих коліс провести контур внутрішньої поверхні корпусу редуктора.
- 5) Розташувати підшипники так, щоб торцем вони знаходилися на внутрішній поверхні корпусу, а їх вісь співпадала з віссю валів. Розміри підшипників були визначені при орієнтовному розрахунку валів.
- 6) Викреслити вали діаметрами  $d_i$ , які були визначені при орієнтовному розрахунку валів. Довжина ділянок валів:  $f_1 = 3d_1$ ;  $f_2 = 2,5d_2$ .

#### **4 Приклад розрахунку**

##### **Розрахунок валів**

**Задача розрахунку:** визначити лінійні і діаметральні розміри валів.

Орієнтовний розрахунок валів

**Вихідні дані:**

- обертаючі моменти на валах:  $T_{II} = 83,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $T_{III} = 500 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .

Діаметри валів

$$d_i \geq 10 \sqrt[3]{\frac{16T_i}{\pi [\tau]_{kp}}}, \quad (1)$$

де  $T_i$  – обертаючий момент на валу,  $\text{Н}\cdot\text{м}$ ;

$[\tau]_{kp}$  – допустимі напруження кручення, приймаємо  $[\tau]_{kp} = 20 \text{ МПа}$ .

$$d_{II} = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 83,5}{3,14 \cdot 20}} = 27,7 \text{ мм};$$

$$d_{III} = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 500}{3,14 \cdot 20}} = 45,1 \text{ мм.}$$

Приймаємо  $d_{II} = 30$  мм,  $d_{III} = 45$  мм.

Приймаємо для встановлення ведучого вала підшипник № 206:  $d_{II} = 30$  мм;  $D_{II} = 62$  мм;  $B_{II} = 16$  мм;  $d_{rII} = 35$  мм.

Приймаємо для встановлення веденого вала підшипник № 209:  $d_{III} = 45$  мм;  $D_{III} = 85$  мм;  $B_{III} = 19$  мм;  $d_{rIII} = 52$  мм.

Приймаємо діаметри ведучого вала:

- під підшипниками:

$$d_{nII} = d_{II} = 30 \text{ мм};$$

- під шківом клинопасової передачі:

$$d_{шк} = d_{nII} - 3 = 30 - 3 = 27 \text{ мм};$$

- під шестернею:

$$d_{ш} = d_{rII} = 35 \text{ мм};$$

Приймаємо діаметри веденого вала:

- під підшипниками  $d_{nIII} = d_{III} = 45$  мм;

- під півмуфтою  $d_m = d_{III} - 5 = 45 - 5 = 40$  мм;

- під колесом  $d_k = d_{rIII} = 52$  мм.

## 2 Ескізне компонування редуктора

Виконуємо ескізу компоновку за розмірами, які були отримані при розрахунку передач, а також орієнтовно визначених розмірах валів і підшипників (рисунок 3).

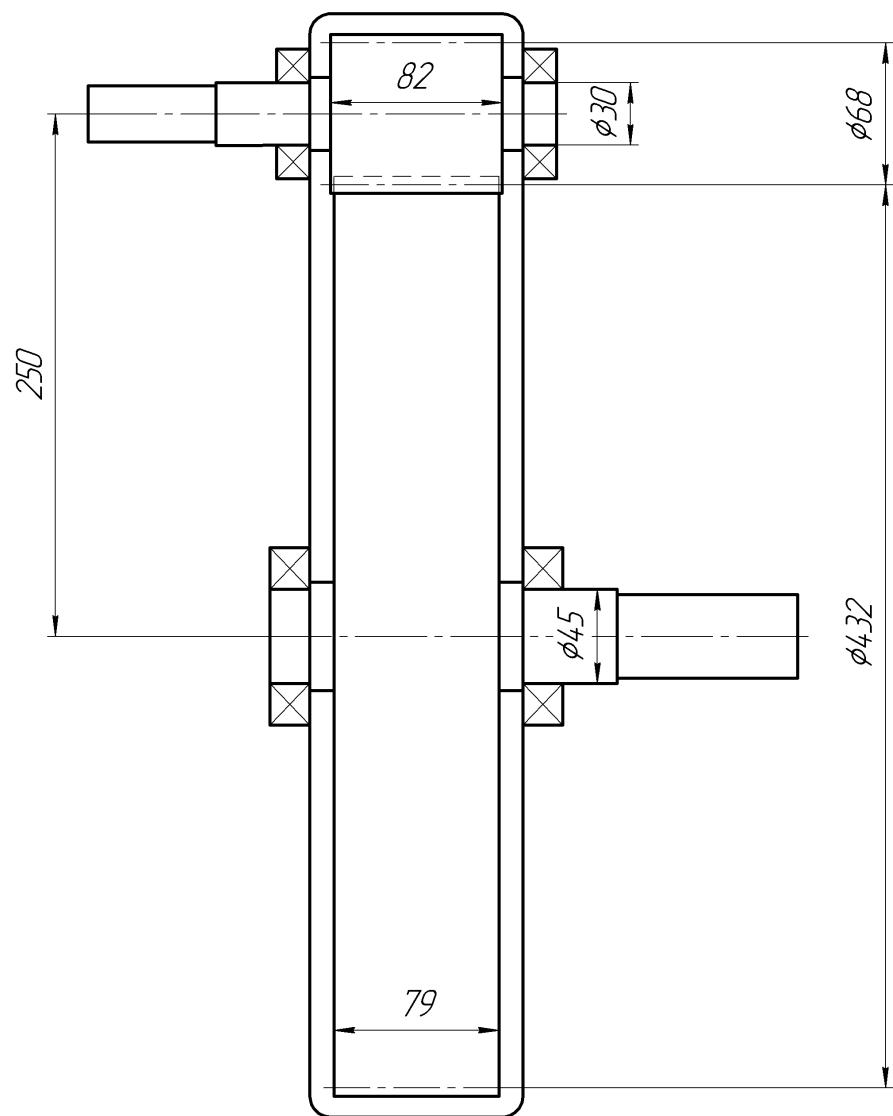


Рисунок 3 – Ескізна компоновка редуктора

Висновок: визначені розміри валів і виконана ескізна компоновка редуктора.

## 5 Вказівки щодо оформлення звіту

Звіт з практичної роботи повинен мати:

5.1 Варіант індивідуального завдання.

5.2 Розрахункову схему та вихідні дані.

5.3 Розрахункові формули для виконання практичної роботи.

5.4 Аналіз отриманих результатів.

## **6 Питання для самопідготовки**

- 6.1 Чим відрізняється вал від осі?
- 6.2 Які матеріали частіше усього застосовуються для виготовлення валів редукторів?
- 6.3 Яка форма шийок під підшипники найбільш поширенна у конструкціях валів редукторів загального призначення?
- 6.4 Вкажіть основну відмінність орієнтовного і наближеного розрахунків вала на міцність
- 6.5 Які основні параметри звичайно одержують при розрахунку вала на жорсткість?
- 6.6 Які види валів звичайно застосовуються у зубчастих редукторах загального призначення?
- 6.7 Вкажіть вихідні дані, необхідні і достатні для орієнтовного розрахунку вала.
- 6.8 Продовжте формулювання поняття "ВАЛ РЕДУКТОРА":  
"Деталь редуктора, яка служить для ..."
- 6.9 Вкажіть послідовність проведення розрахунків на міцність при конструюванні валів редуктора
- 6.10 Як називаються опорні частини вала?
- 6.11 Продовжте формулювання поняття "ВІСЬ": "Деталь, призначена для ..."

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Булгаков В.М., Литвинов О.І., Войтюк Д.Г. Інженерна механіка. (Частина 1. Теоретична механіка)./ За редакцією В.М. Булгакова. Підручник. – Вінниця: Нова Книга, 2006. – 504 с.
- 2 Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч.1. Статика. Кинематика. Учебник для втузов. Изд. 10-е, испр. / А.А. Яблонский. – М.: Высшая школа, 1977. – 368 с.
- 3 Цурпал І.А. Механіка матеріалів і конструкцій: Навч. посібник. / І.А. Цурпал. – К.: Вища освіта, 2005. – 367 с.: іл..
- 4 Писаренко Г.С. Опір матеріалів: Підручник/ Г.С. Писаренко, О.Л. Квіт, Е.С. Уманський; За ред. Г.С. Писаренка. –К.: Вища шк.1993.-655с.:іл.
- 5 Антонова Г.В. Інженерна механіка: навч. посіб. / Г.В.Антонова, Л.Ю.Бондаренко, О.О. Вершков; Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного. – Мелітополь: ТДАТУ, 2019. – 202с.
- 6 Лабораторний практикум з механіки матеріалів і конструкцій [Електронний ресурс]: навч. посіб. / Л.Ю.Бондаренко, О.О.Вершков, Г.В.Антонова; Таврійський державний агротехнологічний університет. – Електрон. текст. дані. – Мелітополь: ТДАТУ, 2017. – 183с. – 1 електрон. опт. диск (CD-R). – Систем. вимоги: Pentium-II/300; 64 Mb RAM; Microsoft Windows XP; 60 Mb вільного дискового простору; NET Framework 2.0. – Лабораторний практикум з механіки матеріалів і конструкцій.
- 7 Деталі машин : підручник : затверджено МОН України / А. В. Міняйло [та ін.]. - К. : Агроосвіта, 2013. - 448 с.
- 8 Дунаев, П. Ф. Детали машин. Курсовое проектирование : учебное пособие / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов. - М. : Высшая школа, 1990. - 399 с.
- 9 Практикум з дисципліни «Інженерна механіка (ДМ)»: навчальне видання / О. О. Дереза, С. М. Коломієць. – Мелітополь. – ВПЦ «Люкс», 2019. – 103 с.

Додаток А  
(обов'язковий)

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

**Задача 1**

Для консольної та двохопорної балок визначити реакції опор.

*Задача відноситься до розділу "Теоретична механіка. Статика".*

*Послідовність розв'язання задачі, що рекомендується:*

1 Наводиться повний текст завдання з рисунком і вихідними даними з таблиці 1.1, що відповідають своєму варіанту.

2 Будують розрахункову схему навантаження балок.

3 Визначають реакції опор, використовуючи умови статичної рівноваги.

Таблиця 1.1 - Вихідні дані

Варіант	M	F	q	a	a
	кН·м	кН	кН/м	м	град
1	14	11	17	1	20
2	23	5	12	2	30
3	13	20	18	1	45
4	20	8	20	2	40
5	18	13	28	1	60
6	21	6	15	2	45
7	28	15	8	1	30
8	16	21	9	2	20
9	17	7	13	1	60
0	18	22	20	2	45

**Розрахункові схеми**

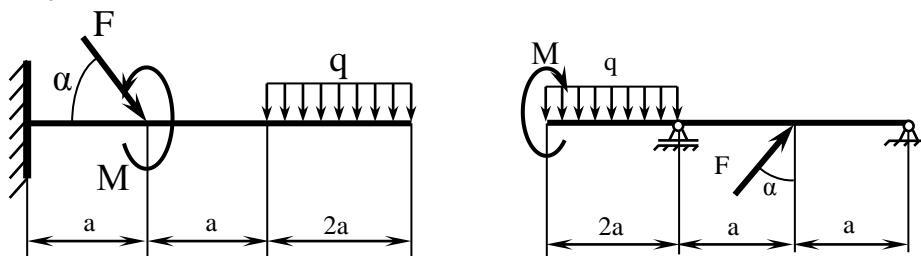


Схема 1

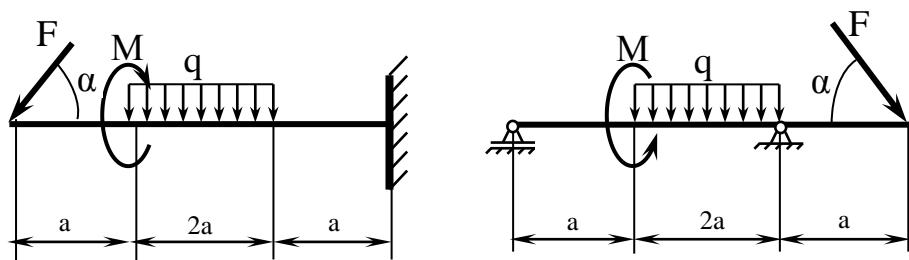


Схема 2

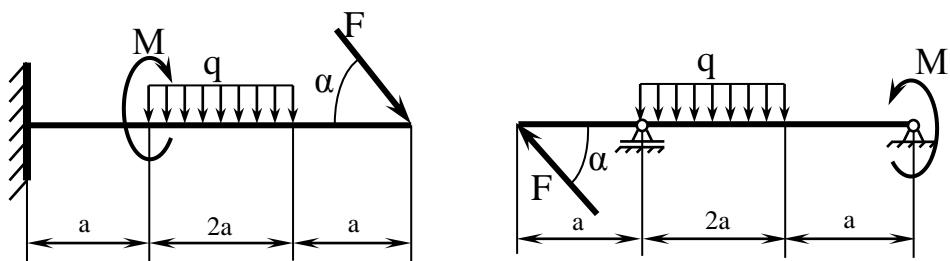


Схема 3

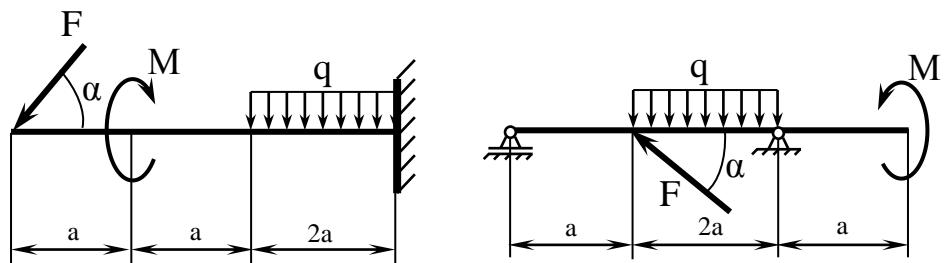


Схема 4

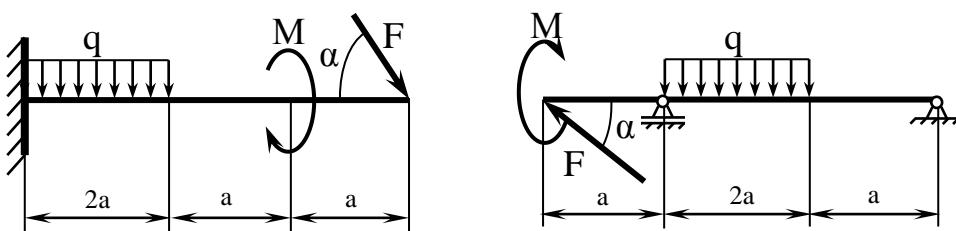


Схема 5

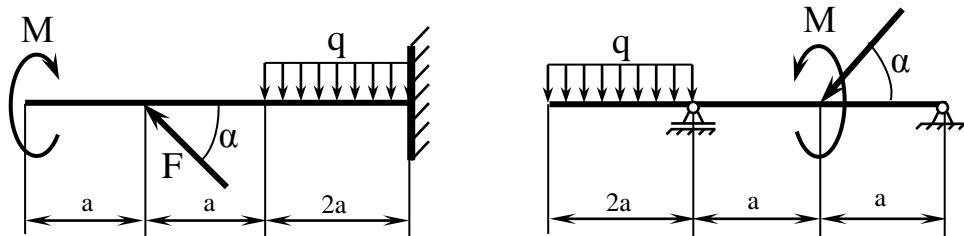


Схема 6

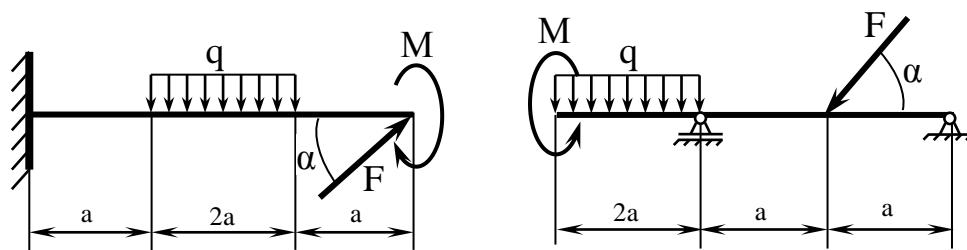


Схема 7

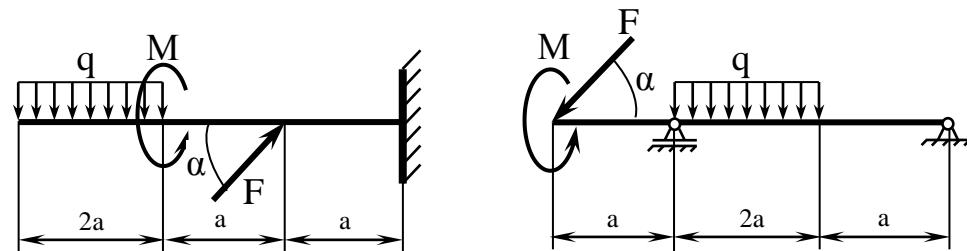


Схема 8

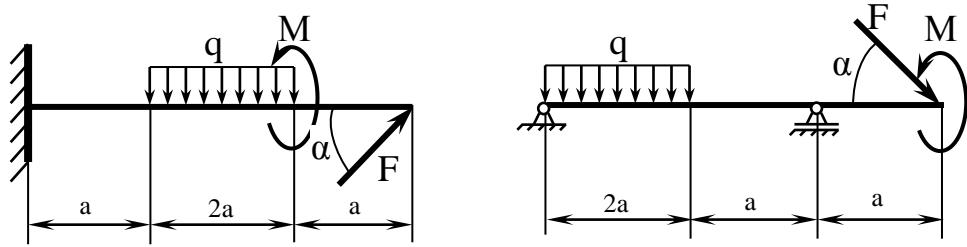


Схема 9

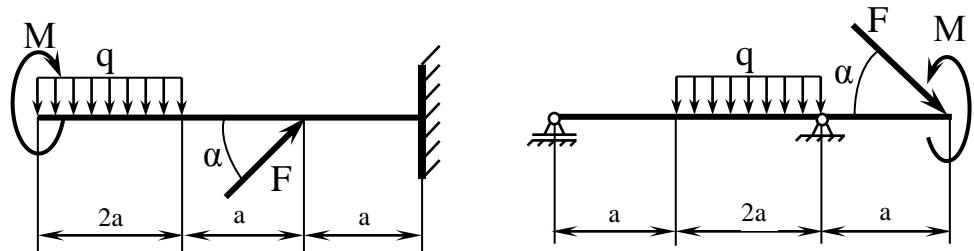


Схема 0

## Задача 2

Для ступінчастого бруса площею А заданої схеми при осьовому навантаженні та геометричних розмірах треба визначити (без урахування власної ваги):

- поздовжні сили у поперечних перерізах бруса та побудувати епюру N;
- нормальні напруження у поперечних перерізах бруса  $\sigma$  та побудувати епюру  $\sigma$ ;
- переміщення перерізу “n-n”;

- зробити висновок про міцність бруса.

*Задача відноситься до розділу "Механіка матеріалів і конструкцій. Основний розтяг і стиск".*

*Послідовність розв'язання задачі, що рекомендується:*

1 Наводиться повний текст завдання з рисунком і вихідними даними з таблиці 2.1, що відповідають своєму варіанту.

Таблиця 2.1- Вихідні дані

Варіант	A	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	q	A	E
	M	кН	кН	кН/м	см <sup>2</sup>	МПа
1	1	10	15	5	10	$2,1 \cdot 10^5$
2	2	15	20	7	12	$2,2 \cdot 10^5$
3	1	20	25	10	14	$2,3 \cdot 10^5$
4	2	25	30	6	16	$2,4 \cdot 10^5$
5	2	30	34	8	18	$2,5 \cdot 10^5$
6	1	35	36	12	20	$2,6 \cdot 10^5$
7	1	40	40	14	22	$2,7 \cdot 10^5$
8	1	45	42	20	24	$2,8 \cdot 10^5$
9	1	50	44	22	26	$2,9 \cdot 10^5$
0	1	55	46	24	28	$3,0 \cdot 10^5$

2 Застосовуючи метод перерізів, визначають значення внутрішньої поздовжньої сили на характерних ділянках і будують епюру поздовжніх сил:

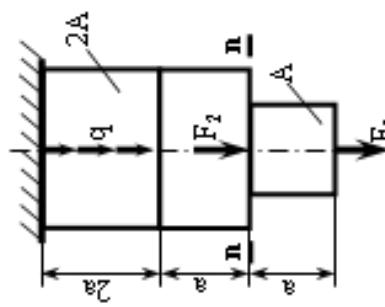
3 Визначають значення нормальних напружень на характерних ділянках і будують епюру нормальних напружень.

4 За законом Гука визначають переміщення перерізу “n-n”.

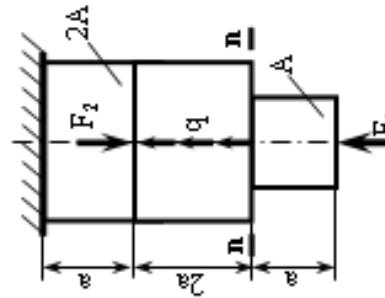
5 Визначають небезпечну ділянку, на якій  $\sigma = \sigma_{\max}$  (тобто на якій діють максимальні за модулем напруження).

6 Дають висновок про міцність стержня, використовуючи умову міцності по допустимим напруженням при розтягу. При невиконанні умови міцності визначають мінімально необхідний діаметр  $d_{min}$  для небезпечної ділянки стержня, що задовольняє умові міцності.

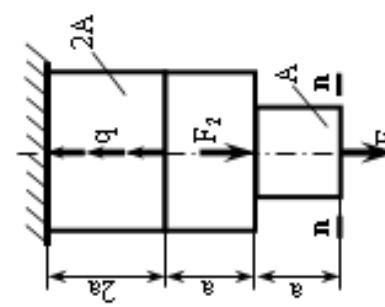
## Розрахункові схеми



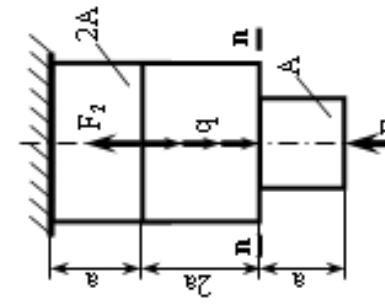
Cxema 1



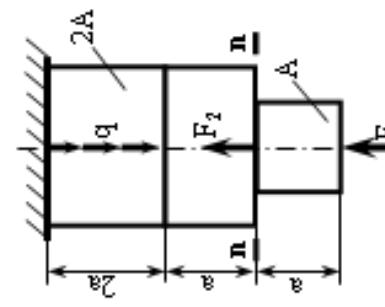
Cxema 2



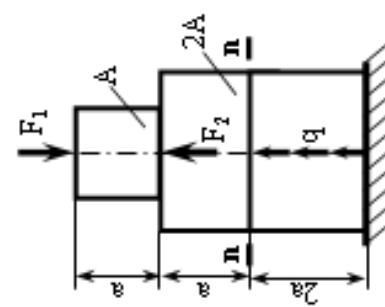
Cxema 3



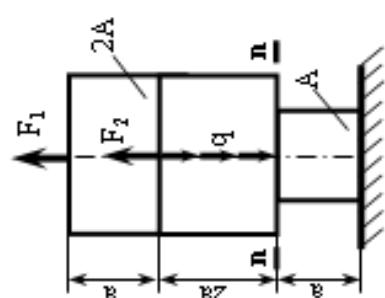
Cxema 5



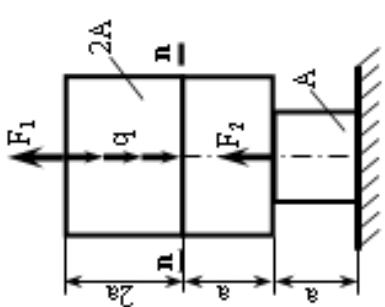
Cxema 4



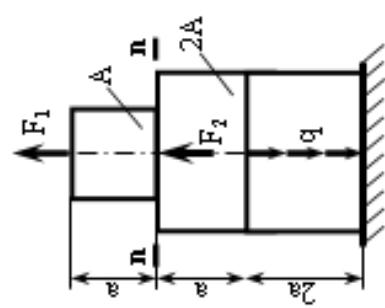
Cxema 6



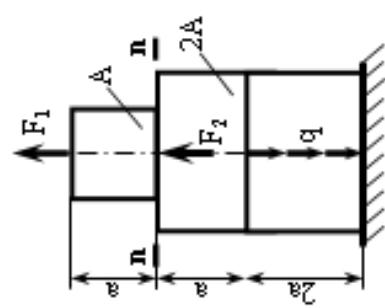
Cxema 7



Cxema 8



Cxema 9



Cxema 0

### **Задача 3**

Для сталевого вала, що передає потужності  $P_1, P_2, P_3, P_4$  при кутовій швидкості  $\omega$ , треба:

- побудувати епюру крутильних моментів;
- визначити діаметр суцільного вала із умови міцності та жорсткості;
- визначити діаметри кільцевого перерізу вала ( $\alpha = 0,5$ ) із умови міцності та жорсткості;
- побудувати епюру кутів закручування;
- порівняти вагу валів суцільного та кільцевого перерізів;
- побудувати епюри дотичних напружень в перерізах вала.

*Задача відноситься до розділу “Механіка матеріалів і конструкцій. Кручення”.*

*Послідовність розв'язання задачі, що рекомендується:*

1 Наводиться повний текст завдання з рисунком і вихідними даними з таблиці 3.1, що відповідають своєму варіанту.

2 Із умови рівноваги вала визначають невідому потужність.

3 Визначають скручувальні моменти на кожному шківі.

4 За допомогою методу перерізів визначають крутильні моменти на кожній ділянці, та будують їх епюру.

5 Із умови міцності визначають розміри вала суцільного та кільцевого перерізів.

6 Із умови жорсткості визначають розміри вала суцільного перерізу, якщо  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

7 З двох визначених діаметрів (із умови міцності та жорсткості) приймають той, що має більше значення.

8 Визначають кут закручування  $\varphi$  поперечного перерізу вала по ділянках та будують їх епюру.

9 Визначають максимальні дотичні напруження для валів суцільного та кільцевого перерізів, та будують їх епюри по попе-

речному перерізу вала.

10 Роблять висновок по те, вал якого перерізу буде найбільш економічний для заданих навантажень.

Таблиця 3.1 - Вихідні дані

Варіант	Відстань, м			Потужність, кВт				[ $\tau$ ] Н/мм <sup>2</sup>	[ $\theta$ ], рад/м	$\omega$ , с <sup>-1</sup>
	a	b	c	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>			
<b>1</b>	1,2	0,8	0,8	10	30	100	110	55	0,005	50
<b>2</b>	1,4	0,6	0,9	20	40	90	100	40	0,003	100
<b>3</b>	1,6	1,2	0,7	30	60	80	130	45	0,008	55
<b>4</b>	1,8	1,4	0,6	40	80	70	140	50	0,009	60
<b>5</b>	0,8	1,6	0,5	50	30	60	150	55	0,007	80
<b>6</b>	0,6	1,2	0,6	60	50	50	160	65	0,004	100
<b>7</b>	0,9	1,4	0,7	70	90	40	170	40	0,002	85
<b>8</b>	1,1	1,2	0,8	80	70	80	180	45	0,006	70
<b>9</b>	1,8	1,4	0,9	90	20	40	190	50	0,008	60
<b>0</b>	1,5	0,8	0,5	100	40	30	200	55	0,005	90

Розрахункові схеми

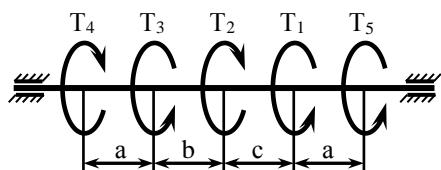


Схема 1

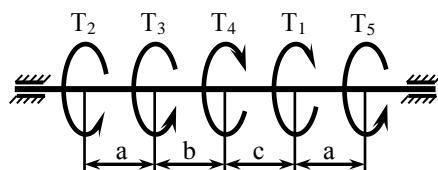


Схема 6

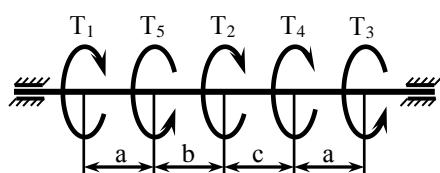


Схема 2

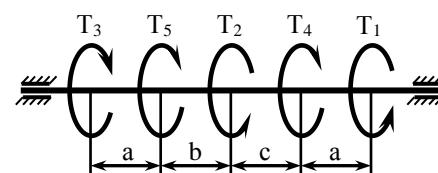


Схема 7

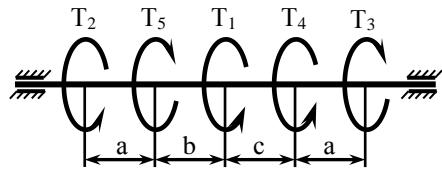


Схема 3

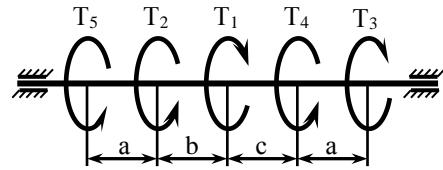


Схема 8

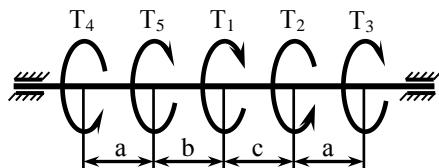


Схема 4

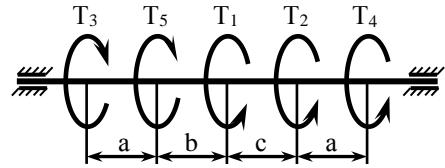


Схема 9

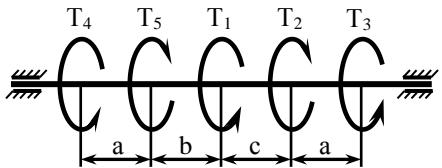


Схема 5

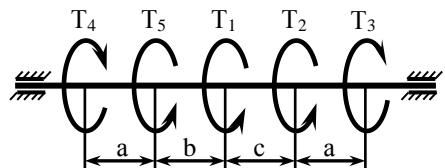


Схема 0

#### Задача 4

Для консольної балки побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів

Для однопрольотної балки треба:

- визначити опорні реакції
- побудувати епюри поперечних сил  $Q_x$  і згинальних моментів  $M_x$ ;
- визначити діаметр круглого перерізу;
- визначити розміри прямокутного перерізу із співвідношенням сторін  $h=2b$ ;
- підібрати мінімально необхідний стандартний двотавровий профіль, що задовольняє умові міцності балки.(додаток Б)

*Задача відноситься до розділу “Механіка матеріалів і конструкцій. Згин”.*

*Послідовність розв'язання задані, що рекомендується:*

1 Наводиться повний текст завдання з рисунком і вихідними даними з таблиці 4.1, що відповідають своєму варіанту.

2 Будують розрахункову схему навантаження балок.

3 Визначають реакції опор, використовуючи умови статичної рівноваги.

4 Застосовуючи метод перерізів, визначають розміри попеченої сили  $Q$  та згинального моменту  $M$  на початку та на кінці ділянок і будують епюру згинальних моментів.

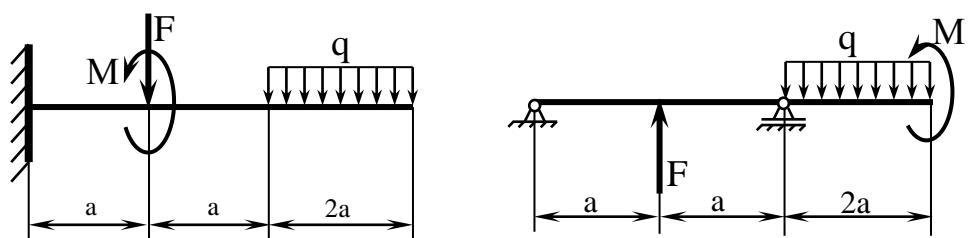
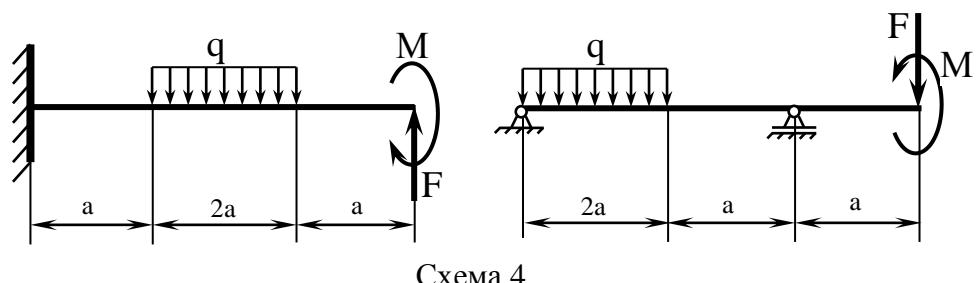
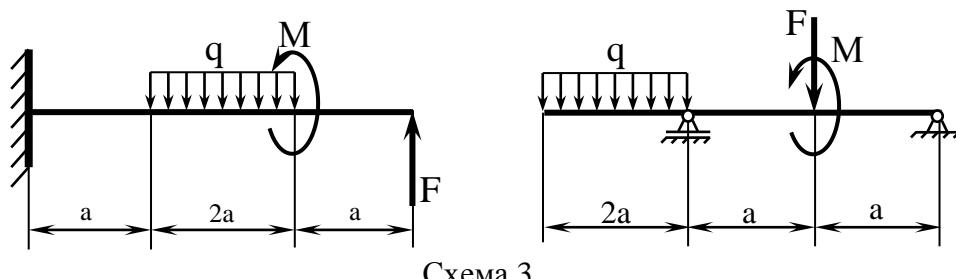
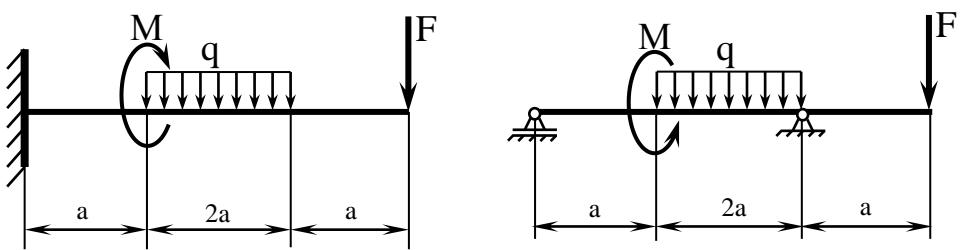
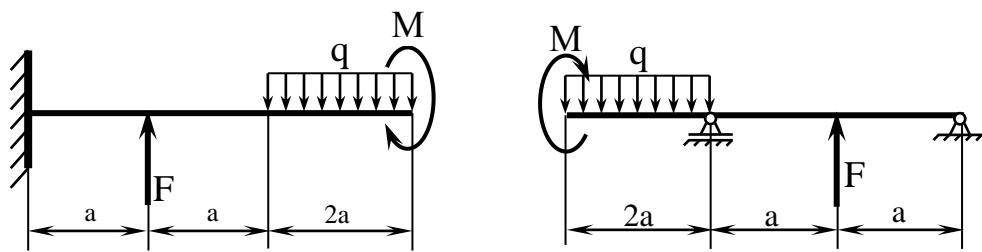
5 По епюрі згинальних моментів визначають небезпечний переріз, для якого  $IMI = M_{max}$  (тобто де діє максимальний за модулем згинальний момент).

6 З умови міцності на згин балки визначають діаметр круглого, прямокутного перерізу та мінімально необхідний момент опору  $W_{zmin}$  для небезпечної перерізу балки, по якому зі стандарту (додаток Б) вибирають балку двотаврового профілю.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані

Варіант	M	F	q	a	[σ]
	кН·м	кН	кН/м	м	МПа
1	14	11	17	1	140
2	23	5	12	2	160
3	13	20	18	1	120
4	20	8	20	2	160
5	18	12	28	1	140
6	21	6	15	2	180
7	28	15	8	1	160
8	16	21	9	2	120
9	17	7	13	1	140
0	18	22	20	2	180

## Розрахункові схеми



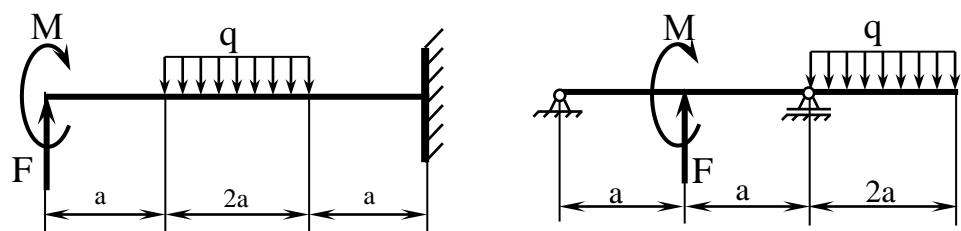


Схема 6

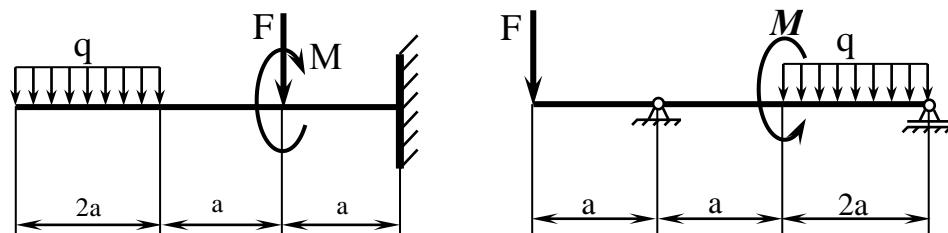


Схема 7

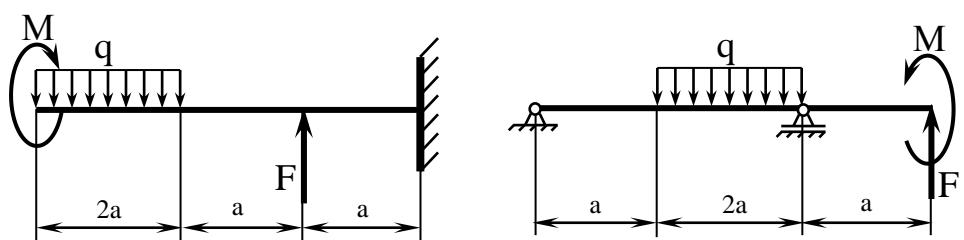


Схема 8

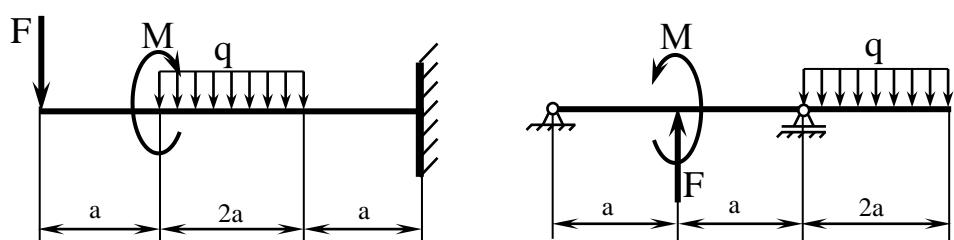


Схема 9

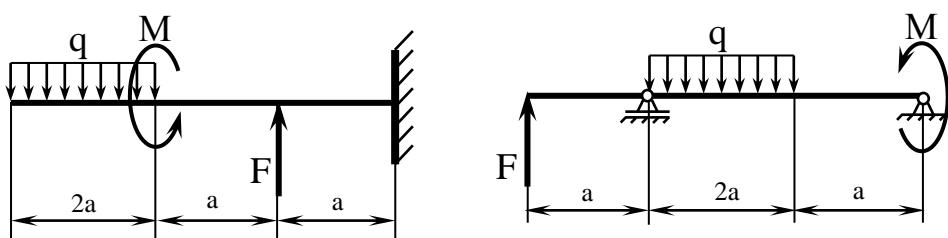


Схема 0

Додаток Б  
(довідковий)  
Сортамент двотаврів (ГОСТ 8239-89)

№ Балки	h	b	S	t	Площа перерізу A, $\text{мм}^2$	Довідкові величини			
						$J_x, \text{см}^4$	$W_{x,\text{см}}^4$	$J_y, \text{см}^4$	$W_{y,\text{см}}^4$
ММ									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	17,9	6,49
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	27,9	8,72
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	41,9	11,50
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	58,6	14,50
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	82,6	18,40
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159,0	114,0	22,80
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	115,0	23,10
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203,0	155,0	28,20
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	157,0	28,60
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254,0	206,0	34,30
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	198,0	34,50
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317,0	260,0	41,60
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	260,0	41,50
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407,0	337,0	50,00
30	300	235	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	337,0	49,90
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518,0	436,0	60,10
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	419,0	59,90
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	516,0	71,10
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	667,0	86,10
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	808,0	101,00
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	1043,0	123,00
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	1356,0	151,00
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	1725,0	182,00

## Додаток В

### ТЕСТИ ДЛЯ САМОАНАЛІЗУ З ДИСЦИПЛІНИ «ІНЖЕНЕРНА МЕХАНІКА»

#### 1 Абсолютне тверде тіло, це:

- а) об'єкт, відстань між точками якого не змінюються при будь-яких взаємодіях;
- б) будь-яка сукупність матеріальних точок;
- в) об'єкт великих розмірів, що володіє тільки масою;
- г) об'єкт великих розмірів, що володіє розмірами і масою.

#### 2 Механічна система, це:

- а) об'єкт, відстань між точками якого не змінюються при будь-яких взаємодіях;
- б) будь-яка сукупність матеріальних точок;
- в) об'єкт великих розмірів, що володіє тільки масою;
- г) об'єкт великих розмірів, що володіє розмірами і масою.

#### 3 Матеріальна точка, це:

- а) об'єкт, відстань між точками якого не змінюються при будь-яких взаємодіях;
- б) будь-яка сукупність матеріальних точок;
- в) об'єкт великих розмірів, що володіє тільки масою;
- г) об'єкт великих розмірів, що володіє розмірами і масою.

#### 4 Сила це:

- а) векторна міра дії одного матеріального об'єкту на іншій;
- б) векторна міра маси;
- в) векторна міра моменту;
- г) векторна міра тертя.

#### 5 Система сил, це:

- а) будь-яка сукупність сил;

- б) будь-яка сукупність матеріальних точок;
- в) будь-яка сукупність матеріальних тіл;
- г) будь-яка сукупність реакції в'язів.

**6 Чим характеризується дія сили на тіло?**

- а) точкою прикладення і величиною;
- б) точкою прикладення і напрямом;
- в) точкою прикладення, напрямом і величиною;
- г) точкою прикладення, напрямом, величиною і лінією дії.

**7 Скласти, або розкласти сили за правилом паралелограму можна у випадку якщо:**

- а) лінії дії двох сил перетинаються;
- б) лінії дії двох сил паралельні;
- в) лінії дії двох сил перехрещуються;
- г) лінії дії двох сил діють по одній прямій.

**8 В яких випадках напрямок сили  $F$  приймають позитивним?**

- а) якщо вона спрямована за годинниковою стрілкою;
- б) якщо вона спрямована протилежно годинникової стрілки;
- в) якщо вона спрямована в позитивному напрямку осі X або Y;
- г) якщо вона спрямована в негативному напрямку осі X або Y.

**9 В яких випадках напрямок сили  $F$  приймають негативним?**

- а) якщо вона спрямована за годинниковою стрілкою;
- б) якщо вона спрямована протилежно годинникової стрілки;
- в) якщо вона спрямована в позитивному напрямку осі X або Y;
- г) якщо вона спрямована в негативному напрямку осі X або Y;

**10 В якому випадку проекція сили  $F$  на вісь дорівнює нулю?**

- а) сила ( $F$ ) паралельна осі;
- б) сила ( $F$ ) перпендикулярна осі;
- в) сила ( $F$ ) діє під кутом  $45^\circ$  к осі;
- г) сила ( $F$ ) діє під кутом  $180^\circ$  к осі.

**11 В якому випадку проекція сили  $F$  на вісь дорівнює її натуральній величині?**

- а) сила ( $F$ ) паралельна осі;
- б) сила ( $F$ ) перпендикулярна осі;
- в) сила ( $F$ ) діє під кутом  $45^\circ$  к осі;
- г) сила ( $F$ ) діє під кутом  $180^\circ$  к осі.

**12 Якщо дві сили врівноважують одна одну, то як направлені ці сили одна до одної?**

- а) вони направлені в один бік;
- б) вони направлені по одній прямій в протилежні сторони;
- в) їх взаємне розташування довільне;
- г) вони перпендикулярні один одному.

**13 Як знайти зосереджену силу ( $R$ ) для розподіленого зовнішнього навантаження( $q$ ) діючого на довжині ( $l$ ) ?**

- а)  $F_q = \frac{q}{\ell};$
- б)  $F_q = q \cdot \ell;$
- в)  $F_q = \frac{\ell}{q};$
- г)  $F_q = \frac{q \cdot \ell}{2}.$

**14 В якому випадку система сил еквівалентна нулю?**

- а)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  - лінії дії сил перетинаються;
- б)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  - лінії дії сил паралельні;
- в)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  - лінії дії сил перехрещуються;
- г)  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  - лінії дії сил співпадають.

**15 Реакція зв'язку, це:**

- а) зовнішня сила яка діє на зв'язок;
- б) внутрішня пасивна сила зв'язку яка урівноважує зовнішнє на-

вантаження;

в) внутрішня врівноважена система сил;

г) зовнішня врівноважена система сил.

**16 Скільки реакцій виникає в плоскій шарнірно - нерухомій опорі?**

а) одна реакція;

б) дві реакції;

в) три реакції;

г) чотири реакції.

**17 Скільки реакцій виникає в плоскій шарнірно - рухомій опорі?**

а) одна реакція

б) дві реакції

в) три реакції

г) чотири реакції

**18 Скільки реакцій виникає в консольно - затисненій опорі?**

а) одна реакція і реактивний момент;

б) дві реакції і реактивний момент;

в) три реакції і реактивний момент;

г) дві реакції.

**19 Яку систему сил, називають системою що сходиться?**

а) системою сил, що сходиться, називають таку систему сил, лінії дії яких перетинаються в одній точці;

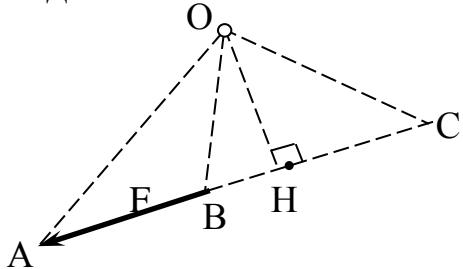
б) системою сил, що сходиться, називають таку систему сил, лінії дії яких паралельні;

в) системою сил, що сходиться, називають таку систему сил, лінії дії яких мають вільне направлення;

г) системою сил, що сходиться, називають таку систему сил, лінії дії яких мають кілька точок перетинання.

**20 Визначте плече сили F відносно точки O?**

- а) відрізок OA;
- б) відрізок OH;
- в) відрізок OB;
- г) відрізок OC.



**21 Як визначається крутильний момент M?**

- а)  $M = \frac{F}{h}$ ;
- б)  $M = F \cdot h$ ;
- в)  $M = F + h$ ;
- г)  $M = h - F$ .

**22 В яких одиницях вимірюється крутильний момент M?**

- а) Н·м;
- б) Н/м;
- в) Н;
- г) Кг.

**23 В яких випадках напрямок крутильного моменту M приймають позитивним?**

- а) якщо він спрямований за годинною стрілкою;
- б) якщо він спрямований протилежно годинникової стрілки;
- в) якщо він спрямований в позитивному напрямку осі X;
- г) якщо він спрямований в позитивному напрямку осі Y.

**24 В яких випадках напрямок крутильного моменту M приймають негативним?**

- а) якщо він спрямований за годинною стрілкою;
- б) якщо він спрямований протилежно годинникової стрілки;
- в) якщо він спрямований в позитивному напрямку осі X;
- г) якщо він спрямований в позитивному напрямку осі Y.

**25 Який вид балки зображеній на рисунку?**

- а) консольна;
- б) двохпорна з консоллю;
- в) двохпорна;
- г) багато опорна.



**26 Який вид балки зображеній на рисунку?**

- а) консольна;
- б) двохпорна з консоллю;
- в) двохпорна;
- г) багато опорна.



**27 Який вид балки зображеній на рисунку?**

- а) консольна;
- б) двохпорна з консоллю;
- в) двохпорна;
- г) багато опорна.



**28 Який вид балки зображеній на рисунку?**

- а) консольна;
- б) двохпорна з консоллю;
- в) двохпорна;
- г) багато опорна.



**29 Які деформації називаються пружними?**

- а) деформації, що зникають повністю після зняття навантаження;
- б) деформації, що не зникають після зняття навантаження;
- в) деформації, що не виникають при навантаженні тіла зовнішніми силами;
- г) деформації, зникаючі частково після зняття навантаження.

**30 Які деформації називаються пластичними?**

- а) деформації, що зникають повністю після зняття навантаження;
- б) деформації, не зникаючі після зняття навантаження;
- в) деформації, що не виникають при навантаженні тіла зовнішніми силами;
- г) деформації, зникаючі частково після зняття навантаження.

**31 Що характеризують напруження в поперечному перерізі?**

- а) величину зовнішньої сили, що доводиться на одиницю площини перетину;
- б) величину внутрішньої сили, що доводиться на одиницю площини перетину;
- в) величину розподіленого навантаження, що доводиться на одиницю площини перетину;
- г) інтенсивність розподілу навантаження на одиницю площини перетину.

**32 Яким символом позначається нормальні напруження?**

- а) Е;
- б) U;
- в)  $\sigma$ ;
- г) F.

**33 Що характеризує модуль пружності I роду ( $E$ )?**

- а) міцність матеріалу;
- б) жорсткість матеріалу;
- в) стійкість матеріалу;
- г) пластичність матеріалу.

**34 У чому полягає суть методу перетинів?**

- а) розрізати стержень, відкинути одну з частин, замінити дію відкинутої частини нормальнюю внутрішньою силою, скласти рівняння рівноваги;

- б) розрізати стержень, відкинути одну з частин, скласти рівняння рівноваги;
- в) розрізати стержень, відкинути одну з частин, замінити дію відкинутої частини нормальнюю зовнішньою силою;
- г) розрізати стрижень, скласти рівняння рівноваги.

**35 Від чого залежать допустимі напруження?**

- а) від модуля пружності першого роду;
- б) від площині поперечного перетину;
- в) від властивостей матеріалу;
- г) від довжини стержня.

**36 У яких одиницях вимірюється нормальні напруження ( $\sigma$ )?**

- а) Н/мм<sup>2</sup>;
- б) Н · мм<sup>2</sup>;
- в) Н/мм;
- г) Н<sup>2</sup>/мм<sup>2</sup>.

**37 У яких одиницях вимірюється модуль пружності I роду ( $E$ )?**

- а) Н · мм<sup>2</sup>;
- б) МПа;
- в) Н/мм;
- г) Н<sup>2</sup>/мм<sup>2</sup>.

**38 В якому випадку виникає деформація розтяг - стиск?**

- а) сила ( $F$ ) паралельна поперечному перетину стержня;
- б) сила ( $F$ ) створює скрутний момент;
- в) сила ( $F$ ) перпендикулярна поперечному перетину стержня;
- г) сила ( $F$ ) перпендикулярна поперечному перетину стержня та направлена вздовж його осі.

**39 Який матеріал має анізотропні властивості?**

- а) деревина;

- б) сталь;
- в) чавун;
- г) всі мають.

**40 Яка одиниця вимірювання абсолютної деформації?**

- а) мм;
- б) відсотки;
- в) безрозмірна величина;
- г)  $\text{мм}^2$

**41 Як позначається відносне подовження?**

- а)  $\varepsilon$ ;
- б)  $\Delta\ell$ ;
- в)  $\mu$ ;
- г) Е.

**42 Як позначається абсолютна поздовжня деформація?**

- а)  $\varepsilon$ ;
- б)  $\Delta\ell$ ;
- в)  $\mu$ ;
- г) Е.

**43 Яка пружна стала матеріалу характеризує зв'язок поперечної та повздовжньої деформації його?**

- а) коефіцієнт Пуассона  $\mu$ ;
- б) модуль пружності I роду Е;
- в) модуль пружності II роду G;
- г) жодна.

**44 Деформація кручення викликається:**

- а) парою сил, що лежать у площинах, перпендикулярних до вісі стержня;
- б) парою сил, що лежать у площинах, паралельних до вісі стержня;
- в) зосередженою силою;
- г) парою довільних сил.

**45 В яких одиницях вимірюється модуль пружності другого роду (модуль зсуву)  $G$  ?**

- а) МПа;
- б) Н·мм;
- в) кН;
- г) Н·м<sup>2</sup>.

**46 Яким символом позначається дотичні напруження?**

- а) Е;
- б) F;
- в)  $\sigma$ ;
- г)  $\tau$ .

**47 В яких одиницях вимірюється дотичні напруження ( $\tau$ )?**

- а) Н/мм<sup>2</sup>;
- б) Н·мм<sup>2</sup>;
- в) Н/мм;
- г) Н<sup>2</sup>/мм<sup>2</sup>.

**48 Від чого залежать допустимі дотичні напруження ( $[\tau]$ )?**

- а) від модуля пружності першого роду;
- б) від площині поперечного перетину;
- в) від властивостей матеріалу;
- г) від довжини стержня.

**49 Як змінюються лінійні розміри зразка при крученні?**

- а) не змінюються;
- б) діаметр зменшується, довжина зростає;
- в) діаметр зростає, довжина зменшується;
- г) діаметр та довжина зростають.

**50 Які матеріали підкоряються закону Гука?**

- а) сталь;
- б) чавун;
- в) і сталь і чавун;
- г) обидва не підкорюються.

**51 Кут повороту одного перерізу відносно другого називається:**

- а) кутом закручування  $\phi$ ;
- б) кутом нахилу;
- в) кутом зсуву  $\gamma$ ;
- г) кутом повороту.

**52 Властивість опиратись деформації, тобто змінювати форму та розміри перерізу називається:**

- а) жорсткістю;
- б) пружністю;
- в) міцністю;
- г) стійкістю.

**53 Яка одиниця вимірювання напруження при згині?**

- а)  $N/m^2$ ;
- б)  $N/m$ ;
- в)  $N/m^3$ ;
- г)  $N \cdot m^2$ .

**54 Яка одиниця вимірювання модуля поздовжньої пружності матеріалу  $E$ ?**

- а)  $N/m^2$ ;
- б)  $N/m$ ;
- в)  $N \cdot m$ ;
- г)  $N \cdot m^2$ ;

**55 Який зв`язок між пружними сталими матеріалу?**

a)  $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$ ;

б)  $\tau = G \cdot \gamma$ ;

в)  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ;

г)  $\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A}$ .

**56 Який фізичний зміст модуля пружності матеріалу Е?**

а) характеризує жорсткість;

б) характеризує міцність;

в) характеризує стійкість;

г) характеризує платність.

**57 Який параметр характеризує жорсткість матеріалу при розтягу – стиску?**

а) модуль пружності I роду Е;

б) модуль пружності II роду G;

в) границя міцності матеріалу  $\sigma_{M}$ ;

г) коефіцієнт Пуассона  $\mu$ .

**58 Згин, при якому поперечна сила в перерізах балка дорівнює нулю називається:**

а) чистим згином;

б) поперечним згином;

в) поздовжнім згином;

г) плоским.

**59 Момент внутрішньої пари, що складається з елементарних нормальних зусиль, які виникають в поперечному перерізі балки при згині називається:**

а) згинальним моментом;

- б) крутильним моментом;
- в) зосередженим моментом;
- г) плоским моментом.

**60 Яка одиниця вимірювання згиального моменту?**

- а) Н · м;
- б) Н/м;
- в) Н/мм<sup>2</sup>;
- г) Н·мм<sup>2</sup>.

**61 Як позначається допустиме напруження?**

- а)  $[\sigma]$ ;
- б)  $\sigma_T$ ;
- в)  $\sigma_{max}$ ;
- г)  $\sigma_P$ .

**62 Які силові фактори викликають нормальні напруження в поперечному перетині балки?**

- а) згидаючі моменти;
- б) зосереджені сили і розподілені навантаження;
- в) крутильні моменти;
- г) поперечні сили.

**63 Поверхня, що розділяє зону стиску від зони розтягу називається:**

- а) нейтральний шар;
- б) нейтральна вісь;
- в) площа перетину;
- г) головна вісь.

**64 Лінія перетину нейтрального шару з площею поперечного перетину називається:**

- а) нейтральна вісь;

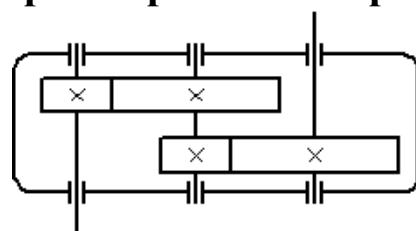
- б) нейтральний шар;
- в) лінія перетину;
- г) головна лінія.

**65 Як розподілені нормальні напруження по висоті перерізу балки?**

- а) по лінійному закону;
- б) по криволінійному закону;
- в) по параболічному закону;
- г) довільно.

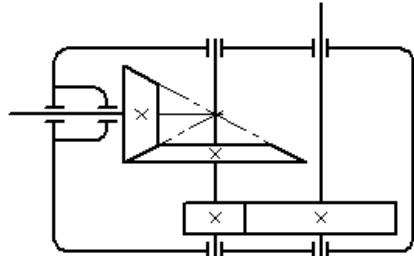
**66 Кінематична схема якого редуктора зображена на рисунку?**

- а) циліндричного двохступінчастого
- б) конічно-циліндричного
- в) черв'ячно-циліндричного
- г) циліндрично-черв'ячного



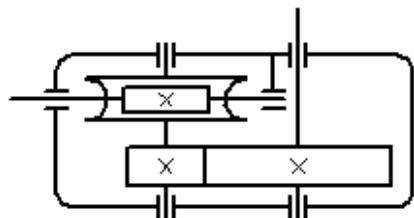
**67 Кінематична схема якого редуктора зображена на рисунку?**

- а) циліндричного двохступінчастого
- б) конічно-циліндричного
- в) черв'ячно-циліндричного
- г) циліндрично-черв'ячного



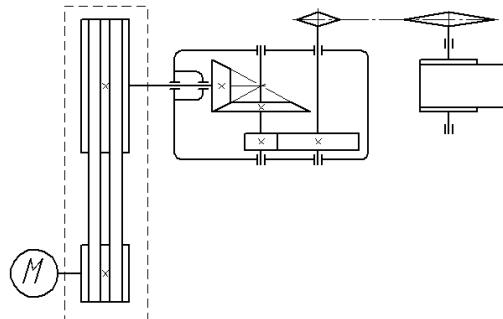
**68 Кінематична схема якого редуктора зображена на рисунку?**

- а) циліндричного двохступінчастого
- б) конічно-циліндричного
- в) черв'ячно-циліндричного
- г) циліндрично-черв'ячного



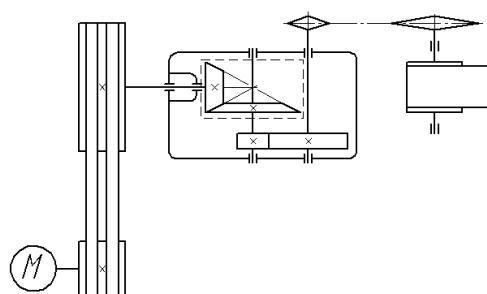
## 69 Яку передачу обведено рамкою?

- a) пасову
- б) зубчасту конічну
- в) зубчасту циліндричну
- г) ланцюгову



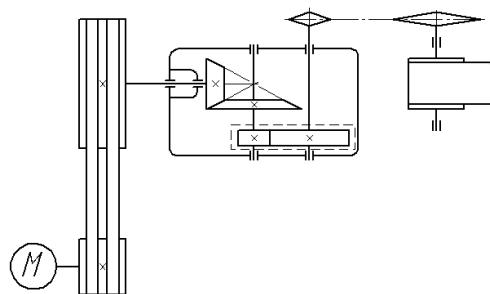
## 70 Яку передачу обведено рамкою?

- а) пасову
- б) зубчасту конічну
- в) зубчасту циліндричну
- г) ланцюгову



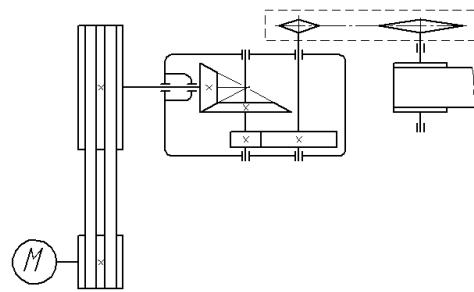
## 71 Яку передачу обведено рамкою?

- а) пасову
- б) зубчасту конічну
- в) зубчасту циліндричну
- г) ланцюгову



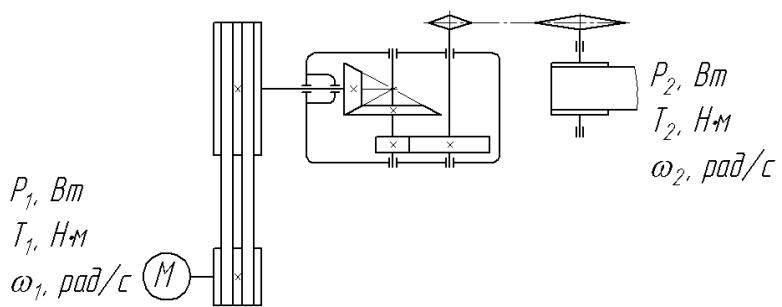
## 72 Яку передачу обведено рамкою?

- а) пасову
- б) зубчасту конічну
- в) зубчасту циліндричну
- г) ланцюгову



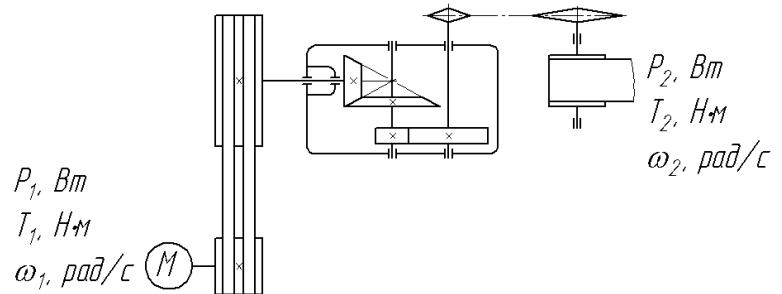
**73 Яке співвідношення між потужностями двигуна  $P_1$  і робочого органу  $P_2$ ?**

- a)  $P_1 > P_2$
- б)  $P_1 < P_2$
- в)  $P_1 = P_2$



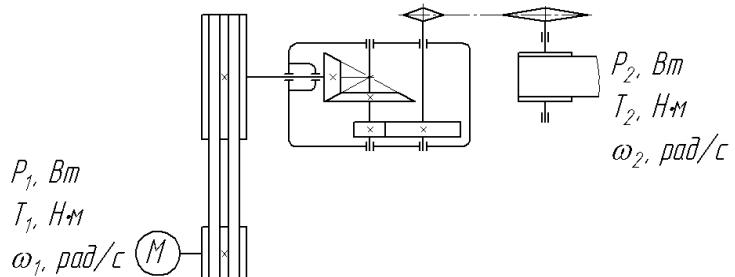
**74 Яке співвідношення між обертаючими моментами двигуна  $T_1$  і робочого органу  $T_2$ ?**

- а)  $T_1 > T_2$
- б)  $T_1 < T_2$
- в)  $T_1 = T_2$



**75 Яке співвідношення між кутовими швидкостями двигуна  $\omega_1$  і робочого органу  $\omega_2$ ?**

- а)  $\omega_1 > \omega_2$
- б)  $\omega_1 < \omega_2$
- в)  $\omega_1 = \omega_2$



**76 Як можна визначити обертаючий момент на валу  $T$ , знаючи потужність  $P$  і кутову швидкість  $\omega$  на цьому валу?**

- а)  $T = \frac{P}{\omega}$
- б)  $T = P \cdot \omega$

в)  $T = \frac{\omega}{P}$

г)  $T = \pi \cdot P \cdot \omega$

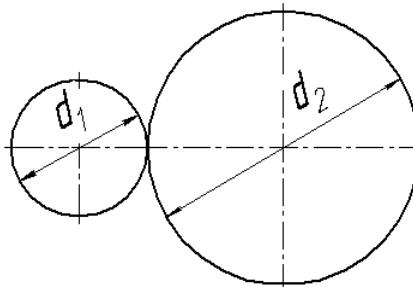
**77 За якою формулою можна визначити передаточне число передачі  $u$ ?**

а)  $u = \frac{d_2}{d_1}$

$P_1, B\pi$

$T_1, H\cdot M$

$\omega_1, rad/s$



$P_2, B\pi$

$T_2, H\cdot M$

$\omega_2, rad/s$

б)  $u = \frac{d_1}{d_2}$

в)  $u = d_1 \cdot d_2$

г)  $u = 0,5 \cdot d_1 \cdot d_2$

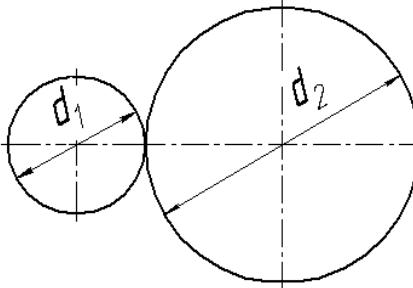
**78 За якою формулою можна визначити передаточне число передачі  $u$ ?**

а)  $u = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

$P_1, B\pi$

$T_1, H\cdot M$

$\omega_1, rad/s$



$P_2, B\pi$

$T_2, H\cdot M$

$\omega_2, rad/s$

б)  $u = \frac{\omega_1}{\omega_2}$

в)  $u = \omega_1 \cdot \omega_2$

г)  $u = 0,5 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2$

**79 Як можна визначити потужність на веденому валу  $P_2$ , знаючи потужність на ведучому валу  $P_1$  і коефіцієнт корисної дії  $\eta$ ?**

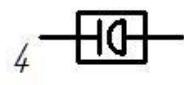
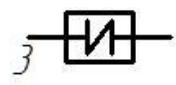
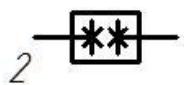
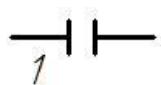
а)  $P_2 = P_1 \cdot \eta$

б)  $P_2 = \frac{P_1}{\eta}$

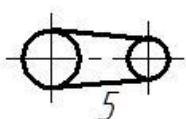
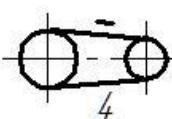
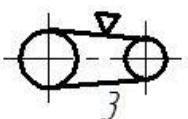
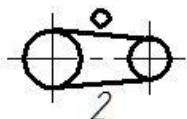
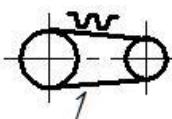
в)  $P_2 = P_1 - P_1 \cdot \eta$

г)  $P_2 = P_1 + P_1 \cdot \eta$

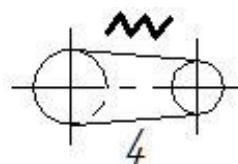
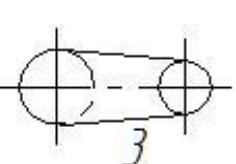
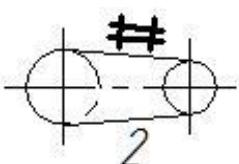
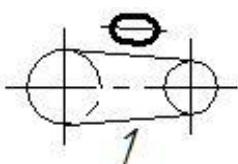
**80 На якому з рисунків зображене загальне позначення муфти?**



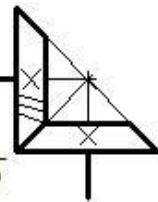
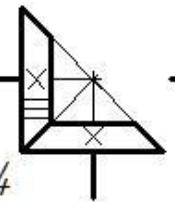
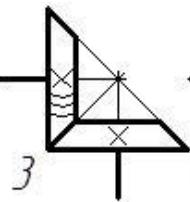
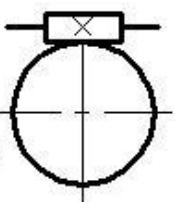
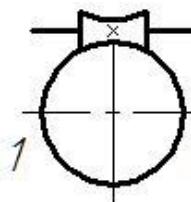
**81 На якому з рисунків зображене загальне позначення пасової передачі?**



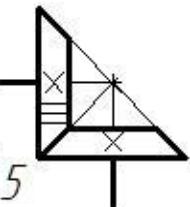
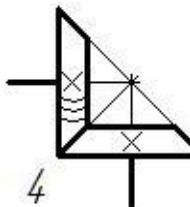
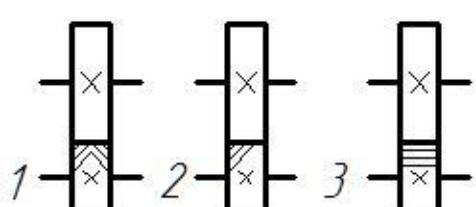
**82 На якому з рисунків зображене загальне позначення ланцюгової передачі?**



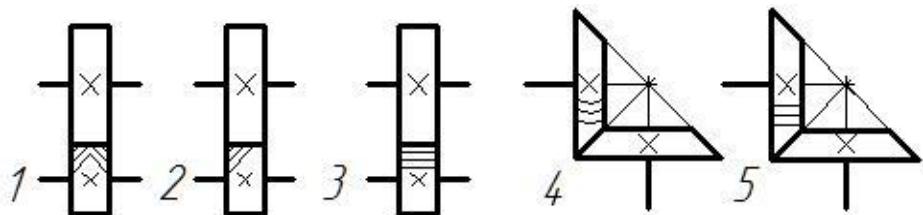
**83 На якому з рисунків зображене позначення прямозубої конічної зубчастої передачі?**



**84 На якому з рисунків зображене позначення прямозубої циліндричної зубчастої передачі?**

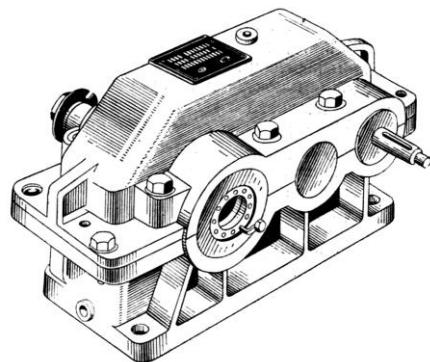


**85 На якому з рисунків зображене позначення косозубої циліндричної зубчастої передачі?**



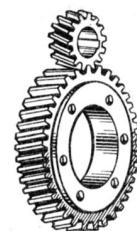
**86 Редуктор – це механізм, що виконано у виді окремого агрегату і призначено для ...**

- а) ...зниження кутової швидкості та зменшення обертаючого моменту
- б) ...зниження обертаючого моменту збільшення кутової швидкості
- в) ...збільшення обертаючого моменту потужності
- г) збільшення обертаючого моменту та потужності



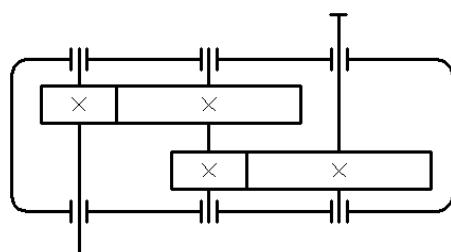
**87 Яке зубчасте колесо з пари зубчастого зачеплення прийнято називати терміном шестерня?**

- а) менше по діаметру
- б) більше по діаметру
- в) завжди ведуче
- г) завжди ведене



**88 Як визначити загальне передаточне число двохступінчатого циліндричного редуктора  $u_{\text{заг}}$ , знаючи передаточне число швидкохідної  $u_{\text{ш}}$  та тихохідної  $u_{\text{т}}$  ступіней?**

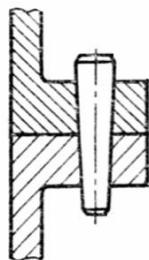
- а)  $u_{\text{заг}} = u_{\text{ш}} \cdot u_{\text{т}}$
- б)  $u_{\text{заг}} = u_{\text{ш}} - u_{\text{т}}$
- в)  $u_{\text{заг}} = u_{\text{ш}} + u_{\text{т}}$



$$\text{г) } u_{\text{заг}} = \frac{u_{\text{ш}} + u_{\text{т}}}{2}$$

**89 Для яких цілей служать штифти між корпусом і кришкою редуктора?**

- а) щоб забезпечити точне положення кришки відносно корпуса
- б) щоб забезпечити герметичність редуктора
- в) щоб збільшити жорсткість корпуса
- г) щоб полегшити процес розбирання редуктора



**90 Вкажіть формулу для визначення модуля зубчастого зачеплення  $m$ , якщо відомий крок по дузі дільнього кола колеса  $p$ .**

- а)  $m = \frac{p}{\pi}$
- б)  $m = \frac{\pi}{p}$
- в)  $m = \pi \cdot p$
- г)  $m = \pi \cdot p^2$

**91 Чому, як правило, косозуба шестерня виконується з лівим, а колесо з правим напрямком зуба?**

- а) для забезпечення технологічності виготовлення
- б) для забезпечення більшої жорсткості
- в) для забезпечення більшої міцності
- г) для забезпечення кращого контакту зубів



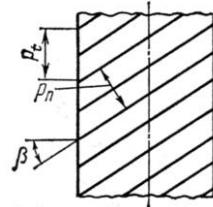
**92 Який напрямок зуба повинне мати циліндричне косозубе зубчасте колесо для зачеплення з колесом, що має лівий напрямок зуба?**

- а) правий
- б) лівий

- в) шевронний  
г) не має значення

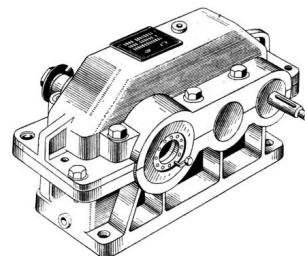
**93 Яке співвідношення між торцевим  $m_t$  і нормальним  $m_n$  модулем справедливе для косозубого циліндричного колеса?**

- а)  $m_t > m_n$   
б)  $m_t < m_n$   
в)  $m_t = m_n$



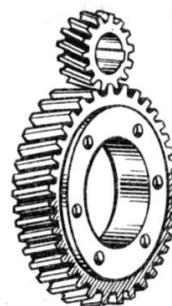
**94 Який із валів двохступінчастого зубчастого циліндричного редуктора має найменший діаметр?**

- а) ведучий  
б) проміжний  
в) ведений  
г) всі одинакові



**95 Як можна визначити передаточне число  $u$ , якщо відомо число зубів шестерні  $z_1$  та число зубів колеса  $z_2$ ?**

- а)  $u = \frac{z_2}{z_1}$   
б)  $u = \frac{z_1}{z_2}$   
в)  $u = z_1 + z_2$   
г)  $u = z_2 - z_1$

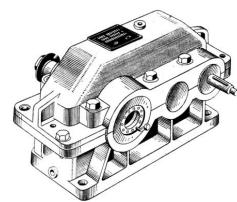


**96 Який із модулів торцевий  $m_t$  або нормальній  $m_n$  косозубого циліндричного колеса повинний відповісти держстандарту?**

- а)  $m_n$   
б)  $m_t$   
в) обидва відповідають  
г) обидва не відповідають

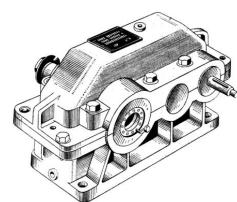
**97 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора передає найбільший обертаючий момент?**

- а) ведений
- б) ведучий
- в) проміжний
- г) всі передають одинаковий



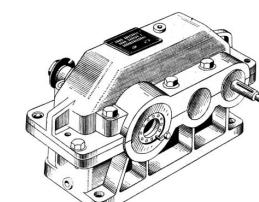
**98 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора передає найменший обертаючий момент?**

- а) ведений
- б) ведучий
- в) проміжний
- г) всі передають одинаковий



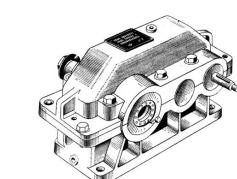
**99 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора має найбільшу кутову швидкість?**

- а) ведений
- б) ведучий
- в) проміжний
- г) всі передають одинакову



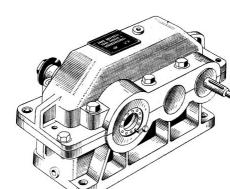
**100 Який вал циліндричного двохступінчастого редуктора має найменшу кутову швидкість?**

- а) ведений
- б) ведучий
- в) проміжний
- г) всі передають одинакову



**101 На якому валу циліндричного двохступінчастого редуктора потужність найбільша?**

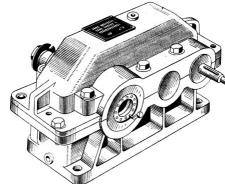
- а) ведений
- б) ведучий



- в) проміжний
- г) всі передають однакову

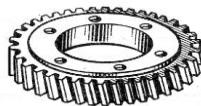
**102 На якому валу циліндричного двохступінчастого редуктора потужність найменша?**

- а) ведений
- б) ведучий
- в) проміжний
- г) всі передають однакову



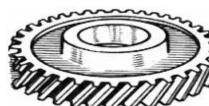
**103 Який напрямок зуба має зубчасте колесо, що зображене на рисунку?**

- а) правий
- б) лівий



**104 Який напрямок зуба має зубчасте колесо, що зображене на рисунку?**

- а) лівий
- б) правий



**105 Як забезпечується герметичність стику корпуса і кришки редуктора?**

- а) за допомогою рідкого герметика
- б) за допомогою прокладки
- в) за рахунок точної механічної обробки
- г) за рахунок щільного притискання кришки до корпусу за допомогою болтів

**106 У курсі «Деталі машин» розглядаються питання розрахунку і конструювання ...**

- а) прямих валів
- б) гнуучких валів
- в) колінчастих валів
- г) порожнистих валів

**107 Продовжте формулювання поняття "ВАЛ РЕДУКТОРА":**

**"Деталь редуктора, яка служить для ...**

- а) передачі обертаючого моменту, і підтримки деталей передач"
- б) передачі обертаючого моменту"
- в) для з'єднання зубчастих коліс"
- г) підтримки деталей передач"

**108 Чим відрізняється вал від осі?**

- а) вал передає обертаючий момент, вісь не передає
- б) вал обертається, вісь не обертається
- в) вал ступінчастий, вісь гладка
- г) вал не обертається, вісь обертається

**109 Вали передач працюють на...**

- а) згин та кручення
- б) згин та розтяг
- в) згин та стиск
- г) згин

**110 Вали призначенні для ...**

- а) передачі обертаючого моменту і підтримки обертових деталей
- б) підтримання обертових деталей машин
- в) з'єднання різних деталей
- г) забезпечення синхронності роботи окремих деталей машин

**111 Осі призначенні для ...**

- а) підтримання обертових деталей машин
- б) передачі обертаючого моменту і підтримки обертових деталей
- в) з'єднання різних деталей
- г) забезпечення синхронності роботи окремих деталей машин

**112 Вкажіть основну відміність орієнтовного і наближеного розрахунків вала на міцність**

- а) орієнтовний – на кручення, наближений – на кручення і згин
- б) орієнтовний – на згин, наближений – на кручення
- в) орієнтовний – на кручення, наближений – на згин
- г) орієнтовний – на кручення, наближений – на кручення

**113 Вкажіть вихідні дані, необхідні і достатні для орієнтовного розрахунку вала**

- а) момент обертаючий на валу
- б) колове зусилля на валу
- в) потужність на валу
- г) радіальне зусилля на валу

**114 Вкажіть основні вимоги, які пред'являють до матеріалів валів редукторів**

- а) забезпечення міцності і жорсткості
- б) забезпечення мінімальної металоємності
- в) забезпечення корозійної стійкості
- г) забезпечення високої пружності

**115 Вкажіть формулу для визначення полярного моменту опору перетину вала при крученні (d - діаметр перетину)**

- а)  $W_p = 0,2 \cdot d^3$
- б)  $W_p = 0,2 \cdot d^4$
- в)  $W_O = 0,2 \cdot d^3$
- г)  $W_X = 0,2 \cdot d^3$

**116 Умова міцності при крученні має вигляд:**

- а)  $\tau_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_p} \leq [\tau]$
- б)  $\sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} \leq [\sigma]$

$$\text{в)} \quad \tau_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} \leq [\tau]$$

$$\text{г)} \quad \tau_{\max} = \frac{M_{\max}}{A} \leq [\tau]$$

**117 Яка форма шийок під підшипники найбільш пошиrena у конструкціях валів редукторів загального призначення?**

- а) циліндрична
- б) конічна
- в) сферична
- г) гелікоїdalна

**118 Які види валів звичайно застосовуються у зубчастих редукторах загального призначення?**

- а) прямі ступінчасті
- б) колінчасті
- в) гнуцкі
- г) порожнисті

**119 Які матеріали частіше усього застосовуються для виготовлення валів редукторів?**

- а) середньовуглецеві конструкційні і леговані сталі
- б) низьковуглецеві конструкційні і леговані сталі
- в) високоміцні і модифіковані чавуни
- г) високовуглецеві конструкційні і леговані сталі

**120 Вкажіть послідовність проведення розрахунків на міцність при конструюванні валів редуктора**

- а) орієнтовний, наблизений, уточнений
- б) наблизений, орієнтовний, уточнений
- в) орієнтовний, уточнений, наблизений
- г) уточнений, наблизений, плоскостний

*Навчальне видання*

**Антонова Галина Володимирівна  
Мацулевич Олександр Євгенович  
Михайлена Олена Юріївна  
Пихтєєва Ірина Вікторівна  
Івженко Олександр Васильович  
Холодняк Юлія Володимирівна  
Щербина Віктор Михайлович  
Дмітрієв Юрій Олексійович**

## **ІНЖЕНЕРНА МЕХАНІКА**

*практикум*

Надруковано з оригіналів макетів замовника  
Підписано до друку 26.05.2021 р. формат 60x84 1/16  
Папір офсетний. Наклад 100 примірників.  
Замовлення №

Видано ПП Верескун В.М.  
Видавничо – поліграфічний цент «Люкс»  
м. Мелітополь, вул. М. Грушевського, 10 тел.: т. 0619 (44-45-11)

свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виробників  
і розповсюджувачів видавничої продукції від 11.06.2002 р. серія ДК №1125