**УДК 514.8**

# МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ З ПІДВИЩЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Холодняк Ю.В., к.т.н.,
Гавриленко Є.А., д.т.н.
*Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного, м. Мелітополь, Україна.*

***Постановка проблеми***. Конструювання виробів, функціональним призначенням яких є взаємодія із середовищем (робочі органи сільськогосподарських машин, канали двигуна внутрішнього згоряння, лопатки турбін та ін.), вимагає розробки методів моделювання поверхонь за заданими умовами. До таких умов належать: проходження через заданий масив точок або ліній, регламентований характер зміни характеристик уздовж поверхні (положень дотичних, значень радіусів кривини) [1-4].

Складні поверхні можуть бути сформовані на основі каркасу, елементами якого є плоскі криві лінії. З геометричної точки зору властивості поверхні забезпечуються властивостями кривих, що входять до її визначника [5-6]. Забезпечення заданої динаміки зміни характеристик уздовж поверхонь, які обмежують робочі органи ґрунтообробних інструментів, сприяє запобіганню залипання ґрунтом інструменту та зменшенню енергетичних витрат при переміщенні ґрунту. При використанні в якості елементів каркасу дискретно представлених кривих (ДПК) є природним використання відповідних методів дискретного геометричного моделювання.

Метод формування плоских дискретно представлених кривих ліній (ДПК) на основі довільного точкового ряду, за заданими умовами, запропоновано у роботах [7-8]. Метод дозволяє забезпечити закономірну зміну кривизни вздовж кривих. На основі запропонованого методу розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє формувати ДПК, що складається з як завгодно великої кількості точок. Отриманий точковий ряд в автоматичному режимі інтерполюється B-сплайном в системі автоматизованого проектування SolidWorks [9].

Завданням дослідження є розробка методики формування робочої поверхні інструменту для розпушування ґрунту. Модель поверхні формується на основі каркасу, елементами якого є плоскі криві із закономірною зміною кривизни.

***Основні матеріали дослідження***. Розглянемо задачу формування геометричної моделі інструменту для розпушування ґрунту. Інструмент є фрезою, що складається з диска з трьома грунтообробними елементами (рис. 1). У процесі розпушування ґрунту інструмент здійснює поступально-обертальний рух.

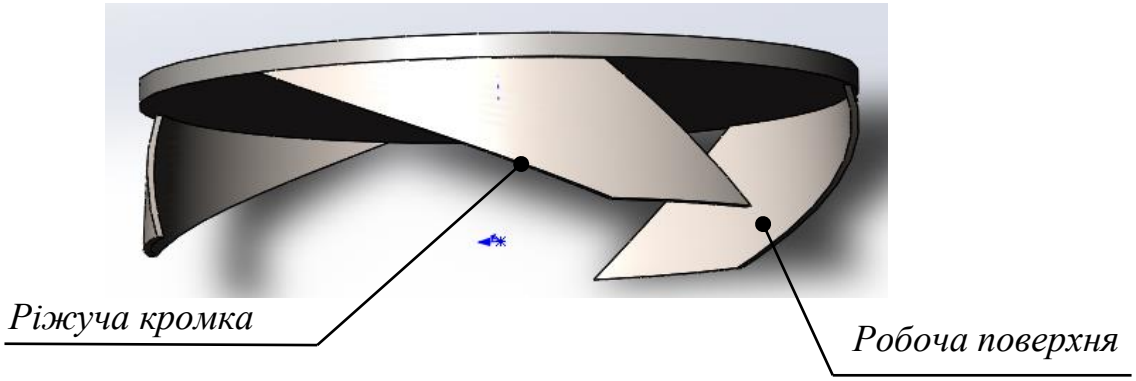
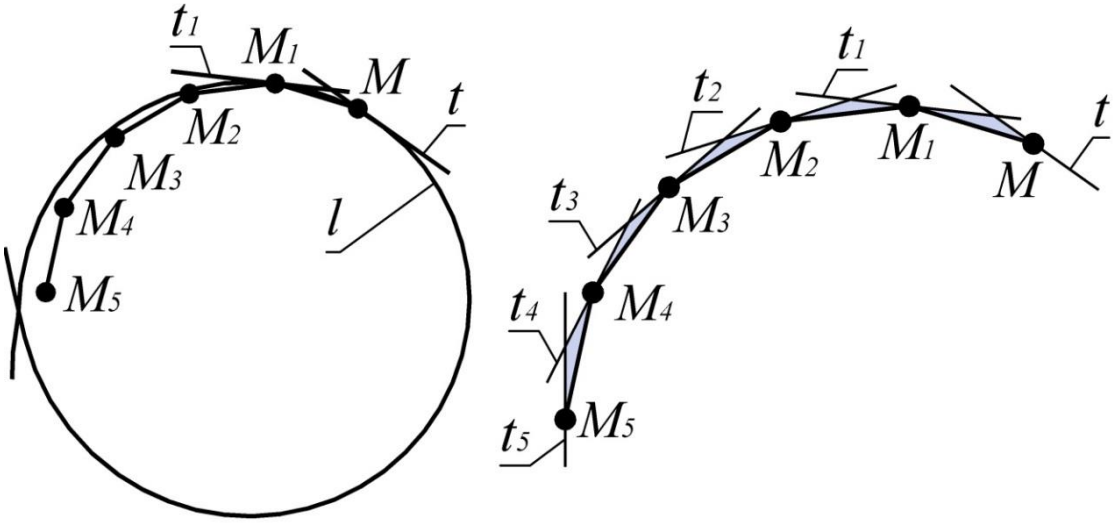



**Рис. 1. Фреза для розпушування ґрунту**

Вихідними даними для формування геометричної моделі робочої поверхні грунтообробного елемента є упорядкований масив точок, що їй належать, і ріжуча кромка інструменту - циліндрична гвинтова лінія. Вихідні точки визначають плоскі ДПК, що представляють сімейство горизонтальних перерізів поверхні, що формується.

Точки, розташовані на ріжучій кромці (на рис. 2, а це точка *M*) здійснюють рух по циклоїді (на рис. 2, а це крива *l*). Точки кожного з горизонтальних перерізів призначені всередині області, обмеженою кривою *l*. При цьому траєкторія руху точки має з кривою *l* загальну точку торкання. Таке розташування точок, що належать робочій поверхні, дозволяє мінімізувати зминання ґрунту.




а) б)

**Рис. 2. Формування вихідної ДПК**

Запобіганню залипання ґрунтом поверхні інструменту та зниженню витрат енергії при обробці ґрунту сприяє закономірна зміна кривизни вздовж ліній, що представляють горизонтальні перетини поверхні.

Розглянемо один із горизонтальних перетинів каркасу. Вихідна ДПК складається із 6 точок. Положення дотичних у вихідних точках призначаються так:

- визначається положення точки дотику траєкторії руху точки ($M1$) з кривою $l$;
- положення дотичної в точці $M1(t1)$ визначається положенням дотичної до кривої $l$ у точці торкання.

В результаті отримано ДПК, задану координатами точок і положеннями дотичних у цих точках (рис. 2, б). Далі проводиться аналіз ДПК, внаслідок якого точковий ряд розбивається на ділянки, на основі яких може бути сформована крива з монотонною зміною кривизни. У вихідних точках визначаються діапазони значень радіусів кривизни, у яких завдання формування монотонної кривої має розв'язок [8].

Обвід формується на основі базисних трикутників, які обмежені дотичними у двох послідовних вузлах ДПК та хордою, яка з'єднує ці вузли. Розглянемо ділянку ДПК між двома послідовними вузлами $i$ та $i+1$, у яких задані положення дотичних: $t_i$ та $t_{i+1}$ (рис. 1).

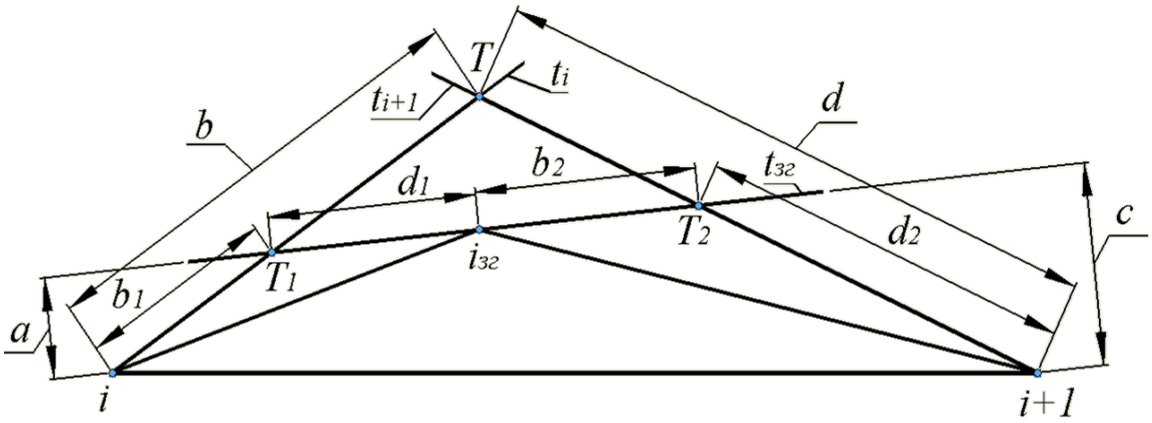



**Рис. 3. Схема згущення ДПК**

На кожному кроці згущення всередині вихідного базисного трикутника визначається точка згущення ($i_{зг}$) та дотична до кривої ($t_{зг}$), що проходить через цю точку. В результаті всередині базисного трикутника $i;T;i+1$ отримаємо два нових базисних трикутника $i;T_1;i_{зг}$ та $i_{зг};T_2;i+1$. Для того, щоб забезпечити другий порядок гладкості обводу необхідно, щоб на основі кожного нового базисного трикутника можна було отримати криву, значення кривини якої у вихідному вузлі таке ж саме, як у вузлах вихідної ДПК. При цьому параметри базисних трикутників мають забезпечити можливість монотонної зміни кривини уздовж обводу.

Значення радіусів кривини ДПК у точках $i$ та $i+1$, які визначає базисний трикутник $i;T;i+1$ можна оцінити за формулами:

$$R_i = \frac{b^3}{S}, \qquad R_{i+1} = \frac{d^3}{S}, \tag{1}$$

де $b=|i;T|$ та $d=|T;i+1|$ – довжини сторін базисного трикутника, $S$ – площа базисного трикутника.

Отже, при проведенні згущення необхідно забезпечити виконання наступних умов.

1) Значення радіусів кривини в точках $i$ та $i+1$, що визначають базисні трикутники $i;T_1;i_{зг}$ та $i_{зг};T_2;i+1$ ($\vec{R}_i$ та $\overleftarrow{R}_{i+1}$), мають дорівнювати значенням радіусів кривини у цих точках, що визначає базисний трикутник $i;T;i+1$ ($R_i$ та $R_{i+1}$), тобто

$$R_i = \vec{R}_i, \qquad R_{i+1} = \overleftarrow{R}_{i+1}, \tag{2}$$

2) Значення радіусів кривини у точці $i_{зг}$, що визначають базисні трикутники $i;T_1;i_{зг}$ та $i_{зг};T_2;i+1$ ($\vec{R}_{зг}$ та $\overleftarrow{R}_{зг}$) мають бути рівними, тобто

$$\vec{R}_{зг} = \overleftarrow{R}_{зг}. \tag{3}$$

Виконання умов (1) та (2) забезпечує другий порядок гладкості кривої, що моделюється. Для забезпечення монотонного зростання радіусів кривини уздовж обводу необхідно ввести додаткові вимоги:

$$\vec{R}_i < \vec{R}_{зг} \text{ та } \overleftarrow{R}_{зг} < \overleftarrow{R}_{i+1}. \tag{4}$$

Виразимо через параметри базисних трикутників систему обмежень (2), (3) та (4). У відповідності до (1) умова (2) має вигляд:

$$\frac{b^3}{S} = \frac{b_1^3}{S_1} \text{ та } \frac{d^3}{S} = \frac{d_2^3}{S_2}, \tag{5}$$

де $b_1=|i;T_1|$ та $d_2=|T_2;i+1|$ – довжини сторін базисних трикутників, отриманих в результаті згущення, $i;T_1;i_{зг}$ та $i_{зг};T_2;i+1$ відповідно; $S_1$ та $S_2$ – площі вказаних базисних трикутників.

Площі базисних трикутників можна обчислити за формулами:

$$S_1 = \frac{1}{2} d_1 \cdot a \text{ та } S_2 = \frac{1}{2} b_2 \cdot c, \tag{6}$$

де $a$ та $c$ – відстані від точок $i$ та $i+1$ до дотичної $t_{зг}$.

Підставимо (1) та (6) до формули (3) та отримаємо $\frac{d_1^2}{b_2^2} = \frac{a}{c}$. У відповідності до (1) умова (4) приймає вигляд: $b_1<d_1$ та $b_2<d_2$.

Таким чином при моделюванні обводу другого порядку гладкості із монотонним зростанням кривини необхідною умовою є виконання (7) та (8) на кожному кроці згущення.

В результаті згущення отримано точковий ряд, що складається з 41 точки, що задає горизонтальний перетин робочої поверхні. Отриманий точковий ряд представляє криву з монотонною зміною кривизни. Максимальна відстань від ланки супровідної ламаної лінії точкового ряду до кривої, що відповідає умовам задачі, не перевищує $10^{-6}$.

В якості напрямної лінії каркасу прийнята циліндрична гвинтова лінія, яка представляє ріжучу кромку інструменту. На основі каркасу, що складається з 5 горизонтальних перерізів та просторової напрямної кривої, у пакеті SolidWorks сформована поверхня робочого органу (рис. 4).

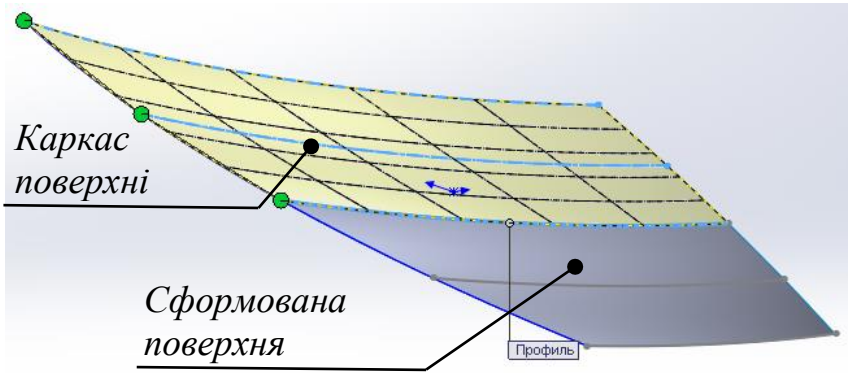



**Рис. 4. Модель поверхні інструменту**

Отримана геометрична модель інструменту використовується як вихідні дані при розробці керуючої програми для верстата з числовим програмним керуванням у пакеті PowerMill.

***Висновки.*** У роботі запропоновано методику формування комп'ютерної геометричної моделі функціональної поверхні інструменту для розпушування ґрунту. Вихідними даними є точковий масив, що представляє сімейство горизонтальних перерізів поверхні. Запропонована методика включає такі етапи:

- розрахунок координат точок ДПК, які є елементом каркасу поверхні, що формується, за заданими геометричними умовами;
- формування B-сплайну, що інтерполює отриманий точковий ряд;
- формування криволінійної поверхні на основі каркасу, що складається з сімейства горизонтальних перетинів та напрямної кривої.

Положення точок вихідного точкового масиву дозволяє зменшити зминання ґрунту при поступально-обертальному русі інструменту. Закономірна зміна кривизни вздовж ліній, що становлять

горизонтальні перерізи робочої поверхні, сприяє зменшенню витрат енергії при обробці ґрунту.

Розроблена методика може застосовуватися як під час вирішення задач зворотного інжинірингу (відновлення геометрії виробу за реальним фізичним зразком), і при конструюванні нових виробів.

***Список використаних джерел***


1. Zhou Y., Schulze J., Schaffler S. Flank millable blade design for centrifugal compressors. *Control and Automation*. Thessaloniki, 2009. P. 646 - 650. DOI: 10.1109/MED.2009.5164616

2. Wen A.S., Shamsuddin S.M., Samian Y. Ship hull fitting using NURBS. *Computer Graphics, Imaging and Vision: New Trends*. Washington, Brussels, Tokyo, 2005. P. 431 - 436. DOI: 10.1109/CGIV.2005.66

3. Hongli W., Wei Z. Modeling of no-tillage planter i simulation of cutting-stubble knife. *System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization*. Chengdu, 2012. P. 335 - 338. DOI: 10.1109/ICSSEM.2012.6340880

4. Ampofo J., Ferguson F. Optimal design of aircraft wing structures: computer aided design method. *Robotics, automation, control and manufacturing: trends, principles and applications*. Greensboro, 2002. Vol. 14. P. 471 - 480. DOI: 10.1109/WAC.2002.1049483

5. Havrylenko Y., Cortez J.I., Kholodniak Y., Alieksieieva H., Garcia G.T. Modelling of surfaces of engineering products on the basis of array of points. Tehnicki Vjesnik. 2020. Vol. 27(6).

6. Kholodniak Yu., Havrylenko Ye., Pykhtieieva I., Shcherbyna V. Design of Functional Surfaces in CAD System of SolidWorks via Specialized Software. Modern Development Paths of Agricultural Production. Cham: Springer International Publishing, 2019. P. 63-74.

7. Холодняк Ю.В., Гавриленко Е.А., Ивженко А.В., Найдыш А.В. Моделирование участка пространственной монотонной кривой линии. Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання. – Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2020. Вып.17. С. 131-137.

8. Havrylenko Ye., Kholodniak Yu., Halko S., Vershkov O., Bondarenko L., Suprun O., Miroshnyk O., Shchur T., Śrutek M., Gackowska M. Interpolation with Specified Error of a Point Series Belonging to a Monotone Curve. Entropy (Basel). 2021; 23(5):493.

9. Гавриленко Е.А., Холодняк Ю.В., Антонова Г.В., Чаплинский А.П. Разработка алгоритма программного обеспечения для формирования обводов по заданным геометрическим условиям. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь: ТДАТУ ім. Д. Моторного, 2020. Вип. 20, т. 3. С. 293-303.