Тема 4. Вимірювання. [1 с. 124-129; 2 с. 91-155]

4.1 Вимірювання – джерело інформації.
4.2 Основний постулат метрології.
4.3 математична і емпірична моделі результату вимірювання.
4.4 Вірогідність і точність вимірювання.
4.5 Однократні і багатократні вимірювання.
4.6 Методи вимірювання, вибір засобів вимірювання.

4.1 Вимірювання – джерело інформації.

Метрологія – наука про виміри. Шлях від незнання до знання, від неповного, неточного знання до більш повного, більш точного лежить через одержання кількісної інформації про досліджувані об'єкту. Одержують кількісну інформацію шляхом виміру.

Вимір – перебування значення фізичної величини досвідченим шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів.

Контроль – окремий випадок виміру, при якому встановлюють, чи відповідають значення фізичних величин граничним значенням, що допускаються.

На результат виміру (відлік) впливає безліч факторів, серед яких найважливішими є:

Об'єкт виміру

Суб'єкт виміру

Спосіб виміру

Засіб виміру

Умови виміру

Об'єкт виміру повинний бути вивчений.

Суб'єкт – людина, що робить виміри, вносить у результат елемент суб'єктивізму.

Способи виміру можуть давати зовсім різні результати. Однак, є визначені способи, що можуть підвищити точність виміру, це способи заміщення, протиставлення, компенсації фактора, що впливає, за знаком, симетричних вимірів і ін.

Засоби виміру можуть давати постійно завищені або постійно занижені показання, володіють інерционністю, можуть самі бути факторами, що обурюють.

Умови виміру – температура, вологість, атмосферний тиск, тряска, вібрації й інші фактори, також впливають на результат виміру.

Абсолютна погрішність вимірювального приладу $\Delta_п$ – це різниця між показанням приладу і дійсним значенням вимірюваної величини. Дійсне значення звичайне встановлюють шляхом виміру зразковим приладом:

$$\Delta_п = x_п - x_д,$$

де $X_П$ – показання приладу;

$X_Д$ – дійсне значення вимірюваної величини.

Відносна погрішність вимірювального приладу $\delta_п$ – це відношення абсолютної погрішності вимірювального приладу до дійсного значення вимірюваної величини. Відносна погрішність засобу виміру виражається у відсотках:

$$\delta_n = \frac{\Delta_n}{x_n} \cdot 100\%,$$

У залежності від характеру прояву, можливостей усунення і причин виникнення розрізняють систематичну і випадкову погрішності.

Систематичною називають складову погрішності вимірів, що залишається постійною або закономірно змінюється при повторних вимірах однієї і тієї ж величини.

Випадковою називають складову погрішності виміру, що змінюється випадковим образом при повторних вимірах однієї і тієї ж величини.

4.2 Основний постулат метрології.

Будь-який вимір припускає порівняння невідомого розміру з відомим. Тоді вимір можна виразити відношенням:

$$Q/[Q],$$

Де Q – вимірювана величина;

[Q] – величина, прийнята за одиницю.

Але рідкі або сипучі речовини зважуються в тарі, у цих випадках вимір виражається співвідношенням:

$$\frac{Q+\nu}{[Q]},$$

де ν - маса тари, (ню).

Сам вимір відбувається під впливом безлічі випадкових і невипадкових факторів, точний облік яких неможливий. Якщо ці спільні впливи врахувати випадковим що складається η, тоді:

$$\frac{Q+\nu}{[Q]}+\eta=x,$$

Воно відбиває процедуру порівняння в реальних умовах. Через випадковий характер величини η при повторенні вимірів відлік виходить різним. Це закон природи. На підставі величезного досвіду практичних вимірів може бути сформульоване твердження, назване основним постулатом метрології: відлік є випадковим числом. На цьому постулаті заснована вся метрологія.

4.3 Математична і емпірична моделі результату вимірювання.

Рівняння є математичною моделлю виміру по шкалі відносин. Відлік у ній не може бути представлений одним числом, його можна представити тільки масивом експериментальних даних, таблицею, графіком або аналітичним вираженням.

Наприклад, при η – кратному вимірі однієї і тієї ж величини постійного розміру покажчик по m раз зупинявся на кожнім з розподілів шкали. Результати вимірів представлені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Розподіл шкали	m

0,10…0,11	1
0,11…0,12	2
0,12…0,13	6
0,13…0,14	11
0,14…0,15	19
0,15…0,16	23
0,16…0,17	20
0,17…0,18	10
0,18…0,19	5
0,19...0…0,20	3

n=100

Відношення m/n – це відношення частостей.

Для графічного зображення масиву експериментальних даних будуємо гистограмму.

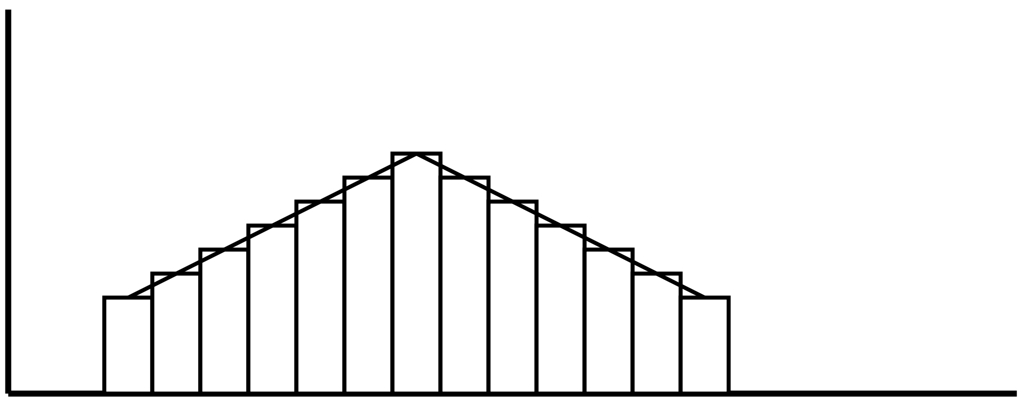


Рисунок 3.1 – Масив експериментальних даних .

Якщо з'єднати відрізками прямі середини верхніх сторін прямокутників, то одержимо ламану лінію, що зветься «полігон».

Гистограмма і полігон є «емпіричним описом відліку». З експериментальних даних методами математичної статистики можна одержати модель емперичесних законів розподілу. Якби була можливість збільшити число вимірів, то при $n \rightarrow \infty$ полігон перейшов би в криву щільності розподілу імовірностей відліку.

Після виміру в рівнянні залишаються два невідомих.

Невипадкове ν повинно бути відомо до виміру, або доданок η, що є випадковим, не може бути відомо в принципі. Тому визначити дійсне значення вимірюваної величини неможливо.

$$Q = x[Q] - \eta[Q] - \nu\,,$$

На практиці задовольняються наближеним рішенням.

Центральна гранична теорема теорії імовірностей затверджує: якщо з безлічі факторів жоден не є домінуючим, а кожний грає відносно малу роль у їхній загальній сукупності, то результат вимірів підкоряється законові нормального розподілу.

Наближеним описом закону розподіли є його числові характеристики – моменти. Усі вони – середні значення. Якщо вони відраховуються від початку координат, то моменти називаються початковими, а якщо від центра розподілу, то – центральними.

Найважливішими є перший початковий момент – середнє арифметичне значення

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) \cdot dx\,; \qquad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

математичне чекання, що характеризує, при нескінченному числі вимірів. Чим більше число вимірів, тим більше середнє значення наближається до математичного чекання.

Мірою розсіювання окремих результатів вимірів служить другий центральний момент – дисперсія

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \bar{x})^2 p(x) dx\,,$$

У метрології частіше використовують середній квадратичний відхилю

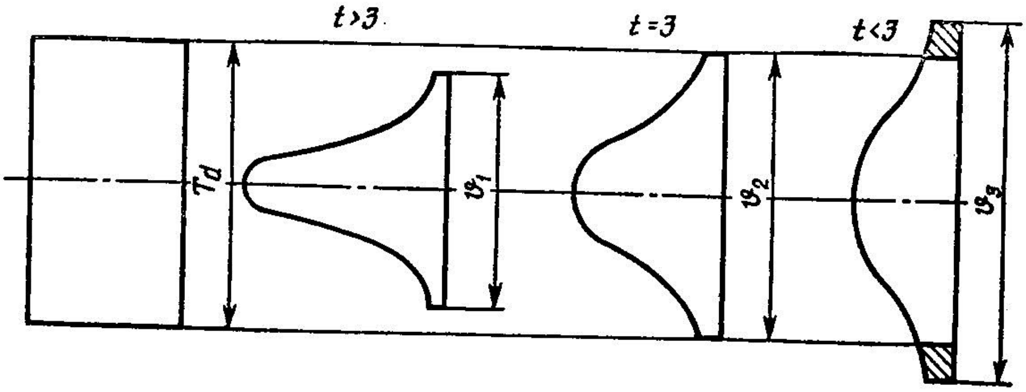
$$\sigma_x = +\sqrt{\sigma_x^2}\,; \qquad \sigma_x = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Усі моменти мають важливу якість: <u>будучи характеристиками випадкової події самі вони не є випадковими.</u>

Закон нормального розподілу виражається рівнянням:

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\tilde{n}}}\cdot e^{-\frac{(x_i-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

графічно зображується кривою Гаусса



Щільність розподілу імовірностей p(x) зв'язана з функцією розподілу імовірностей F(x) співвідношенням

$$p(x)=F'(x),$$

тому $F'(x)$ називають диференціальною функцією розподілу імовірностей.

У свою чергу $F(x)$ може бути отримана інтегруванням у відповідних межах.

$$F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\bar{n}}}\int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx,$$

тому її називають інтегральною функцією розподілу імовірностей.

При зміні x від -∞ до +∞ змінюється від 0 до 1.

Імовірність того, що окремий результат виявиться в інтервалі $[x_1 \dots x_2]$,дорівнює площі, обмеженої графіком функції, віссю абсцис і перпендикулярами до неї на границях інтервалів.

При розширенні інтервалу до нескінченності розглянута подія стає достовірним і площа, обмежена функція виражається рівнянням:

$$F(x)=1=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\overline{n}}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx=1,$$

При рішенні практичних задач уводять поняття – коефіцієнт ризику t=x/σ. Тоді інтегральна функція приймає вид

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\overline{n}}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=0{,}5,$$

Нормована функція Лапласа $\Phi(t)$.

Значення функції $\Phi(t)$ в залежності від коефіцієнта ризику t приводяться у виді таблиць у довідковій літературі, що дозволяє вирішувати практичні задачі без інтегрування.

4.4 Вірогідність і точність вимірювання.

Тому що дійсне значення вимірюваної величини залишається невідомою, необхідно визначити вірогідність або ступінь довіри отриманому результатові виміру. Для цього задаються довірчим інтервалом, що є мірою невизначеності й оцінюється імовірністю того, що вимірювана величина знаходиться в межах цього інтервалу, тобто

$$P(\bar{x}-t\sigma\le x\le\bar{x}+t\sigma)=2\Phi(t),$$

Це основне рівняння виміру.

Тепер можна дати основні визначення точності і вірогідності вимірів.

Точність виміру – це ширина інтервалу, у якому знаходиться значення вимірюваної величини з прийнятою довірчою імовірністю. Вираження в дужках (у лівій частині рівняння) – це точність виміру. Права частина рівняння – це вірогідність виміру, характеризуемая прийнятою довірчою імовірністю.

Імовірність при різних довірчих інтервалах, обчислена через нормовану функцію Лапласа приведена в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Ширина довірчого інтервалу	P	відсотки
+1σ	0,685	68,5
+2σ	0,95	95,0
+2,6σ	0,99	99,0
+3σ	0,9973	99,73

Імовірність 0,9973 вважається достатньою для будь-яких видів вимірів. На виробництві часто обмежуються довірчим інтервалом величиною +-2σ.

4.5 Однократні і багатократні вимірювання.

Для універсальних засобів виміру лінійних величин основною характеристикою є гранична погрішність засобу виміру $\Delta \lim = \pm 3\sigma$

По цій величині виробляється вибір універсальних засобів виміру необхідної точності.

Якщо при багаторазовому вимірі однієї і тієї ж величини постійного розміру сумнівне значення результату виміру відрізняється від середнього значення більше, ніж на +-Δlim, те з імовірністю 0,9973 воно є помилковим і його варто відкинути. Така погрішність виміру називається грубою помилкою.

$\Delta_{гр} > \Delta_{lim}$.

На практиці переважна більшість вимірів проводяться однократними. Це виміру на виробництві, у торгівлі, у побуті. Але тому що результат виміру є випадковим числом, отримане при однократному вимірі значення розміру не має змісту, якщо не вказати границь, у межах яких знаходиться вимірювана величина.

Виходячи з цього, необхідно твердо знать, що перш ніж проводити однократні виміри необхідно розташовувати апріорною інформацією.

Стосовно до вимірів лінійних і кутових розмірів ця інформація повинна містити знання величини погрішності, що допускається δ і знання величини граничної погрішності засобу виміру Δlim. Якщо гранична погрішність засобу виміру буде менше (або дорівнює) погрішності, що допускається, то однократний вимір забезпечить необхідну (з довірчою імовірністю 0,9973) точність виміру і взаємозамінність на зборці. Тобто, умова вибору універсального засобу виміру записується так $\Delta lim \le \delta$.

Допускаємою називається погрішність δ засобу виміру, що при контролі забезпечує взаємозамінність на складанні і для конкретного розміру і допуску на нього регламентується стандартом.

Однократні і багаторазові виміри

Результат однократного виміру виражається рівнянням

$$D = D_e \pm \Delta \lim ,$$

де D_e – дійсний розмір, отриманий виміром з довірчою імовірністю 0,9973.

При вимірі ніхто не застрахований від помилок, і єдине значення при однократному вимірі може виявитися помилковим. Тому однократний вимір у відповідальних випадках рекомендується повторити 2...3 рази без спільної математичної обробки отриманих результатів.

Приклад. На шліфувальному верстаті обробляється партія валів Ø45мм. Необхідно вибрати універсальний засіб виміру достатньої точності, щоб обмежитися однократними вимірами.

Якою апріорною інформацією ми розташовуємо?

Вал має циліндричну форму, номінальний діаметр 45 мм, допуск на обробку 25 мкм. По таблиці стандарту в залежності від діаметра і величини допуску на обробку знаходимо величину погрішності, що допускається δ=7 мкм. Вибираємо мікрометр підоймовий, у якого Δ_{lim}=6 мкм.

У процесі обробки першого вала перевіряємо, немає чи овальності або конусоподібності поверхні. Якщо верстат забезпечує точність форми, при обробці інших деталей партії можна обмежитися однократними вимірами.

Багаторазові виміри одного того же об'єкта роблять, щоб підвищити точність вимірів, якщо немає можливості застосувати засіб виміру більшої точності.

Цим методом широко користуються в наукових дослідженнях, де мінімальною вважається триразова повторність. Теорія імовірностей доводить, що погрішність багаторазового виміру зменшується в N раз, де N – число вимірів.

Результат багаторазового виміру записується так

$$D = \overline{D} \pm \frac{\Delta \lim}{\sqrt{N}},$$

де D – середнє арифметичне значення результатів вимірів.

4.6 Методи вимірювання, вибір засобів вимірювання.

Необхідність використання декількох інструментів для визначення одного розміру або декількох інструментів для визначення одного розміру або декількох вимірів тим самим інструментом при непрямих вимірах, вимагають підсумовування погрішностей з метою оцінки точності отриманого результату.

При визначенні методу виміру систематичні погрішності складаються алгебраїчно зі своїми знаками, якщо вони постійні. Якщо вони перемінні, то складаються максимальні значення з їхнім знаком. Випадкові погрішності складаються геометрично за законом додавання випадкових незалежних подій.

Сумарна погрішність методу виміру при наявності систематичних і випадкових погрішностей визначається по формулі:

$$\Delta\lim_{метода} = \Sigma\Delta_{i\,сист} \pm \sqrt{\Delta\lim_1^2 + \Delta\lim_2^2 + \ldots + \Delta\lim_n^2},$$

де $\Sigma\Delta_{i\,сист}$ - алгебраїчна сума систематичних погрішностей окремих вимірів;

$\Delta_{\lim 1}$, $\Delta_{\lim_n}$ граничні випадкові погрішності окремого виміру.

Знак у квадратичній суми повинний бути однаковим зі знаком суми систематичних погрішностей, що дозволить визначити найбільше значення сумарної граничної погрішності методу виміру.

Приклад. Необхідно виміряти відстань між осями отворів різного діаметра, при якому штангенциркулем виміряються діаметри одного і другого отвору, а потім відстань від краю одного до краю іншого. Тоді шуканий розмір знаходиться по формулі:

$$x = l + \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2}$$

де d_1 - діаметр першого отвору;

d_2 – діаметр другого отвору;

l – відстань між краями отворів.

Погрішність методу виміру в цьому випадку може бути знайдена по формулі:

$$\Delta_{\lim_x} = \sqrt{\Delta^2_{\lim_l} + \left(\frac{\Delta_{\lim_{d_1}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\lim_{d_2}}}{2}\right)^2}$$

Оскільки використовувався штангенциркуль, що пройшов атестацію, вважаємо систематичні погрішності рівним нулеві.