

УДК 535.44

## ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА ПРИ ВІДБИТТІ ВІД ГАРМОНІЧНОЇ ГРАТКИ

Дьоміна Н. А., к.т.н.,

Морозов М. В., к.ф.-м.н.

Таврійський державний агротехнологічний університет

Тел. (0619) 42-68-74

**Анотація** – робота присвячена дослідженню дифракційної ефективності відбиваючої ґратки та її залежності від кута освітлення, кута дифракції та параметрів одновимірної ґратки. Використовується чисельний метод моделювання дифракції Фраунгофера у випадку скалярного наближення.

**Ключові слова** – відбиваюча синусоїдальна ґратка, дифракція Фраунгофера, дифракційна ефективність.

*Постановка проблеми.* У прецензійному машинобудуванні, у тому числі і сільськогосподарському, використовують метрологічні дифракційні ґратки для вимірювання лінійних розмірів з надвисокою точністю ( $\Delta = 10^{-8} \text{ м}$ ). Розробка та застосування голографічних технологій дозволяє отримати відбиваючі дифракційні ґратки з синусоїдальним профілем. Тому розгляд дифракції світла у цьому випадку з метою визначення дифракційної ефективності та оптимізації параметрів ґратки є актуальним.

*Аналіз останніх досліджень.* В роботах [1, 2] розглянуто інтенсивність дифракційної хвилі для гармонічної відбиваючої ґратки, в першу чергу у випадку нормального освітлення та відбиття. Для центрального нульового дифракційного максимуму інтенсивність відбитої хвилі залежить від амплітуди  $z_m$  профілю одновимірної синусоїдальної ґратки

$$I = I_0 \cdot J_0^2\left(\frac{4\pi z_m}{\lambda}\right), \quad (1)$$

де  $J_0 = J_0\left(\frac{4\pi z_m}{\lambda}\right)$  – функція Бесселя 0-го порядку;

$\lambda$  – довжина хвилі випромінювання;

$z_m$  – амплітуда синусоїдального рельєфу ґратки.

Розглянуто нулі функції Бесселя, які відповідають парному

числу зон Френеля у відповідному методі.

*Формулювання цілей статті (постановка завдання).* Вивчити залежність дифракційної ефективності від кута падіння  $\alpha$ , кута дифракції  $\varphi$  та параметрів відбиваючої гармонічної ґратки. Крім того, треба розглянути обмеження цієї моделі для кутів дифракції, при яких не відбуваються повторні відбиття.

*Основна частина.* Одновимірна відбиваюча гармонічна дифракційна ґратка має рельєф, який задається функцією

$$z = z_m \cdot \sin k_1 x, \quad (2)$$

де  $k_1 = \frac{2\pi}{d}$  – хвильове число оберненої ґратки;

$d$  – період синусоїдальної ґратки;

$z_m$  – амплітуда профіля гармонічної ґратки.

Розглянемо дифракцію Фраунгофера плоских хвиль для гармонічної відбиваючої ґратки. Оптична різниця ходу при відбитті від одновимірної ґратки дорівнює (рис. 1)

$$\Delta(\alpha, \varphi, x) = x(\sin \alpha + \sin \varphi) + z_m \cdot (1 - \sin k_1 x)(\cos \alpha + \cos \varphi), \quad (3)$$

де  $\alpha$  – кут падіння;

$\varphi$  – кут відбиття (дифракції).

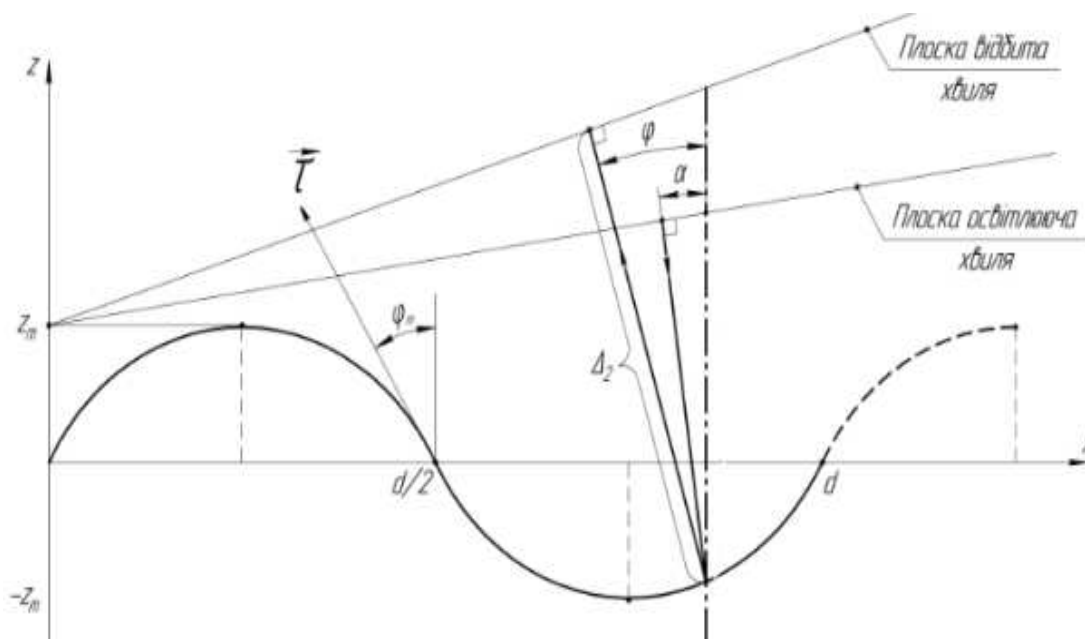


Рис. 1. Дифракція на гармонічній відбиваючій ґратці

Для випадку скалярного наближення амплітуда  $E$  плоскої відбитої хвилі при дифракції Фраунгофера, якщо не враховувати повторного відбиття (рис. 1), дорівнює [1-3]

$$E = \frac{E_0}{d} \cdot \int_0^d e^{i(\omega t - k \cdot \Delta)} \cdot dx, \quad (4)$$

де  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число плоскої хвилі.

Тоді, з урахуванням оптичної різниці (3), отримаємо

$$E(\alpha, \varphi, z_m) = \frac{E_0}{d} \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-ikz_m(\cos\alpha + \cos\varphi)} \times \\ \times \int_0^d e^{-ik[x(\sin\alpha + \sin\varphi) - z_m(\cos\alpha + \cos\varphi)\sin k_1 x]} \cdot dx. \quad (5)$$

Інтеграл (5) не визначається аналітичними функціями, а знаходиться наближеними чисельними методами. Розроблено алгоритм та програму розрахунку інтенсивності відбитого світла від синусоїдальної ґратки у залежності від кутів освітлення і дифракції та параметрів ґратки. Інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди та визначається після усереднення по часу за допомогою математичного пакету *MathCad* (рис. 2)

$$I(\alpha, \varphi, z_m) = I_0 \langle E \cdot E^* \rangle \quad (6)$$

Для розгляду дифракції електромагнітних хвиль, у тому числі світлових, використовують також чисельний метод розв'язання систем диференціальних рівнянь Максвелла у кінцевих різницях у часовому просторі (FDTD). Цей метод може бути застосовано для опису інтенсивності дифракційної картини у ближній зоні (дифракція Френеля).

Розглянемо обмеження для кутів дифракції, при яких не відбуваються повторні відбиття від гармонічної ґратки (рис. 1). Тоді виконується умова для максимального кута дифракції  $\varphi_m$

$$\operatorname{tg} \varphi \leq \frac{dx}{dz} = \frac{1}{z'(x)} = \frac{d}{2\pi \cdot z_m \cdot \cos k_1 x}. \quad (7)$$

Таким чином, застосована модель обчислення інтенсивності дифракції справедлива для достатньо малих кутів відбиття ( $\varphi_m < 60^\circ$ ) та значень амплітуди модуляції рельєфу ґратки ( $z_m < 0,2 \text{ мкм}$ ).

Відповідні графіки залежності інтенсивності дифракції від кутів падіння  $z_m$  ґратки приведені на рисунку 2 (період дифракційної ґратки дорівнює  $d = 2\lambda = 1,26 \text{ мкм}$ , довжина  $L = 2d$ ). При збільшенні довжини одновимірної ґратки дифракційні максимуми суттєво звужуються подібно до того, як змінюється дифракційна картина при збільшенні числа щілин  $N$  для пропускаючих ґраток.

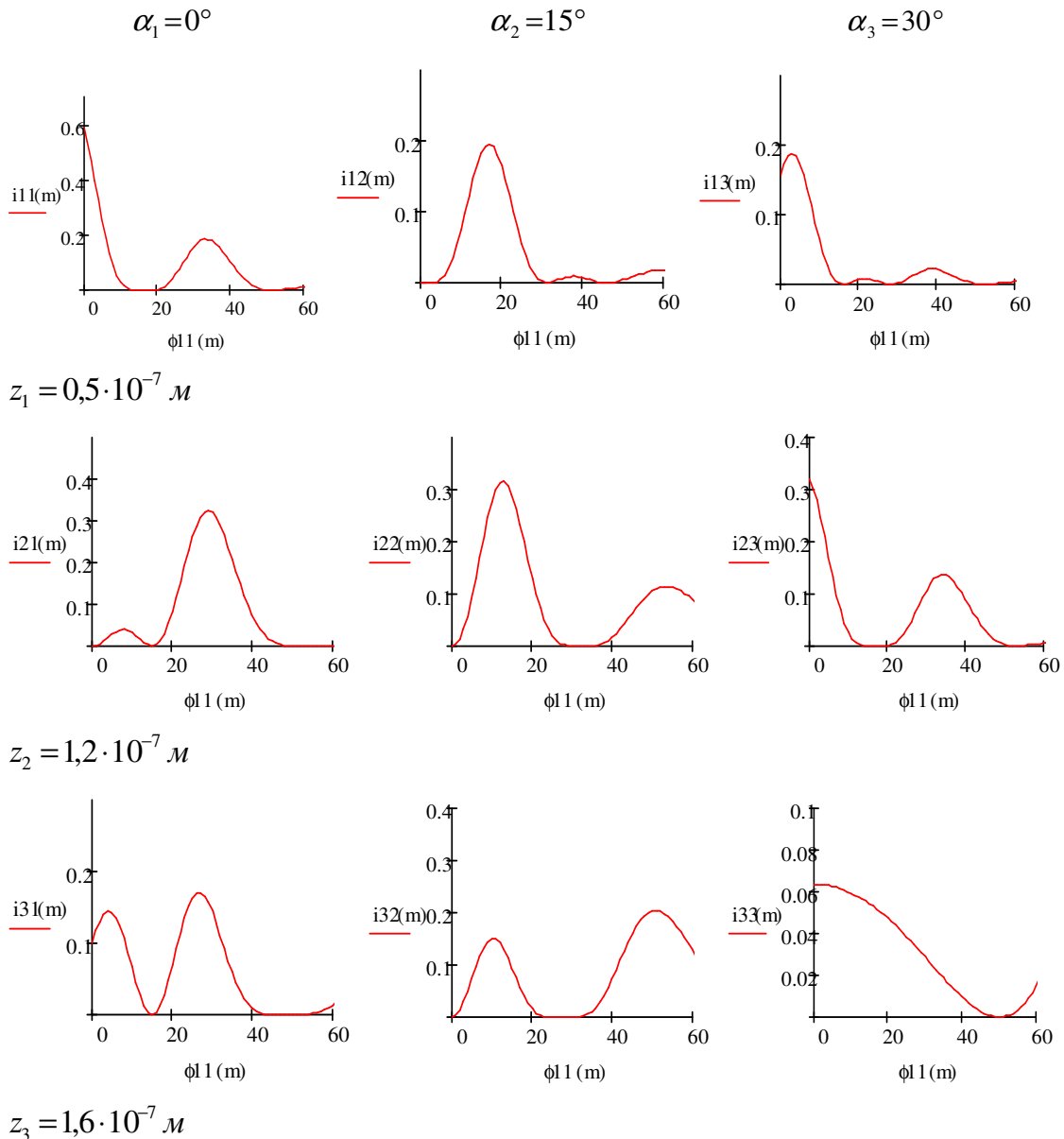


Рис. 2. Графіки залежності інтенсивності дифракційної хвилі від кута  $\varphi$  дифракції для різних кутів  $\alpha$  освітлення та амплітуди  $z_m$  модуляції рельєфу гармонічної ґратки

**Висновки.** Для відбиваючої гармонічної дифракційної ґратки розглянуто дифракцію Фраунгофера та залежність дифракційної ефективності від кутів освітлення та відбиття. Вивчено залежність інтенсивності дифракційної плоскої хвилі від амплітуди синусоїдального профіля одновимірної ґратки. Також розглянуто чисельний метод розрахунку інтенсивності для вищих порядків дифракції з використанням пакету *MathCad*. Результати досліджень

можуть бути використані при розробці технології виготовлення голографічних дифракційних ґраток, голограм Бентона та *D*-голограм.

*Література*

1. Дьоміна Н. А. Відбиваючі дифракційні ґратки з гармонічним рельєфом / Н. А. Дьоміна, М. В. Морозов // Праці ТДАТУ. – Мелітополь, 2015. – Вип. 15, т. 4. – С. 111-114.

2. Morozov N. V. Sine-Shaped Reflective Diffraction Gratings / N. V. Morozov, N. A. Diomina. – Kyiv, 2015. – P. 253-254. – (16<sup>th</sup> International Scientists Conference Optics and High Technology Material Science. SPO 2015, Scientific Work).

3. Калитеевский Н. И. Волновая оптика: учеб. пособие для университетов / Н. И. Калитеевский – М.: Высш. школа, 1978. – 383 с.

## ДИФРАКЦИЯ СВЕТА ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ ГАРМОНИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

Демина Н. А., Морозов Н. В.

*Аннотация* – работа посвящена исследованию дифракционной эффективности и ее зависимости от углов освещения и дифракции, а также от параметров отражающей гармонической решетки. Используется численный метод моделирования дифракции Фраунгофера в случае скалярного приближения.

## DIFFRACTION AT HARMONIC GRATINGS

N. Diomina, N. Morozov

### *Summary*

This work dedicated to the study of the diffraction efficiency and its dependence on the illumination and diffraction angles, as well as on parameters of harmonic reflection gratings. A numerical method for the simulation of Fraunhofer diffraction in the case of a scalar approximation was used.