

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСЕННЯ В ПОВЕРХНЕВИХ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Дідур В. В.¹, д.т.н.,
Журавель Д. П.^{1,2}, д.т.н.,
Колесніченко І. А.³, аспірант,
Петриченко Є. А.¹, к.т.н.

¹Уманський національний університет, м. Умань, Україна.

²Таврійський державний агротехнологічний університет імені
Дмитра Моторного, м. Запоріжжя, Україна.

³Полтавський державний аграрний університет.

Постановка проблеми. Тепломасоперенесення у капілярно пористих середовищах визначає перебіг широкого класу технологічних процесів у будівельній, харчовій, хімічній промисловості та агрофізиці. Класичні підходи (школа А. В. Ликова/Люїкова, Р. Ya. Polubarinova Kochina, J .R. Philip, D. A. de Vries тощо) закладають основу теоретичного опису спільного перенесення тепла та вологи з урахуванням фазових перетворень і градієнтів температури. Однак феноменологічні моделі часто спираються на матеріалозалежні емпіричні коефіцієнти, що ускладнює їх універсальне застосування [1,2]. Тут пропонується модель, у якій параметри масоперенесення визначаються через ізотерми сорбції та термодинамічні співвідношення, без введення важкодоступних емпіричних констант[3,4].

Основні матеріали дослідження. Для двофазної системи «рідина–водяна пара» в пористому тілі записуємо рівняння збереження маси за формулами 1, 2:

$$\partial_t(\rho_{lig}\theta_{lig}) + \nabla(\rho_{lig}u_{lig}) = -I \quad (1)$$

$$\partial_t(\rho_v\theta_v) + \nabla(\rho_vu_v) = +I \quad (2)$$

де: ρ_{lig}, ρ_v — густини рідкої та парової фаз;

θ_{lig}, θ_v — їхній об'ємний вміст;

u_{lig}, u_v — швидкості фільтрації;

III — інтенсивність масообміну між фазами.

Вологовміст: $w = \rho_{lig}\theta_{lig} + \rho_v\theta_v$.

Склавши формули 1 і 2 отримали формулу 3:

$$\partial_t w + \nabla(\rho_vu_v + \rho_{lig}u_{lig}) = 0 \quad (3)$$

Замикаючі співвідношення. Гіпотеза локальної термодинамічної рівноваги пов'язує відносну вологість φ з парціальним тиском пари P_v та температурою T через $\varphi = P_v/P_{sat}(T)$. Рівняння Кельвіна встановлює зв'язок між тиском рідини P_{lig} , P_v та T :

$$P_{lig} = P_v - (P_{sat}(T) + \frac{RT\rho_{lig}}{M} \ln\varphi) \quad (4)$$

де: R — газова стала;

M — молярна маса води.

Ізотерма сорбції $\theta_e = f(\varphi, T)$ задає функціональну залежність рівноважного вмісту вологи від φ та T . Комбінуючи (4) з $\varphi = P_v/P_{sat}(T)$ та законом ідеального газу, отримуємо вирази $w = w(P_{lig}, T)$ і $P_v = P_v(T, P_{lig})$.

Закон фільтрації. Швидкості фаз описуються узагальненим законом Дарсі з відносними фазовими проникностями $K_{lig}(\theta_{lig})$, $K_v(\theta_v)$ за формулами 5, 6:

$$u_{lig} = -\frac{K_0 K_{lig}}{\eta_{lig}} (\nabla P_{lig} - \rho_{lig} g) \quad (5)$$

$$u_v = -\frac{K_0 K_v}{\eta_v} \nabla P_v \quad (6)$$

де: K_0 — абсолютна проникність;

η_{lig}, η_v — динамічні в'язкості;

g — прискорення вільного падіння.

Рівняння вологоперенесення. Підставивши з формул 4, 5, 6 до формули 3 та диференціюючи $w(P_{lig}, T)$, одержуємо формулу 7:

$$C_{hv} \partial_t T + C_{wp} \partial_t P_{lig} - \nabla(K_{hv} \nabla T) - \nabla(K_{wv} \nabla P_{lig} - K_w \rho_{lig} g) = 0 \quad (7)$$

де: коефіцієнти $C_{hv} = \frac{\partial w}{\partial T}$, $C_{wp} = \frac{\partial w}{\partial P_{lig}}$, $K_{hv} = \frac{\rho_v K_0 K_v \partial P_v}{\partial T}$, $K_{wv} = \frac{\rho_v K_0 K_v}{\eta_v}$, $K_w = \rho_{lig} K_0 K_{lig} / \eta_{lig}$.

Рівняння енергії. З урахуванням прихованої теплоти фазових перетворень (включно з теплою сорбції) за формулою 8:

$$\partial_t (C_v T) - \nabla(\lambda(\theta_{lig}, T) \nabla T) + LI = 0 \quad (8)$$

де: C_v — об'ємна теплоємність;

λ — ефективна теплопровідність;

L — питома теплота фазового переходу.

Пара формул 7 – 8 утворює систему нелінійних рівнянь для T та P_{lig} .

Чисельна реалізація. Для просторової дискретизації використано метод зважених нев'язок у постановці Галеркіна з базисними функціями N_j та апроксимаціями за формулою 9:

$$T \approx \sum_j T_j N_j \quad P_{lig} \approx \sum_j P_{lig,j} N_j \quad (9)$$

За часом застосовано узагальнену схему з параметром $\gamma \in [0,1]$:

$$\partial_t T|^{n+\gamma} \approx \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t}, \quad T^{n+\gamma} = (1 - \gamma)T^{n+\gamma} + \gamma T^{n+1}$$

Після підстановки до 7 – 8 та інтегрування по елементам отримано систему нелінійних алгебраїчних рівнянь щодо $\{T_j^{n+1}, P_{lig,j}^{n+1}\}$, яка розв'язується методом Ньютона–Рафсона. Граничні умови 1-го/2-го роду та потоки паро- та теплоперенесення на поверхні задаються стандартно; випаровування описується через умову на $P_{lig}(\varphi, T)$ з використанням ізотерми сорбції.

Верифікація моделі. Чисельно відтворено задачу неізотермічного вологоперенесення у верхньому шарі ґрунту з реальними метеовпливами. Розрахункові криві вологовмісту на глибині 2 см за дванадцять діб узгоджуються з експериментом у межах 95% довірчого інтервалу, що підтверджує адекватність моделі для практичних застосувань у будівництві, агрофізиці та харчових технологіях.

Висновок. Запропоновано узгоджену феноменологічну модель спільного тепло- та масоперенесення у капілярно-пористих середовищах без використання вузькоматеріальних емпіричних коефіцієнтів. Розроблено обчислювальну схему (Галеркін + Ньютона–Рафсона), придатну для 2D/3D-геометрій і реальних граничних умов. Показано задовільну відповідність із експериментом для задач ґрунтового волого- і теплообміну. Модель може застосовуватись для аналізу сушіння, сорбції та випаровування у будівельних матеріалах, харчових продуктах і природних середовищах.

Список використаних джерел

1. Журавель Д. П., Дідур В. В. Механіко-технологічні основи глибокої переробки насіння рицини на енергетичну біосировину: монографія. Запоріжжя: ТДАТУ, 2025. 275 с., іл.
2. Журавель Д.П. Обґрунтування технологій отримання рицинової олії. Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі», Запоріжжя, 2022. С. 25–28.
3. Дідур В. В., Журавель Д. П., Шокарев О. М., В'юнник О. В., Комар А. С. Аналіз технологій отримання олії з олійних культур. Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету: електронне наукове фахове видання / ТДАТУ; гол. ред. д.т.н., проф. В. М. Кюрчев. Мелітополь: ТДАТУ, 2022. Вип. 12, том 3. 10 с.
4. Журавель Д.П., Дідур В.В. Моделювання процесу очищення рицинової олії в електричному полі. Матеріали VI Міжнародної

науково-практичної конференції. «Технічне забезпечення інноваційних технологій в агропромисловому комплексі» (01–25 листопада 2024 року). Запоріжжя, 2024. С. 98–104.