

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Таврійський державний агротехнологічний університет**  
**імені Дмитра Моторного**  
**Механіко-технологічний факультет**



**Кафедра «Технічний сервіс  
та системи в АПК»**

## **АНАЛІЗ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ ТА ОБГРУНТУВАННЯ РІШЕНЬ**

Методичні вказівки до практичної роботи

на тему: «**ОБГРУНТУВАННЯ ПЕРІОДИЧНОСТІ  
ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ МАШИН ТА ЧАСУ  
ЙОГО ЗДІЙСНЕННЯ» (на прикладі ПТО)**

Для здобувачів ступеня вищої освіти магістр  
механіко-технологічного факультету,  
спеціальність 208 «АГРОІНЖЕНЕРІЯ»

Мелітополь, 2020

**Аналіз технологічних систем та обґрунтування рішень.** методичні вказівки до розрахунково-практичної роботи № 3 на тему: «*обґрунтування періодичності технічного обслуговування машин та часу його здійснення*» (на прикладі *пто*) для здобувачів ступеня вищої освіти магістр механіко-технологічного факультету **спеціальності 208 «агроінженерія»** - мелітопольський таврійський державний агротехнологічний університет, 2020. – 28 с.

Розробили

ст. викл. ГРИЦАЕНКО І.М.

Рецензент

ст. викл. НОВИК О.Ю.

Розглянуто і схвалено до перезатвердження на засіданні кафедри «ТСС в АПК», протокол № \_ 1 \_ від \_ 31 \_\_ серпня \_ 2020 р.

Схвалено і рекомендовано до впровадження в навчальний процес методичною комісією механіко-технологічного факультету, протокол № \_ 1 \_ від \_ 29 \_\_ вересня \_ 2020 р.

Завідувач кафедри «ТСС в АПК»,  
Доцент

А.О. Смелов

# **ОБГРУНТУВАННЯ ПЕРІОДИЧНОСТІ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ МАШИН ТА ЧАСУ ЙОГО ЗДІЙСНЕННЯ**

***на прикладі ПТО (теорія масового обслуговування)***

**МЕТА РОБОТИ:** визначити з використанням теорії масового обслуговування періодичності технічного обслуговування машин (початок процесу) та часу його здійснення

## **1. ВКАЗІВКИ З ПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ.**

### **1.1 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ ДО РОБОТИ.**

1.1.1 З'ясувати процес виробництва як процес обслуговування. Визначити сутність завдань масового обслуговування.

1.1.2 Визначити порядок розрахунку параметрів системи масового обслуговування: коефіцієнтів простою у черзі, простою каналів обслуговування.

1.1.3 Ознайомитись з витратами, які виникають у системі масового обслуговування.

### **1.2 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПІДГОТОВКИ.**

1.2.1 Основні поняття теорії масового обслуговування: вимоги, вхідний потік вимог, черга вимог, канали обслуговування, вихідний потік вимог.

1.2.2 Класифікація систем масового обслуговування: системи з відмовами, системи з очікуваннями.

1.2.3 Методи вирішення завдань: аналітичний та метод статистичних випробувань.

1.2.4 Аналітичний метод рішення завдань масового обслуговування. Найпростіший потік вимог.

1.2.5 Аналіз кількісних оцінок системи масового обслуговування з обмеженою та необмеженою чергою.

1.2.6 Методика визначення оптимальної кількості каналів обслуговування.

1.2.7 Застосування методів масового обслуговування в сучасних умовах.

### **1.3 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.**

- 1.3.1 Автоматизированные информационные технологии в экономике: Учебник / Под ред. Г.А.Титаренко.- М.: Компьютер, ЮНИТИ, 1998.- 400 с.
- 1.3.2 Гужва В.М. Інформаційні системи і технології на підприємствах: Навч. посібник. – К.: КНЕУ, 2001. – 400с.
- 1.3.3 Інформаційні системи і технології в економіці: Навч. посібник / За редакцією В.С. Пономаренка – К.: Видавничий центр „Академія”, 2002. – 542с.
- 1.3.4 Козырев А.А. Информационные технологии в экономике и управлении: Учебник. – М.: Изд-во Михайлова, 2005. – 448 с.
- 1.3.5 Ситник В. Ф. та інші. Основи інформаційних систем: Навч. Посібник. – К.: КНЕУ, 2001. – 420с.
- 1.3.6 Ситник В.Ф., Козак І.А. Телекомуникації в бізнесі: Навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц. - К.: КНЕУ, 1999. - 204 с.
- 1.3.7 Ситник В. Ф. та інші. Системи підтримки прийняття рішень. – К.: Техніка, 1995. – 162с.
- 1.3.8 Внутрифирменное планирование в США / Под общ. редакцией В.И. Седова – М.: «Прогресс», 1972. – 374 с.

## **2. ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**

### **2.1 ПРОГРАМА РОБОТИ.**

- 2.1.1 Засвоїти вихідні дані необхідні для визначення початку технічного обслуговування машин та часу його здійснення.
- 2.1.2 Обґрунтувати періодичність технічного обслуговування машин та часу його здійснення (за даними таблиці 2).
- 2.1.3 Зробити комплексний висновок за результатами аналізу та розрахунків.

## **2.2. РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ Й ОФОРМЛЕННЯ РОБОТИ**

### **2.2.1 Загальні вказівки**

Теорія масового обслуговування дає можливість приблизного моделювання ситуації технічного обслуговування. Моделювання починається з визначення функціональних залежностей системи що діє з наступним отриманням результату за допомогою використання чисельного апарату теорії масового обслуговування , теорії ймовірності та таблиць випадкових чисел.

### **2.2.2. Визначення періодичності та часу обслуговування машин**

Приклад:

Час надходження машин на технічне обслуговування характеризується наступними даними: у 40 % випадків інтервал надходження машин складає 10 хвилин, у 60 % випадків – 20 хвилин.

Тривалість обслуговування машин характеризується так: у 80 % випадків продовжується 10 хвилин, у 20 % випадків – 30 хвилин.

Середнє значення інтервалу настання вимоги на технічне обслуговування складає:

$$T_{cp\ i} = 0,4 * 10 + 0,6 * 20 = 16 \text{ хвилин}$$

Середній час обслуговування машин складає:

$$T_{cp\ o} = 0,8 * 10 + 0,2 * 30 = 14 \text{ хвилин}$$

Середній час «простою обладнання» у цьому прикладі складає 2 хвилини.

Для інтервалів між прибуттям машин оберемо наступну послідовність: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; або 9.

Якщо обрано числа: 0; 1; 2; або 3, то на основі СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ час інтервалу поміж двох вимог технічного обслуговування складає 10 хвилин.

Якщо обрано числа: 4; 5; 6; 7; 8; або 9, то на основі СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ час інтервалу поміж двох вимог технічного обслуговування складає 20 хвилин.

Аналогічно визначається час або терміни обслуговування машин після прибуття їх на ПТО. Для цього оборемо друге випадкове число.

Якщо обрано числа: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; або 7, то на основі СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ час обслуговування складає 10 хвилин.

Якщо обрано числа: 8; або 9, то на основі СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ час обслуговування складає 30 хвилин.

Аналіз та рішення задачі зведені в таблицю 1.

Значення  $T_5$ ,  $T_6$ ,  $T_7$  визначаються наступним чином:

$$T_5 = T_3 + T_4; \quad (1)$$

$$T_6 = T_3 - T_2; \quad (2)$$

$$T_7 = T_3 - [\text{цифра попереднього рядку } T_5] \quad (3)$$

НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ТАБЛИЦІ 1 МОЖНА ЗАКЛЮЧИТИ, ЩО ДЛЯ 10 ВИПАДКІВ ВЗАГАЛІ **ЧАС ОЧІКУВАННЯ** СКЛАДАЄ 60 ХВИЛИН, АБО В СЕРЕДНЬОМУ 6 ХВИЛИН НА ОДНУ МАШИНУ, **ЧАС ПРОСТОЮ** – 20 ХВИЛИН.

ВИХОДЯЧИ З ТАКОГО АНАЛІЗУ МОЖЛИВИЙ ВИСНОВОК ВІДНОСНО ЗБІЛЬШЕННЯ ПОТУЖНОСТЕЙ ОБЛАДНАННЯ АБО РОЗШИРЕННЯ СПЕКТРУ ПОСЛУХ, ЩО НАДАЮТЬСЯ НА ПТО.

Таблиця 1

**Статистичний аналіз часу надходження машин на технічне обслуговування та тривалості обслуговування машин**

Номер «явища»	Перша випадкова цифра	Інтервал до прибуття, $T_1$	Час прибуття, $T_2$	Час початку обслуговування, $T_3$	Друга випадкова цифра	Тривалість обслуговування, $T_4$	Час закінчення обслуговування, $T_5$	Час очікування машин, $T_6$	Час простою обладнання, $T_7$
1	-	-	0	0	2	10	10	0	0
2	1	10	10	10	8	30	40	0	0
3	9	20	30	40	6	10	50	10	0
4	6	20	50	50	7	10	60	0	0
5	8	20	70	70	9	30	100	0	10
6	2	10	80	100	4	10	110	20	0
7	0	10	90	110	1	10	120	20	0
8	7	20	110	120	3	10	130	10	0
9	4	20	130	130	4	10	140	0	0
10	9	20	150	150	9	30	180	0	10

**ВИХІДНІ ДАННІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ РОБОТИ**  
 (необхідно задати студенту індивідуально згідно даних таблиці)

Варіант	Значення показників
1	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 5 хв.</b>
2	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 10 хв.</b>
3	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 15 хв.</b>
4	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 8 хв.</b>
5	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 4 хв.</b>
6	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 14 хв.</b>
7	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 9 хв.</b>
8	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 3 хв.</b>
9	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 13 хв.</b>
10	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 11 хв.</b>
11	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 2 хв.</b>
12	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 12 хв.</b>
13	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 16 хв.</b>
14	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 6 хв.</b>
15	<b>Додати до значень в наведеному прикладі - 7 хв.</b>

## ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

### **1. Поняття СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**

Характер і зміст задач дослідження **СКЛАДНИХ СИСТЕМ (СС)** визначається в кожному конкретному випадку конкретними умовами досліджень, а шлях їх розв'язку починається з ретельного вивчення об'єкту дослідження та класифікації його. Проведення класифікації системи, яка підлягає дослідженю, дає змогу віднести її до систем деякого узагальненого типу, для яких вже є досить апробовані, а головне, ефективні методи їх моделювання та дослідження. Одним з найбільш розповсюджених типів таких систем є **СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**, які можна зустріти у технічних, виробничих, соціальних та інших сферах діяльності людини.

Надамо узагальнену характеристику системам масового обслуговування та процесам, які в них відбуваються.

**ТМО — сучасна математична дисципліна, яка займається розробкою математичних моделей процесів масового обслуговування.**

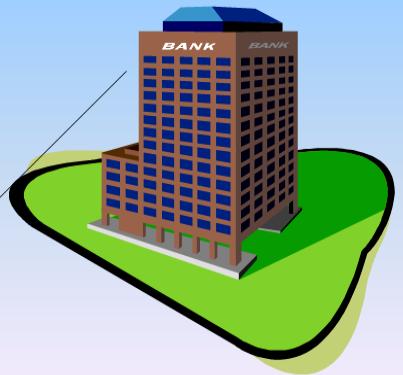
В багатьох областях людської діяльності ми зустрічаємося з процесами, що мають характер масового обслуговування. Найбільш простими і достатньо наочними прикладами таких процесів є побутове обслуговування в усіх його видах, будь то обслуговування продавцями покупців у магазинах, продаж квитків у залізничних, театральних і інших касах, ремонт різноманітних побутових предметів у майстернях, забезпечення розмов по телефону з потрібним абонентом або надання медичної допомоги хворим у поліклініці і т.д.

## Приклади СМО



Телефонні системи

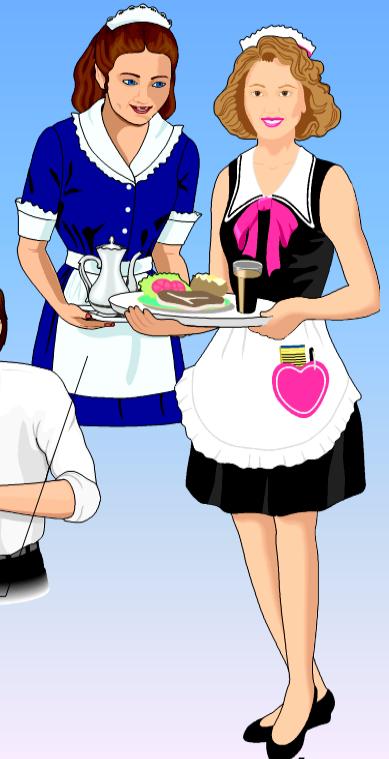
Банки



## Приклади СМО



Перукарні



Ресторани швидкого  
приготування їжі,  
супермаркети

## Приклади СМО



6

Аналогічно можна розглянути процеси посадки та зльоту літаків у великих аеропортах, розвантаження та завантаження судів в морських портах, виготовлення на підприємствах товарів масового вжитку, тощо. Незважаючи на істотні відмінності у фізичному змісті наведених вище прикладів, у них можна побачити багато спільногого. По-перше, очевидним є те, що усі ці процеси пов'язані з обслуговуванням „клієнтів” (покупців, пасажирів, судів, літаків, тощо), а, по-друге, процедури обслуговування повторюються у ході функціонування системи неодноразово, що викликано масовістю „попиту” на послуги, які надає ця система.

У наведених прикладах поняття „обслуговування” необхідно сприймати і у прямому, і у переносному значенні цього слова. Таке сприйняття повинне виникати у зв’язку з тим, що усі операції, спрямовані на випуск продукту даного виробництва можна розглядати як „обслуговування” цього продукту у ході реалізації технологічного процесу. Об’єкт, який надає будь-які „послуги” з обслуговування „клієнтів” різної природи у масовому обсязі, можна назвати **СИСТЕМОЮ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ (СМО)**.

Під **СМО** розуміють динамічну систему, призначену для ефективного обслуговування деяких заявок (вимог), які потребують цього обслуговування. На практиці зустрічаються випадки, коли окремі споріднені СМО утворюють об'єднання, діяльність яких спрямована на досягнення тієї ж мети, що і кожної окремої СМО, але у більш широких масштабах, або у поглибленаому виді. Сукупність таких взаємозалежних СМО називається **МЕРЕЖЕЮ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**. Прикладами таких мереж є:

- мережа автозаправних станцій однієї фірми-постачальника паливних продуктів,
- мережа закладів швидкого харчування,
- система медичних закладів, тощо.

## **2. Характеристика методу дослідження систем масового обслуговування**

### ***2.1 Характеристика теорії масового обслуговування як науки***

Дослідження та оптимізація процесів масового обслуговування у СМО та їх мережах є досить складною задачею, яка потребує витрат великої кількості ресурсів. Однак практика вказує на необхідність вирішення таких задач, які спрямовані на підвищення якості обслуговування в СМО та підвищення ефективності їх функціонування. Прагматизм розв'язку таких задач полягає у розповсюдженості в нашому житті СМО та подальшому впровадженні їх у різних сферах діяльності людства.

Такі життєві потреби викликали появу у теоретичній та практичній областях наукових досліджень нового математичного апарату – **ТЕОРІЇ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**. **ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ (ТМО)** – це розділ прикладної кібернетики і дослідження операцій, предметом якого є вивчення й організація процесів масового обслуговування у відповідних системах. Результати досліджень, проведених з використанням ТМО спрямовуються на покращення організації СМО та їх мереж, визначення раціональних режимів використання обладнання СМО, створення нових ефективних технологій

обслуговування, підвищення якості обслуговування, тощо.

Ознайомимося більш докладно з предметом ТМО, а також її основними задачами. Вже сама назва теорії досить образно розкриває її зміст. Інтуїтивне, побутове уявлення, яке викликають у нас слова „масове обслуговування”, значною мірою допомагає розкрити і зрозуміти предмет теорії. У всякому випадку, навіть на перший погляд, зрозуміло, що зміст теорії має пряме відношення до *ОБСЛУГОВУВАННЯ*, причому, до обслуговування *МАСОВОГО*. Як було вказано вище, застосування такого математичного методу потребують задачі організації промислового виробництва, логістики, автоматичного управління складними агрегатами тощо. Для того, щоб більш докладно уявити собі область застосування ТМО та коло її можливих задач, наведемо декілька прикладів з нашого повсякденного життя.

Майже кожній людині хоча б раз у житті доводилося марнувати час у очікуванні у черзі за придбанням квитків на поїзд. Причому за цей час очікування можна було помітити, що інтенсивність просування черг у різних касах не є однаковою. Можна припустити, така ситуація викликана багатьма чинниками, серед яких: досвід та професійні здібності кожного касира, кількість та зміст тих операцій, які він повинен виконувати при оформленні квитків, характер заявки клієнта, тощо. Окрім вказаних факторів, які можна вважати об'єктивними, інтенсивність проходження черги залежить ще і від психологічного настрою касира, від того, наскільки чітко пасажири формулюють свої вимоги, від необхідності відраховувати кожному пасажиру решту і т.д.

Легко зрозуміти, що число цих чинників при тих чи інших обставинах може бути дуже значним і зростати пропорційно складності СМО. Зрозуміло, що не всі такі чинники є рівнозначними за своїм впливом на результати діяльності СМО. Серед них є основні, є й другорядні, є і такі, що хоча і створюють деякий вплив на довжину черги, проте у визначених умовах ними можна і знехтувати. Основними чинниками в нашому прикладі з залізничною касою є число пасажирів, що мають потребу у квитках, швидкість роботи касира і, нарешті, організація роботи квиткових кас на вокзалі, тобто розподіл квитків на різноманітні поїзди між касами.

Припустимо, що на нас покладено завдання поліпшити якість обслуговування пасажирів у залізничних касах. Число пасажирів, що звернулися за квитками, від нас не залежить, тому вплинути на цей чинник ми не можемо. Швидкість роботи касира залежить від його тренованості, освоєніх методів роботи. Ці якості можуть бути доведені тільки до певних меж, які не перевершують психофізіологічних можливостей людини. Тому залишається тільки один шлях вирішення поставленого завдання - змінити організацію обслуговування. Як це зробити? Можна зробити так, щоб кожний касир продавав квитки тільки на один поїзд або щоб усі касири продавали квитки на всі поїзди. В останньому випадку, принаймні, буде гарантія, що будь-який пасажир, незалежно від того, куди він іде, не буде простоювати в черзі більше інших.

Такого роду зміни в роботі кас можна зробити без особливих зусиль. Але який вплив вони зроблять на якість обслуговування пасажирів? У нашому прикладі можна просто взяти і спробувати, а потім оцінити отримані результати і на підставі їхнього порівняння вибрати кращу організацію. Але далеко не у усіх випадках дослідження СМО такі експерименти легко або безпечно провести. Іноді така “проба” може супроводжуватися величезними матеріальними витратами, іноді – може бути сполучена з небезпекою для здоров'я і навіть життя людей, а іноді і просто нездійснена в силу тих або інших причин. Не можна, звичайно, стверджувати, що вирішення поставленої задачі теоретичним шляхом відразу після впровадження у життя надасть очікуваний оптимальний результат. Ще деякий час роботи оновленої системи пройде у процесі корекції розроблених пропозицій, але чим точніше обґрунтовано початкове теоретичне рішення, тим кращий практичний кінцевий результат буде отримано у найкоротші терміни.

Саме при створенні проекту майбутньої СМО, а також у процесі її вдосконалення неоціненну поміч можуть надати методи ТМО. Для розробки проекту СМО необхідно зробити ряд попередніх розрахунків, вміти знайти співвідношення між очікуваним імовірним числом потенційних “клієнтів” та запланованими виробничими потужностями системи, оцінити вплив випадкових факторів, які можуть викликати збої у процесі обслуговування і т.д., тобто одержати відповіді на цілий ряд запитань, вирішення яких саме і є справою ТМО.

Навіть самий поверхневий екскурс у будь-яку сферу людської діяльності покаже, що подібних завдань, пов'язаних з організацією СМО або підвищеннем ефективності їх функціонування, виникає досить багато. Розподіл електроенергії між споживачами, організація постачання промислових підприємств, співставлення устаткування різних типів при проектуванні автоматичних потокових ліній і багато чого іншого - все це сфери, у яких допомагає або може допомогти ТМО.

Наведені вище міркування дозволяють нам тепер більш чітко уявити, що являє собою ТМО як метод дослідження і сформулювати її науково-практичну спрямованість наступним чином.

**Метою ТМО** є розробка математичних методів для оцінювання основних характеристик процесів масового обслуговування та результатів функціонування обслуговуючої системи.

**Предметом ТМО** є кількісна сторона процесів, пов'язаних із масовим обслуговуванням, а **об'єктом** – системи масового обслуговування та процеси, які у них відбуваються.

## ***2.2 Історія розвитку теорії масового обслуговування***

Зауважимо, що ТМО початково виникла та розвивалася як сукупність математичних методів для організації процесу обслуговування абонентів у телефонії. Однак у теперішній час застосування цих методів виходить далеко за рамки телефонії. У структурі існуючих математичних методів теорію масового обслуговування можна віднести до галузі прикладної математики. Математичний апарат ТМО, який побудовано на базі застосування елементів теорії імовірностей, математичної статистики, теорії планування експерименту.

Перші роботи з ТМО були видані у двадцяті роки ХХ століття данійським вченим А. Ерлангом. Його праці, присвячені задачам проектування та експлуатації телефонних станцій, послужили поштовхом до появи ряду наукових робіт в області масового обслуговування і інших авторів.

Початком формування ТМО стала робота А.К.Ерланга  
“Теорія ймовірностей і телефонні переговори” (1909),  
де розглядалися задачі, пов’язані з роботою телефонних  
станцій.



**Агнер Кратуп Ерланг**  
(1878—1929) — датський  
математик, статистик та інженер,  
засновник наукового напрямку по  
вивченню трафіку у  
телекомунікаційних системах і теорії  
масового обслуговування.  
Двадцять років він працював в  
Копенгагенській телефонній компанії.

## Хінчин Олександр Якович



**19.VII 1894 – 18. XI 1959**

Дослідження відносяться  
до теорії ймовірностей,  
математичної логіці,  
теорії функцій, теорії  
чисел, математичному  
аналізу, теорії масового  
обслуговування.

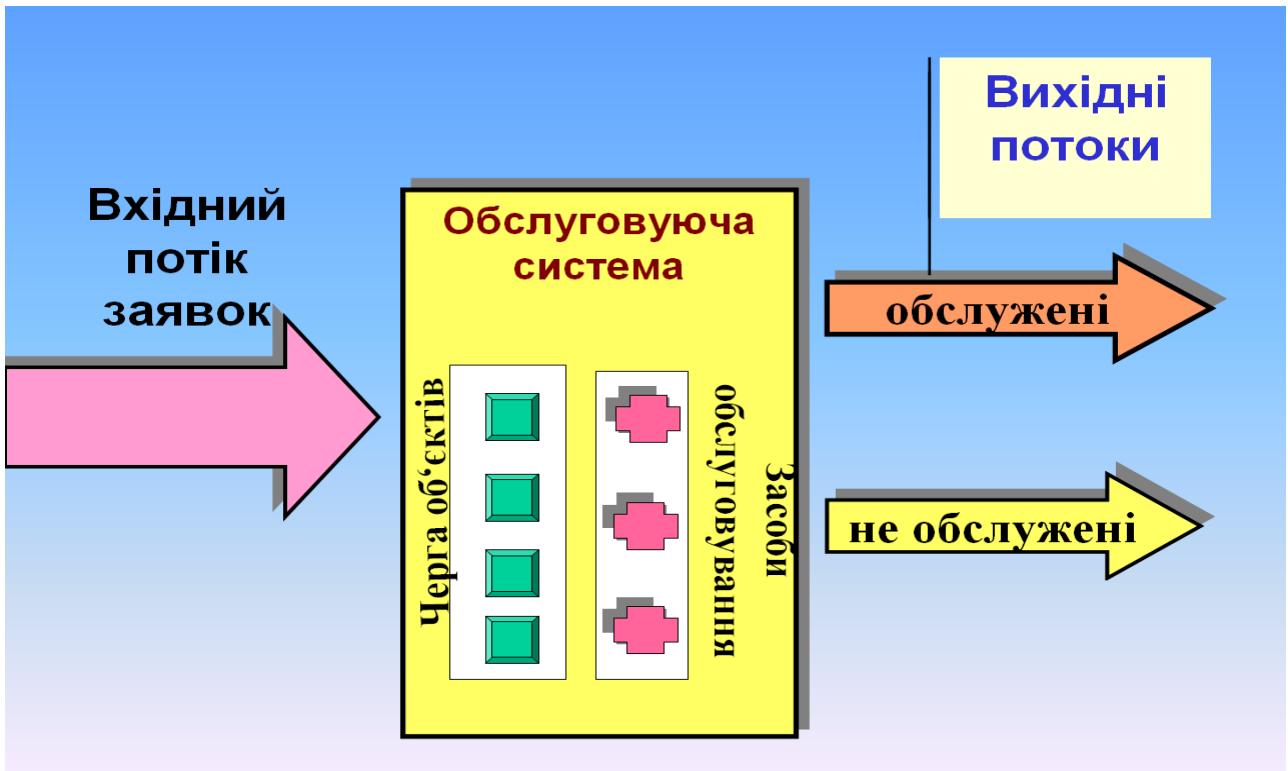
З 1930 року займався  
створенням ТМО.

Основну роль у розвитку ТМО зіграв провідний радянський математик О.Я. Хінчін. У 60-х роках ХХ сторіччя він видав книгу „Работы по математической теории массового обслуживания” [2], яка була першою системною науковою працею у даній новій галузі математики. У цій праці були строго сформульовані ідеї і методи ТМО. Дякуючи О.Я. Хінчіну, термін “теорія масового обслуговування” прийнятий тепер в усьому світі.

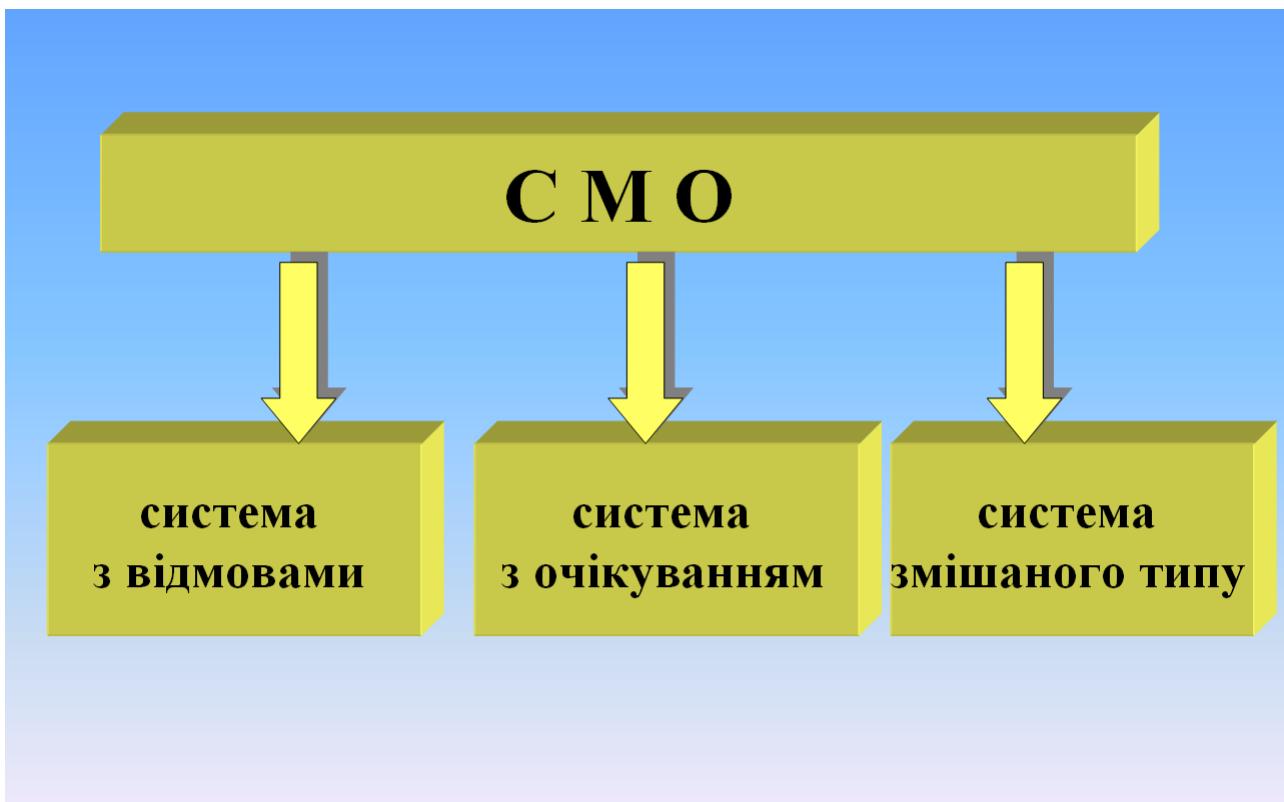
З часу виходу у світ зазначененої роботи О.Я. Хінчіна, методи ТМО отримали глибокий та детальний розвиток у працях багатьох авторів: Бусленка, Гнєденка, Петухова, Сааті, Кокса та інших. Інтерес до методів ТМО особливо зрос в останні десятиріччя, коли з'ясувалося, що постановки її задач мають досить широкий характер, оскільки до них приводять майже усі практичні дослідження у галузі оптимізації великих систем. Розширення області застосування ТМО призвело до розширення кола дослідників, які працюють в даному напрямку. З елементами ТМО можна зустрітися в наукових роботах з кібернетики, фізики, економіки, медицини, військової справи. До послуг ТМО вдаються при розв'язку багатьох практичних задач, які постають у промисловості, на транспорті, у комунікаційних мережах, у сільському господарстві і багатьох інших областях людської діяльності.

### ***2.3 Характеристика основних задач теорії масового обслуговування***

Досить часто у різних сферах діяльності людини складаються ситуації, коли виникає масовий попит на обслуговування певного типу, а обслуговуюча система для задоволення цього попиту обмежена у своїх ресурсах. У таких випадках для „клієнтів”, які жадають обслуговування виникають певні незручності. Черги, які виникають у закладах побутового обслуговування, на зупинках транспорту, скучення судів, які очікують свого розвантаження в порту, транспортних засобів на міських перехрестях, літаків, які очікують дозволу на посадку, простої несправних верстатів і інших технічних засобів через затримку їхнього ремонту, можуть служити прикладами таких ситуацій. Вже давно виявлено, що для „клієнта”, який має потребу в обслуговуванні, одним з найважливіших є питання про швидкість та якість обслуговування.



Основним завданням математичних методів дослідження СМО є визначення кількісних показників ефективності функціонування таких систем і встановлення залежності цих показників від параметрів вхідного потоку „клієнтів” і потенційних можливостей самої системи обслугити цей потік. У цьому сенсі при вирішенні задач масового обслуговування першорядного значення набуває задача організації обслуговування як процесу. Для характеристики організації СМО з боку „клієнта” може бути використаний досить широкий спектр показників: час очікування „клієнтами” початку свого обслуговування, безпосередньо час обслуговування кожного „клієнта”, імовірність отримати відмову на обслуговування, тощо. Але не треба забувати, що і сама СМО має мати певний прибуток від своєї діяльності, а тому і мати критерії оцінки ефективності свого функціонування. Такими критеріями можуть служити: ЧАС ПРОСТОЮ ОБСЛУГОВУЮЧИХ ПРИСТРОЇВ, ОБСЯГ ВИТРАТ РЕСУРСІВ НА НЕЯКІСНЕ ОБСЛУГОВУВАННЯ ТА НА ВІДНОВЛЕННЯ РОБОТОЗДАТНОГО СТАНУ ОБЛАДНАННЯ, яке відмовило, ШТРАФНІ САНКЦІЇ, НАКЛАДЕНІ НА СМО З ПРИЧИНІ НЕВИКОНАННЯ СВОЇХ ЗОБОВ’ЯЗАНЬ, тощо. Цими прикладами ми хочемо підкреслити, що, окрім власне **ЯКОСТІ** обслуговування в СМО, не меншого значення набуває і те, **ЯК, ЦЕ ОБСЛУГОВУВАННЯ ОРГАНІЗОВАНЕ.**



Зважаючи на викладене, суть дослідження СМО полягає у вирішенні наступної проблеми: НЕОБХІДНО ЗНАЙТИ ТАКИЙ ВАРІАНТ ОРГАНІЗАЦІЇ СМО ТА РЕЖИМУ ЇЇ РОБОТИ, ЩОБ ЗАБЕЗПЕЧИТИ, З ОДНОГО БОКУ, ЯКІСНЕ ОБСЛУГОВУВАННЯ „КЛІЄНТІВ”, А З ДРУГОГО БОКУ – НАЙКРАЩІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ІДІОМІСЬКОЇ СИСТЕМИ З ТОЧКИ ЗОРУ ЇЇ ВЛАСНИКІВ.

Але для того, щоб розв’язати поставлену проблему необхідно вирішити дві задачі:

- оцінити якість функціонування СМО;
- знайти методи поліпшення результатів її роботи.

Дві вказані вище задачі визначають два основні напрями дослідження систем з використанням методів ТМО:

- ЗАДАЧА АНАЛІЗУ, зміст якої полягає у встановленні значень основних результируючих характеристик функціонування СМО із заданою структурою та параметрами її елементів. У ТМО така задача класифікується як пряма і ставить на меті надати об’ективну оцінку процесу, який досліджується;
- ЗАДАЧА СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНОЇ СМО. Метою вирішення цієї задачі є

обґрунтування такої структури СМО та параметрів її елементів, які забезпечать найкращі результатуючі показники її функціонування.

Не зважаючи на те, яка з вказаних вище задач дослідження системи підлягає розв'язку, у кожному конкретному випадку для їх вирішення необхідно використовувати спеціальні чисельні математичні методи, оскільки характеристиками „якості” масового обслуговування є кількісними показниками. ЩОБ РЕЗУЛЬТАТИ подібних НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ МАЛИ ДОСТАТНЮ СПІЛЬНІСТЬ, ВОНИ ПОВИННІ ПРОВОДИТИСЯ, по можливості, В АБСТРАКТНІЙ ФОРМІ. А Тому **ОСНОВОЮ НАУКОВОГО МЕТОДУ ТМО є МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.**

#### *2.4 Математичні основи теорії масового обслуговування*

ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ, ЯКІ ПОСТАЮТЬ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ СМО, НАЙБІЛЬШ УЖИВАНИМИ є РІЗНОМАНІТНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ: ЛІНІЙНЕ АБО НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, ДИНАМІЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, ТЕОРІЯ ІГОР та ін. АЛЕ **НАЙБІЛЬШОГО РОЗПОВСЮДЖЕННЯ НАБУВ МЕТОД СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СМО.**

Однією з найголовніших задач, що виникають на стадії проектування СМО, є оцінка різних варіантів її структури з метою знаходження найбільш раціонального рішення. Проведення порівняльної оцінки розроблених варіантів структури СМО без глибокого кількісного аналізу впливу випадкових факторів на динаміку функціонування такої системи може привести до грубих прорахунків. На практиці відомі випадки, коли порівняння варіантів структури для умов „нормального” функціонування системи не давало можливості одержати їхню об'єктивну оцінку.

Таким чином можна зробити висновок, що дослідження СМО можуть дати найкращі та об'єктивні результати тоді, коли вони проводяться з урахуванням можливості виникнення збурень у процесі їх функціонування. Звичайно, найкращі результати досліджень можна було б отримати у роботі з природнім об'єктом.

Але експерименти на натурних моделей більшості СМО є практично недоцільними як із причини підвищених витрат ресурсів на проведення досліджень, так і можливих наслідків хибних результатів. Аналітичні методи досліджень таких систем є досить складними, а їх результати досліджень не завжди є адекватними у силу спрощень аналітичних моделей, які проводяться з метою скорочення обсягу обчислень. Тому у процесі досліджень СМО широке застосування знаходить різні методи математичного моделювання процесів масового обслуговування на ЕОМ. ОСОБЛИВО РОЗПОВСЮДЖЕНИМ МЕТОДОМ ТАКОГО МОДЕЛЮВАННЯ є МЕТОД СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ.

Назва “СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НА ЕОМ” для цього методу є в значній мірі умовною. Вона ні у якому разі не означає наявності фізичної схожості між явищами процесу-оригінала і явищами, які відбуваються в ЕОМ при моделюванні. Такий метод моделювання процесів є скоріше особливим різновидом чисельних методів, які мають своєрідні особливості.

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ є ДУЖЕ ЗРУЧНИМ АПАРАТОМ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ, ЯКІ ХАРАКТЕРНОЮ ОСОБЛИВІСТЮ ФУНКЦІОНУВАННЯ СМО.

Далі ми перейдемо до ЗНАЙОМСТВА з поняттійним принципом побудови типової СМО, з'ясуємо функціональне призначення її основних елементів та надамо характеристику основним термінам та поняттям, які використовуються в області ТМО.

## **Основні елементи систем масового обслуговування**

**1) Вхідний потік (заявок, замовень) — це послідовно надходжені у систему на обслуговування об'єкти.**

В ТМО вхідні потоки як правило пуссонівські.

**2) Засоби (канали, прилади) обслуговування — це, в загальному випадку колективи людей, що застосовують технічні засоби, або сукупність автоматів, що працюють під наглядом людини.**

**3) Черга об'єктів які чекають обслуговування, створюється із-за випадковості моментів надходження об'єктів і випадковості часу на обслуговування, у зв'язку з недостатнім числом засобів обслуговування.**

**4) Вихідні потоки об'єктів — це випадкові об'єкти (обслужені і не обслужені), які покидають систему.**

**Числові характеристики  
вихідних потоків є показниками ефективності  
системи у цілому.**

## СМО з відмовами

абсолютна пропускна спроможність

A

відносна пропускна спроможність СМО

q

середнє число зайнятих каналів

$\bar{k}$

середній відносний час простою СМО  
і окремого каналу

## СМО з очікуванням

середнє число заявок у черзі

середнє число заявок у системі

середній час очікування у черзі

середній час перебування заяви у системі

## Параметри системи

число каналів

$n$

інтенсивність потоку заявок

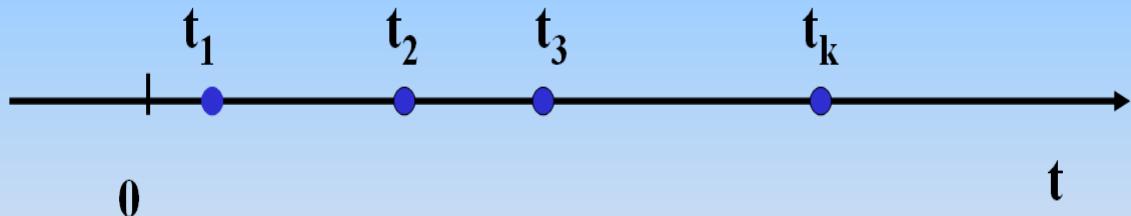
$\lambda$

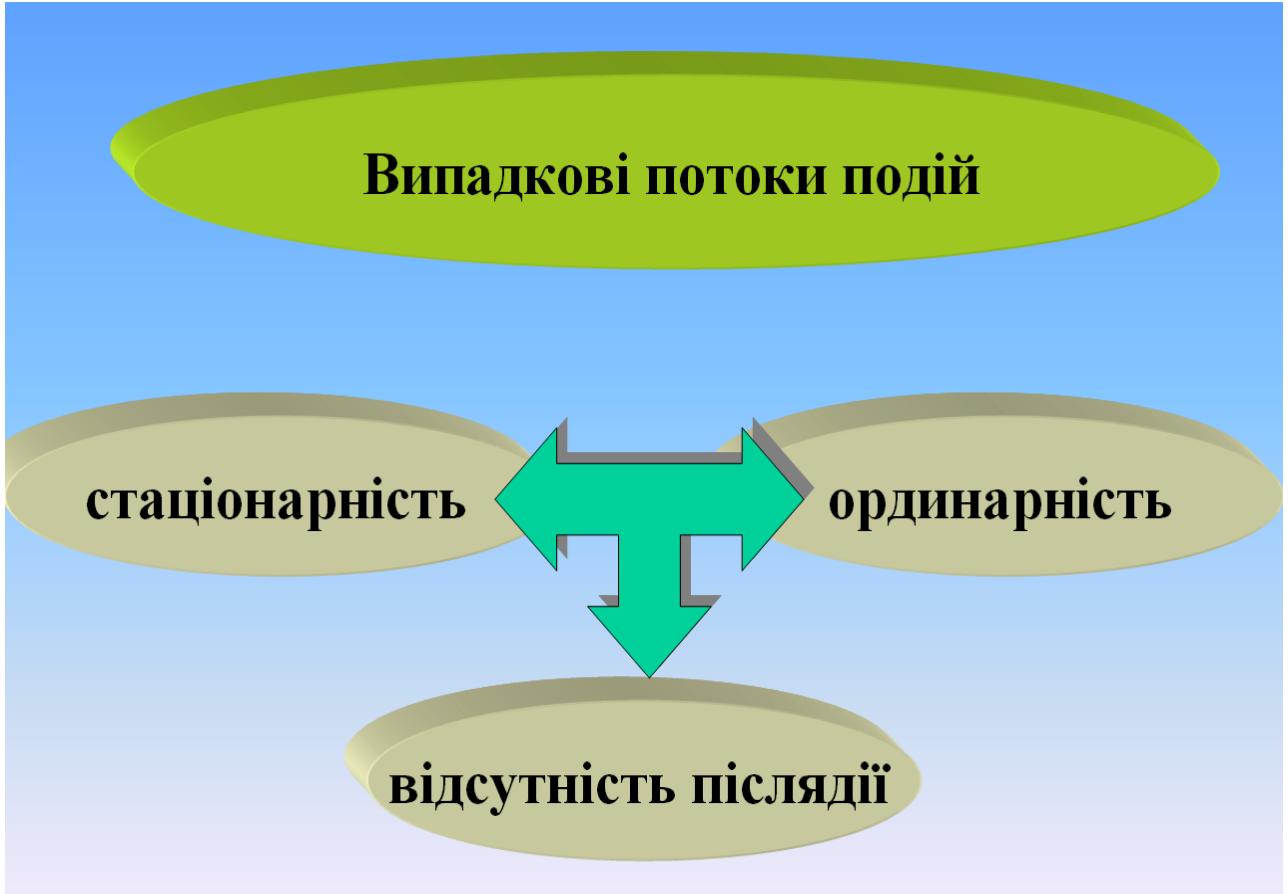
продуктивність кожного каналу

$\mu$

умови створення черги

Графічно потік подій можна уявити як послідовність точок  $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$  на числовій осі часу  $[0, t]$ , що відповідають моментам появи подій:





### Найпростіший потік.

Ймовірність появи рівно  $k$  заявок в інтервалі часу довжиною  $t$  визначається формулою Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

де  $\lambda > 0$  - стало число, яке називається параметром потоку, воно являє собою середнє число заявок, що надійшли в одиницю часу, або так звану *середню щільність* потоку.

## Час обслуговування.

Як правило має показниковий закон розподілу

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} \quad (t > 0)$$

Параметр  $\mu$  називається інтенсивністю обслуговування.

Величина, обернена до  $\mu$  ( $1/\mu$ ) , є середнім часом обслуговування  $t_{обc}$ , тобто

$$t_{obc} = \frac{1}{\mu}$$

## Параметри одноканальної СМО з відмовами

Число каналів обслуговування	$n=1$
Інтенсивність вхідного потоку	$\lambda$
Інтенсивність (продуктивність) обслуговування , середній час обслуговування	$\mu$ $\overline{t}_{obc}$

$$\mu = \frac{1}{t_{obc}}$$

## Границі характеристики ефективності одноканальної СМО

<b>Ймовірність того, що канал вільний (обслуговування)</b>	$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$
<b>Ймовірність відмови (канал зайнятий)</b>	$p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$
<b>Відносна пропускна спроможність</b>	$q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$
<b>Абсолютна пропускна спроможність</b>	$A = \lambda q$

29

<b>Середній час обслуговування</b>	$\overline{t_{обс}} = \frac{1}{\mu}$
<b>Середній час перебування заявки у системі</b>	$\overline{T_{cuc}} = \frac{1}{\lambda + \mu}$

