

Практична робота №3. Розрахунок сил гідростатичного тиску на плоскі і криволінійні поверхні

Тема: Розрахунок сил гідростатичного тиску на плоскі і криволінійні поверхні

Мета: Навчитись розв'язувати задачі використовуючи формули по темі: "Тиск на плоскі та криволінійні поверхні".

Рекомендована література

1. Гідравліка та її використання в агропромисловому комплексі / В.А.Дідур, О.Д.Савченко, Д.П.Журавель, С.І.Мовчан; – К.: Аграрна освіта, 2008. – 577 с. (с. 34 - 47).
2. Гідравліка, сільськогосподарське водопостачання та гідропневмопривод. / В.А.Дідур, О.Д.Савченко, С.І.Пастушенко, С.І.Мовчан; – Запоріжжя: Прем'єр, 2005. – 464 с.(с. 30 - 40).
3. Рогалевич, Ю.П. Гідравліка / Ю.П. Рогалевич; – К.: Вища школа, 1993. – 255 с. (с. 10 - 48).
4. Палишкин, Н.А. Гидравлика и сельскохозяйственное водоснабжение / Н.А. Палишкин; – М.: Агропромиздат, 1990. – 351 с. (с. 22- 34).
5. Исаев, А.П. Гидравлика и гидромеханизация сельскохозяйственных процессов / А.П.Исаев, Б.И.Сергеев, В.А.Дидур; – М.: Агропромиздат, 1990. – 400с. (с. 25 - 34).
6. Карасев, Б.В. Гидравлика, основы сельскохозяйственного водоснабжения и канализации / Б.В.Карасев;–Минск: "Высшая школа", 1983 – 288 с. (с. 14 - 23).
7. Костюченко, Э.В. Практикум по гидравлике и гидромеханизации сельскохозяйственных процессов / Э.В. Костюченко, В.И.Лаптев, Л.А.Холодок; – Минск, Ураджай, 1991. – 272 с. (с. 53 - 64).

1. Теоретична частина

Сила тиску рідини на поверхню в загальному випадку складається (див. рис. 1):

$$\underline{\hspace{10em}} \quad (1)$$

де F_x , F_y , F_z , $[H]$ – проекції сили тиску на відповідні осі координат.

Проекції сили тиску обчислюються за формулами:

$$F_x = (p_0 + \rho g h_{C_{yz}}) S_{yz}; \quad F_y = (p_0 + \rho g h_{C_{xz}}) \cdot S_{xz} \quad (2)$$

$$F_z = G + p_0 S_{xy} \quad (3)$$

де p_0 $[Па]$ – тиск на вільній поверхні рідини;

S_{yz} , S_{xz} , S_{xy} $[м^2]$ – площі проекцій криволінійної поверхні на відповідні площини системи координат;

h_{Cyz}, h_{Cxz} [м] – глибина занурення центра ваги відповідної проекції криволінійної поверхні під вільну поверхню рідини;

$G = \rho g V$ [Н] – вага тіла тиску, тобто об'єму рідини V , що обмежений криволінійною поверхнею, вільною поверхнею рідини та вертикальною поверхнею, що проходить по контуру криволінійної поверхні.

В часткових випадках формули (1)-(3) спрощувалися і знайшли широке практичне використання:

1. Поверхня плоска (лежить в одній площині) і розміщена горизонтально:

$$F = F_z = G + p_0 S = \rho g V + p_0 S \quad (4)$$

де S [м²] – площа поверхні.

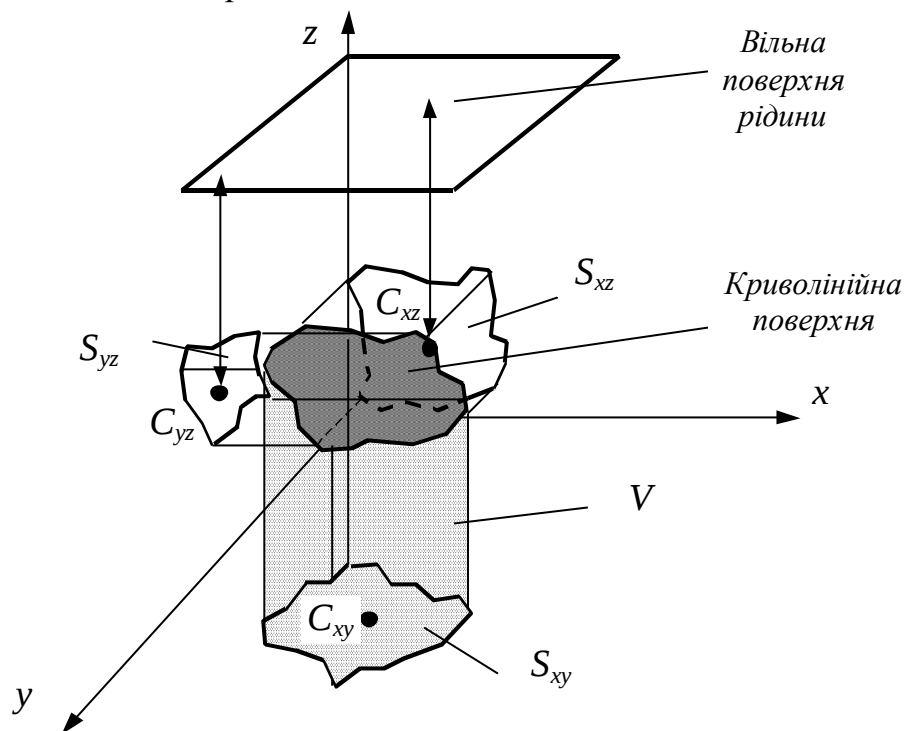


Рис. 1. Сила тиску на поверхню рідини

2. Поверхня плоска і розміщена вертикально:

$$F = F_z = (p_0 + \rho g h_C) S \quad (5)$$

де h_C – глибина занурення центра ваги.

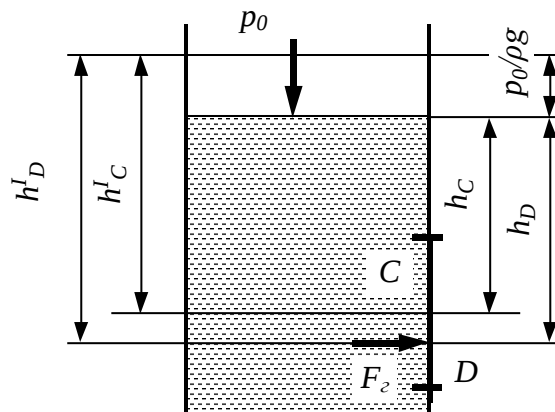


Рис. 2. Сила тиску рідини на вертикальну поверхню

Сила F , прикладена в центрі тиску D , координату якого визначають за формулою

$$\text{---} \quad (6)$$

де I_C $[м^4]$ – момент інерції плоскої фігури відносно центральної осі (для прямокутника —, для трикутника —, для кола —).

У випадку дії на верхню поверхню атмосферного тиску ($p_0 = p_{атм}$) $h_D = h'_D$, $h_C = h'_C$.

3. Поверхня плоска і розміщена під деяким кутом до горизонтальної площини (див рис. 3) або криволінійна, симетрична відносно вертикальної площини (див рис. 4)

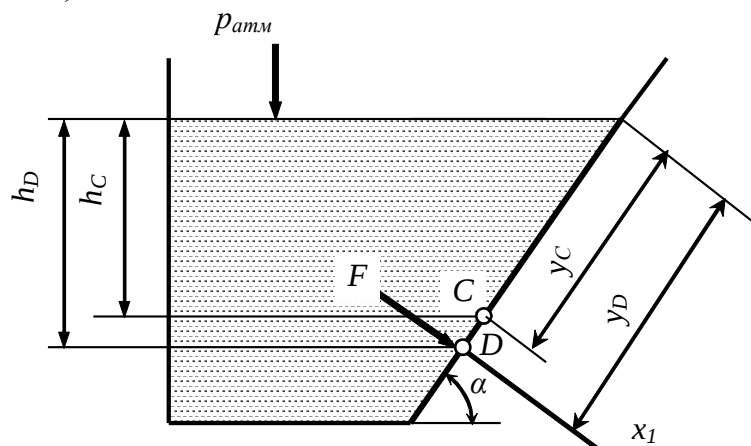


Рис. 3. Сила тиску рідини на плоску похилу стінку

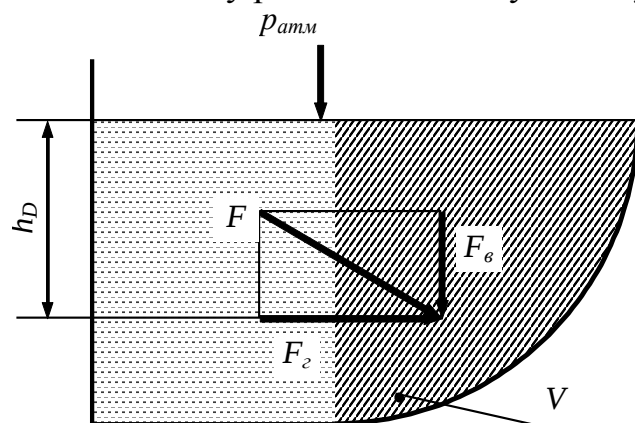


Рис. 4. Сила тиску рідини на криволінійну стінку, симетричну відносно вертикальної площини

Сила тиску складається з двох складових: —

$$\text{---}, \quad (7)$$

де F_2 – горизонтальна складова сили тиску

$$F_2 = (p_0 + \rho g h_C) S_6, \quad (8)$$

S_6 – вертикальна проекція плоскої поверхні,

F_6 – вертикальна складова сили тиску

$$F_g = G + p_0 S_g, \quad (9)$$

S_g – вертикальна проекція плоскої поверхні.

У випадку плоскої поверхні, розміщеної під кутом α до горизонту (див. рис. 5) силу тиску можна визначати як об'єм епюри тиску, тобто вона буде рівна об'єму призми з основою $\rho g H$ і висотою H :

$$\text{—} \quad (10)$$

де b – ширина поверхні.

Положення центра тиску в площинній стінки (рис. 3) визначається за формулою:

$$\text{—} \quad (11)$$

де y_D , y_C – відстані від центрів тиску і центра ваги площі стінки відповідно,

I_C $[m^4]$ – момент інерції площі стінки відносно осі x_1 , що проходить через центр ваги площі стінки.

При вираженні (11) через вертикальні відстані вона прийме вигляд:

$$\text{—} \quad (12)$$

Для криволінійної стінки, симетричної відносно вертикальної осі (див. рис. 4) лінія дії F_g , проходить через центр тиску вертикальної проекції стінки, вертикальна складова F_g проходить через центр ваги тіла тиску, і спрямована вниз, якщо об'єм розміщений зі змоченої сторони, і вверх, якщо об'єм знаходиться з незмоченої сторони.

Кут нахилу сили до горизонту

$$\text{—} \quad (13)$$

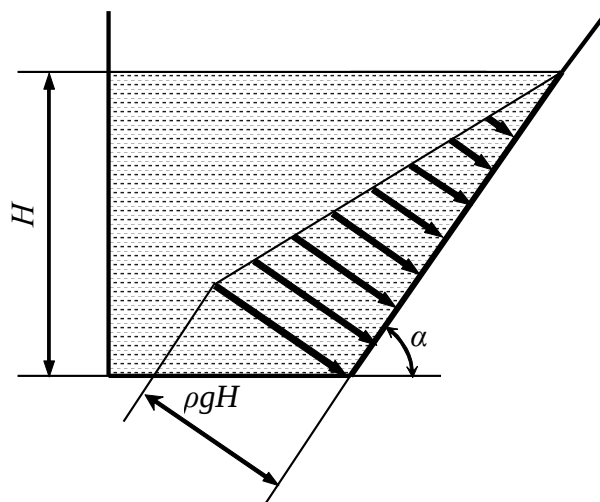


Рис. 5. Епюра тиску рідини на плоску похилу стінку

2. Порядок виконання роботи

1. При розв'язуванні задач рекомендується застосовувати форму скороченого запису умови задачі і її розв'язку. Дана форма є універсальною, застосовується при вирішенні задач з фізики і хімії в школі, полегшує студентам розуміння задачі, формує в них системний підхід до розв'язку задач.

2. При вирішенні задач на тему “Тиск на плоскі та криволінійні поверхні” перш за все необхідно добре засвоїти такі поняття, як *сила тиску*, *координата центру тиску*, *координата центра ваги*, *епюра тиску* і інші, знати основні формули, наведені в теоретичній частині.

3. Необхідно чітко знати одиниці вимірювання величин, що характеризують основні величини даної теми, вміти переводити несистемні одиниці виміру в систему СІ.

4. При розв'язуванні задач даної теми необхідно знати формули для визначення пощі і об'єму простих геометричних фігур.

3. Приклади розв'язку задач

Приклад 1. Визначити величину й точку прикладання сили тиску води на плоский щит шириною $B = 2$ м, висотою $h = 3$ м, якщо рівень води перед щитом $H = 8$ м (рис. 6.).

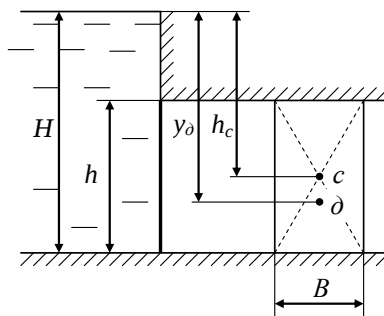


Рис. 6. Схема до прикладу 1

Рішення. Визначаємо силу гідростатичного тиску води на щит:

$$P = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot h_c \cdot S = 1000 \cdot 9,81 \cdot 6,5 \cdot 6 = 382590 \text{ Н},$$

де $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ – густина води;

h_c – відстань по вертикалі від вільної поверхні до центра ваги щита, м;

$$h_c = H - \frac{h}{2} = 8 - \frac{3}{2} = 6,5 \text{ м},$$

де S – площа поверхні щита м^2 ;

$$S = B \cdot h = 2 \cdot 3 = 6 \text{ м}^2.$$

Визначимо точку, до якої прикладено силу тиску (розташування центра тиску):

$$y_d = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c} = h_c + \frac{J_0}{S \cdot h_c} = 6,5 + \frac{4,5}{6 \cdot 6,5} = 6,615 \text{ м},$$

де J_0 – момент інерції щита щодо центральної осі, м⁴;

$$J_0 = \frac{B \cdot h^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,5 \text{ м}^4.$$

Приклад 2. Визначити величину й точку прикладання сили тиску на кришку, що перекриває круглий отвір діаметром $d = 500$ мм у вертикальній перегородці закритого резервуара, якщо лівий відсік резервуара заповнений нафтою ($\rho = 900 \text{ кг/м}^3$), правий – повітрям. Надлишковий тиск на поверхні рідини $p_{\text{ман}} = 15 \text{ кПа}$, показання ртутного мановакуумметра, підключеного до правого відсіку резервуара, $h = 80$ мм, центр отвору розташований на глибині $H = 0,8$ м (рис. 7), атмосферний тиск $p_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$.

Рішення. Знаходимо тиск повітря в правому відсіку резервуара p_n . Оскільки тиск в точках В і С, що належать горизонтальній поверхні, однаковий й дорівнює атмосферному тиску (100 кПа), тобто $p_C = p_B = p_{\text{атм}}$, то абсолютний тиск повітря в правому відсіку

$$p_n = p_{\text{атм}} - \rho_{\text{рт}} \cdot g \cdot h = 100000 - 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,08 = 89300 \text{ Па}.$$

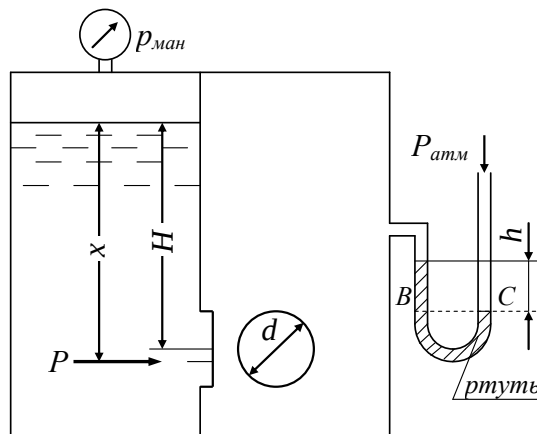


Рис. 7 Схема до прикладу 2

Сила тиску повітря на кришку праворуч

$$P_n = p_n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 89300 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 17500 \text{ Н}.$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.

Абсолютний тиск повітря на поверхні рідини в лівому відсіку

$$p_{\text{л}} = p_{\text{атм}} + p_{\text{ман}} = 100000 + 15000 = 115000 \text{ Па.}$$

Сила тиску повітря на кришку ліворуч

$$P_{\text{л}} = p_{\text{л}} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 115000 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 22600 \text{ Н.}$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.

Сила тиску рідини на стінку

$$P_{\text{р}} = \rho \cdot g \cdot h_{\text{с}} \cdot S = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 900 \cdot 9,81 \cdot 0,8 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,5^2}{4} = 1380 \text{ Н,}$$

де $h_{\text{с}}$ – відстань від вільної поверхні рідини до центра ваги кришки;

S – площа кришки.

Ця сила прикладена в центрі тиску, відстань до якого від поверхні рідини

$$y_{\text{о}} = y_{\text{с}} + \frac{J_0}{S \cdot y_{\text{с}}} = H + \frac{4 \cdot \pi \cdot d^4}{64 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot H} = H + \frac{d^2}{16 \cdot H} = 0,8 + \frac{0,5^2}{16 \cdot 0,8} = 0,82 \text{ м,}$$

де $J_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ – момент інерції круглої кришки.

Повна сила тиску на кришку

$$P = P_{\text{л}} + P_{\text{р}} - P_{\text{н}} = 22600 + 1380 - 17500 = 6480 \text{ Н.}$$

Відстань x результуючої сили P від поверхні рідини знайдемо, використовуючи теорему про момент рівнодіючої

$$P \cdot x = P_{\text{л}} \cdot H + P_{\text{р}} \cdot y_{\text{о}} - P_{\text{н}} \cdot H,$$

звідки

$$x = \frac{P_{\text{р}} \cdot y_{\text{о}} + (P_{\text{л}} - P_{\text{н}}) \cdot H}{P} = \frac{1380 \cdot 0,82 + (22600 - 17500) \cdot 0,8}{6480} = 0,804 \text{ м.}$$

Приклад 3. Визначити величину й напрямок дії сили гідростатичного тиску води на циліндричний затвор радіусом $r = 1 \text{ м}$ і шириною $B = 2 \text{ м}$, розташований на глибині $H = 6 \text{ м}$ (рис. 8).

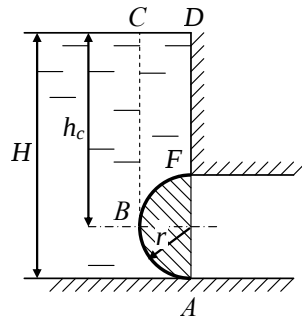


Рис. 8 Схема до прикладу 3

Рішення. Сила гідростатичного тиску на циліндричний затвор:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2},$$

де P_x й P_z – горизонтальна й вертикальна складові сили гідростатичного тиску.

Горизонтальна складова:

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_g = 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 \cdot 4 = 196200 \text{ Н},$$

де $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – густина води;

h_c – відстань по вертикалі від центра ваги вертикальної проекції циліндричного затвора до п'єзометричної поверхні;

S_g – площа проекції циліндричного затвора на вертикальну поверхню.

$$h_c = H - r = 6 - 1 = 5 \text{ м},$$

$$S_g = 2 \cdot r \cdot B = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4 \text{ м}.$$

Вертикальна складова:

$$P_z = \rho \cdot g \cdot V = 1000 \cdot 9,81 \cdot 3,14 = 30800 \text{ Н},$$

де V – об'єм тіла тиску ABF шириною B .

$$V = V_{ABCDFA} - V_{BCDF} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \cdot B = \frac{3,14 \cdot 1^2}{2} \cdot 2 = 3,14 \text{ м}^3.$$

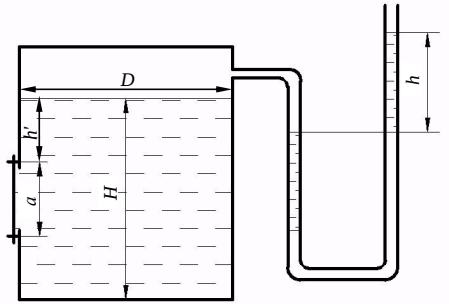
$$P = \sqrt{196200^2 + 30800^2} = 198600 \text{ Н}.$$

Напрямок дії результуючої сили гідростатичного тиску визначається кутом нахилу її до горизонту:

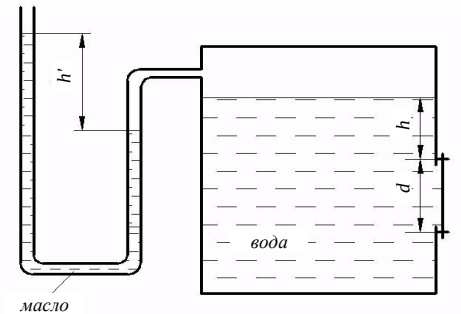
$$\alpha = \arctg \frac{P_z}{P_x} = \arctg \frac{30800}{196200} \approx 9^\circ.$$

4. Задачі для самостійного розв'язування

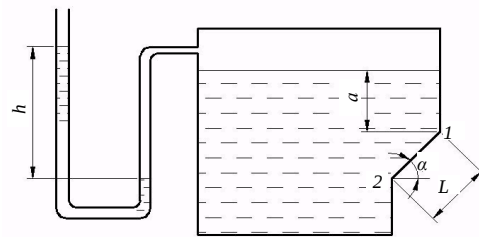
1. Резервуар діаметром $D = 2,8 \text{ м}$ заповнений водою на висоту $H = 3 \text{ м}$. Підключений до резервуара рідинний ртутний манометр показує тиск на вільній поверхні води, який відповідає висоті стовпчика ртуті $h = 1,1 \text{ м}$. Обчисліть силу тиску на дно та на пластину, що перекриває квадратний отвір розміром $a = 0,4 \text{ м}$, верхня частина якого занурена на глибину $h' = 0,7 \text{ м}$ під рівень води.



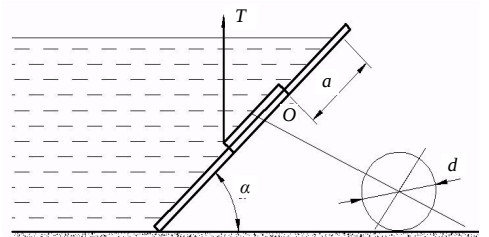
2. Обчисліть силу тиску води на кришку, що перекриває круглий отвір діаметром $d = 0,9 \text{ м}$ у стінці резервуара. Кришка розміщена на глибині $h = 1,6 \text{ м}$ під рівнем води. Робоча рідина в манометрі – масло питомою масою $\rho = 880 \text{ кг/м}^3$, висота підняття її в трубці манометра $h' = 1,2 \text{ м}$. Знайдіть також положення центра тиску.



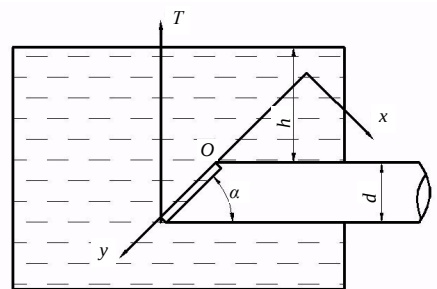
3. Обчисліть силу тиску води на частину 1-2 плоскої стінки, шириною $L = 1,2 \text{ м}$ і довжиною $l = 1,6 \text{ м}$. Стінка нахилена під кутом $\alpha = 30^\circ$, а її верхнє ребро знаходиться на глибині $a = 0,9 \text{ м}$ під рівнем води. Рідинний манометр, заповнений водою, показує висоту стовпчика $h = 250 \text{ мм}$. Побудуйте також епюру тиску на елемент 1-2.



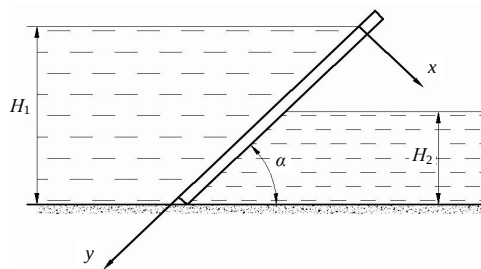
4. Визначте зусилля T , необхідне для піднімання круглої кришки діаметром $d = 0,5 \text{ м}$ з метою випуску води через отвір у нахиленій стінці під кутом $\alpha = 60^\circ$. Кришка вагою $G = 200 \text{ Н}$ може повертатись на верхньому шарнірі O . Відстань від поверхні води до шарніра вздовж стінки $a = 1 \text{ м}$.



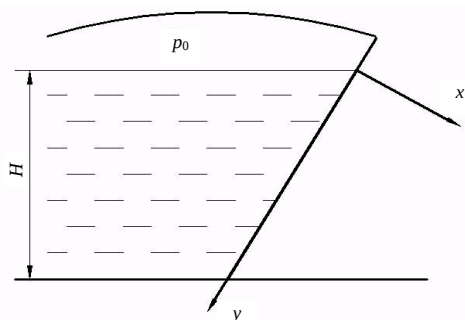
5. У вертикальній стінці резервуара з водою на глибині $h = 0,4 \text{ м}$ приварена кругла труба діаметром $d = 0,6 \text{ м}$. Кінець труби, що входить в резервуар, зрізаний під кутом $\alpha = 45^\circ$ і закривається кришкою, яка може повертатись на верхньому шарнірі O . Обчисліть зусилля T , потрібне для відкривання кришки, нехтуючи її вагою і тертям у шарнірі.



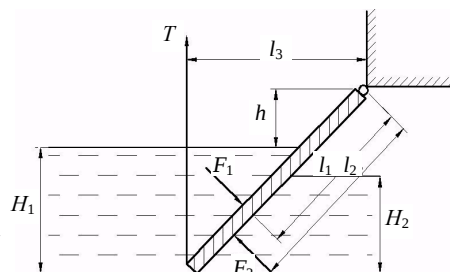
6. Обчисліть рівнодійну силу тиску на водороздільну стінку, нахилену під кутом $\alpha = 45^\circ$, шириною $b = 1\text{ м}$, а також визначте точку її прикладання, якщо $H_1 = 4,5\text{ м}$, $H_2 = 2,5\text{ м}$.



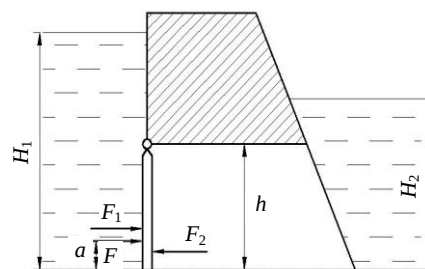
7. На нахилену під кутом $\alpha = 60^\circ$ стінку шириною $b = 2\text{ м}$ діє сила тиску води, глибина якої $H = 1,8\text{ м}$. Над поверхнею рідини тиск рівний атмосферному. Чому дорівнюватиме сила тиску і де вона прикладена?



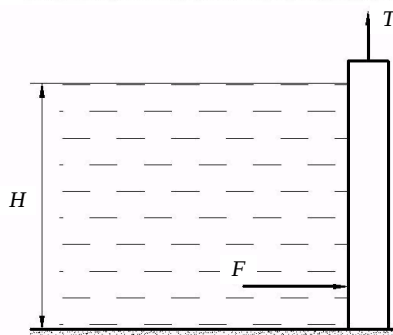
8. Щит, що перекриває канал, нахилений під кутом $\alpha = 45^\circ$ і закріплений шарнірно над високим рівнем води $h = 1\text{ м}$. Обчисліть зусилля T , потрібне для відкривання щита, якщо його ширина $b = 2\text{ м}$, глибина води перед щитом $H_1 = 2,5\text{ м}$, а після щита $H_2 = 1,5\text{ м}$. Тертям у шарнірі і вагою щита знехтуйте.



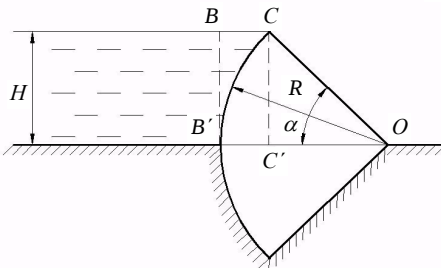
9. Обчисліть силу тиску води на засув водовипуску висотою $h = 1,5\text{ м}$, шириною $b = 5\text{ м}$, а також знайдіть положення центра тиску. Глибина води перед греблею $H_1 = 4\text{ м}$, а після неї $H_2 = 2\text{ м}$.



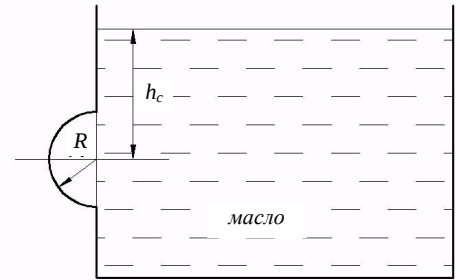
10. Обчисліть силу сумарного тиску води на плоский щит, що перекриває канал, і зусилля, яке необхідно прикласти для його підняття. Ширина каналу $b = 1,8\text{ м}$, глибина води в ньому $H = 2,2\text{ м}$. Вага щита $G = 15\text{ кН}$. Коефіцієнт тертя щита в опорах $f_m = 0,25$.



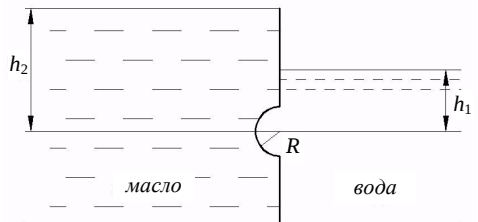
11. Обчисліть величину сили тиску води на секторний засув і кут β , що визначає напрям її дії, при таких даних: $H = 3\text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$. Ширина зсуву $b = 1,5\text{ м}$.



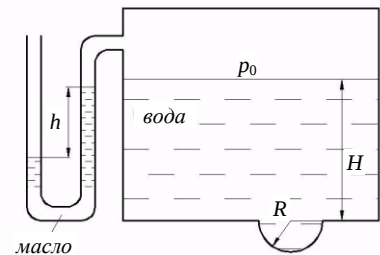
12. Обчисліть силу тиску масла на кришку у формі півциліндра радіусом $R = 1\text{ м}$ і довжиною $L = 1,6\text{ м}$. Глибина занурення центра ваги кришки $h_c = 3\text{ м}$. Питома маса масла $\rho = 900\text{ кг/м}^3$.



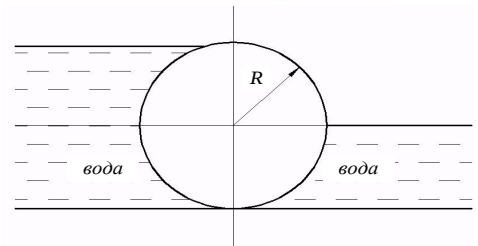
13. Визначте силу тиску води на криволінійну поверхню у формі півциліндра радіусом $R = 0,4\text{ м}$ і довжиною $L = 2\text{ м}$. Глибина занурення центра ваги цієї поверхні зліва $h_1 = 3\text{ м}$, справа $h_2 = 2\text{ м}$.



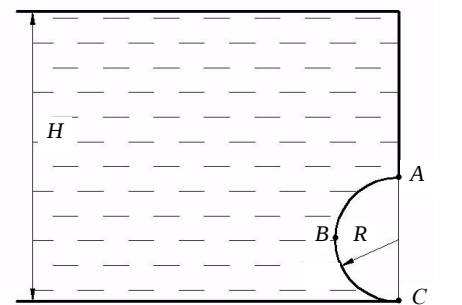
14. Яка сила тиску води діятиме на елемент у формі циліндра радіусом $R = 0,65\text{ м}$, якщо глибина води у резервуарі $H = 1,8\text{ м}$. Рідинний вакуумметр, заповнений маслом ($\rho = 900\text{ кг/м}^3$), показує висоту підняття стовпця масла $h = 800\text{ мм}$.



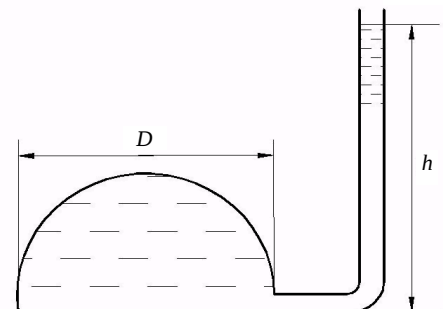
15. Упоперек водоймища укладено горизонтально сталеву трубу радіуса 450 мм і довжиною 10 м . Обчисліть складові сили тиску – горизонтальну F_x і вертикальну F_z , що діють на поверхні циліндра.



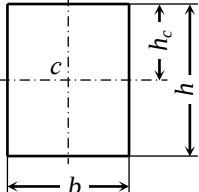
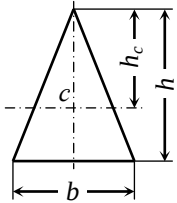
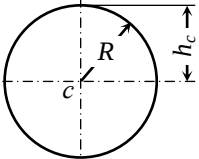
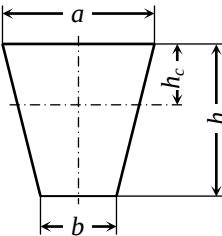
16. На стінку підводного транспортного тунелю радіусом $R = 5\text{ м}$ і глибиною занурення $H = 20\text{ м}$ діє тиск води. Обчисліть тиск води у характерних точках A , B і C , обмежившись лівою половиною тунелю, оскільки розподіл тиску по правій частині аналогічний. Яка буде сумарна сила тиску на тунель?



17. Півкуля діаметром $1,5\text{ м}$ заповнена рідиною, питома маса якої $\rho = 850\text{ кг/м}^3$. Рівень рідини у п'єзометрі, підключеному до півкулі піднявся на висоту $h = 1,6\text{ м}$. Яка буде величина вертикальної сили, що діє на внутрішню поверхню півкулі?



Момент інерції J_0 , координата центра ваги h_c і площа S
найпоширеніших плоских фігур

Фігура	J_c	h_c	S
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$b \cdot h$
	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{2 \cdot h}{3}$	$\frac{b \cdot h}{2}$
	$\frac{\pi \cdot R^4}{4}$	R	$\pi \cdot R^2$
	$\frac{h^3 \cdot (a^2 + 4 \cdot a \cdot b + b^2)}{36 \cdot (a + b)}$	$\frac{h \cdot (a + 2 \cdot b)}{3 \cdot (a + b)}$	$\frac{h \cdot (a + b)}{2}$