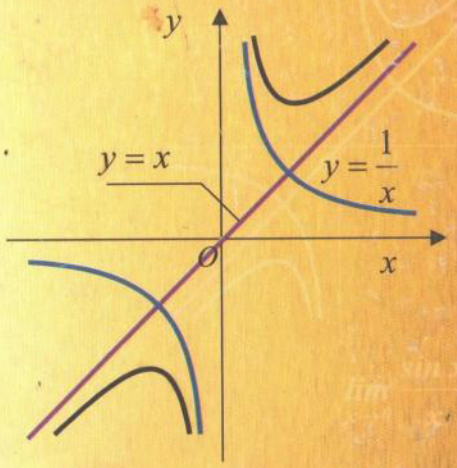
51
1-60



$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n\sigma_x \sigma_y}$$

Назарова О.П.
Рубцов М.О.
Іщенко О.А.
та ін.

Індивідуальні завдання

з вищої математики

ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ
АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Назарова О.П.
Рубцов М.О.,
Іщенко О.А. та ін.

Індивідуальні завдання з вищої математики

Навчальний посібник

**Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України**

ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАУКОВА БІБЛІОТЕКА
72312, м. Мелітополь,
пр-т Б. Хмельницького, 18

Мелітополь
ТОВ «Видавничий будинок ММД»
2011

ББК 22.1
В15

Рецензенти: Нерух О.Г., д-р фіз.-мат. наук, проф., ХНУРЕ
Коляда Ю.Є., д-р фіз.-мат. наук, проф., ПНТУ
Раскін Л.Г. д-р т. наук, проф. ХНТУ "ХПІ"

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(Лист № 1/11-1719 від 02.03.2011р.)

*Розповсюджувати та тиражувати
без офіційного дозволу ТДАТУ заборонено*

В15 **Назарова О.П., Рубцов М.О., Іщенко О.А. та ін.** Індивідуальні завдання з вищої математики: Навч. посібник: – Мелітополь: ТОВ «Видавничий будинок ММД», 2011.– 238 с.

Окремі підрозділи підготували: п. 1-2 – к.т.н. Дьоміна Н.А.,
п. 3. – доц к. ф.-мат. н. доц. Кравець В.І., ас. Бойко С.Б.,
п. 14. – к.т.н. Єфімов Г.М.

ISBN 978-966-197-119-5

Посібник написано відповідно до діючих програм курсу вищої математики для студентів усіх спеціальностей вищого навчального закладу. Теоретичний матеріал подано з великою кількістю розв'язаних прикладів, рисунків, завдань для індивідуальної роботи та контрольних питань до кожної теми, які допомагають перевірити засвоєння матеріалу.

Цій підручник призначений для студентів технічних та економічних спеціальностей вищих навчальних закладів денної та заочної форм навчання.

ББК 22.1

ISBN 978-966-197-119-5

© Назарова О.П., Рубцов М.О.,
Іщенко О.А., 2011
© Таврійський державний
агротехнологічний університет, 2011

ЗМІСТ

Вступ 6

Розділ 1. Лінійна алгебра й аналітична геометрія 7

1. Розв'язання систем лінійних рівнянь 7
   - 1.1. Метод Крамера 7
   - 1.2. Метод Гаусса 7
   - 1.3. Матричний метод 9
2. Елементи векторної алгебри 13
3. Елементи аналітичної геометрії 16
   - 3.1. Пряма лінія на площині 16
   - 3.2. Площина і пряма лінія у просторі 21

Розділ 2. Вступ до математичного аналізу 24

4. Границя змінної величини. Границя функції 24
   - 4.1. Основні означення 24
   - 4.2. Зв'язок між нескінченно малими і нескінченно 25
     великими величинами 25
   - 4.3. Основні теореми про границю 25
   - 4.4. Визначні границі 26
5. Неперервність функції в точці 29

Розділ 3. Диференціальне числення функції однієї змінної 34

6. Диференціювання функцій 34
   - 6.1. Похідна 34
   - 6.2. Основні правила знаходження похідної 34
   - 6.3. Таблиця похідних основних функцій 34
7. Дослідження функцій на екстремум 38
   - 7.1. Основні означення 38
   - 7.2. Необхідна умова екстремуму 38
   - 7.3. Достатні умови екстремуму 39
8. Дослідження функцій і побудова їх графіків 41

Розділ 4. Інтегральне числення функції однієї змінної 44
9. Невизначений інтеграл. Визначений інтеграл. Невласні інтеграли 44
9.1. Поняття первісної функції та визначеного інтеграла 44
9.2. Таблиця основних інтегралів 45
9.3. Основні методи інтегрування 46
9.4. Визначений інтеграл 57
9.5. Невласні інтеграли 61
10. Деякі застосування визначеного інтегралу 64
Розділ 5. Диференціальне числення функцій багатьох змінних 67
11. Частинні похідні першого та другого порядків функції двох змінних. Дослідження функцій на екстремум 67
11.1. Частинні похідні та їх обчислення 67
11.2. Екстремум функції двох змінних 71
Розділ 6. Диференціальні рівняння 74
12. Диференціальні рівняння першого порядку 74
12.1. Загальні поняття та означення 74
12.2. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними 75
12.3. Однорідні диференціальні рівняння 77
12.4. Лінійні диференціальні рівняння та рівняння Я.Бернуллі 80
13. Диференціальні рівняння другого порядку 82
13.1. Загальні поняття та означення 82
13.2.Диференціальні рівняння другого порядку, які допускають пониження порядку 83
13.3. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами 86

Розділ 7. Ряди 90
14. Числові та степеневі ряди 90
14.1. Числові ряди 90
14.2. Степеневі ряди 95
14.3. Ряди Тейлора і Маклорена. Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів 98
Розділ 8. Теорія ймовірностей 104
15. Елементи теорії ймовірностей 104
15.1 Основні поняття 104
15.2 Елементи комбінаторики 104
15.3 Основні теореми теорії ймовірностей 105
15.4.Повторення випробувань 110
15.5.Випадкові величини, числові характеристики 112
Розділ 9. Математична статистика 117
16. Означення та методи математичної статистики 117
16.1. Види рядів розподілу 117
16.2. Числові характеристики 119
16.3. Алгоритм вибіркового методу 120
16.4 Кореляційний аналіз 124
16.5. Однофакторний дисперсійний аналіз 128
Розділ 10. Індивідуальні завдання 131
17.1.Теоретичні питання 131
17.2.Практичні завдання 139
Відповіді до індивідуальних завдань 198
Література 232
Додатки 233

ВСТУП

Посібник призначено для студентів денної та заочної форм навчання. Посібник містить стислі відомості і вказівки до виконання індивідуальних завдань з таких тем:

Тема	Кількість годин
1. Розв'язання систем лінійних рівнянь	6
2. Аналітична геометрія й лінійна алгебра	8
3. Вступ до математичного аналізу	16
4. Диференціальне числення функції однієї змінної	6
5. Інтегральне числення функції однієї змінної	28
6. Диференціальне числення функції багатьох змінних	10
7. Диференціальні рівняння	14
8. Ряди	8
Теорія ймовірностей	
1. Ймовірність суми, добутку подій.	2
2. Формула повної ймовірності. Формула Бейєса.	2
3. Повторення випробувань.	2
4. Випадкові величини, числові характеристики.	
- дискретні;	2
- неперервні.	2
Математична статистика	
1. Вибірковий метод.	2
2. Кореляційний аналіз.	2
3. Дисперсійний аналіз	2

У теоретичній частині рекомендацій студент має змогу ознайомитися дуже коротко з питаннями теорії і вивчити наведені приклади до виконання індивідуальних завдань. Тут також подана основна література.

У кожному розділі наведені деякі задачі, до яких пропонуються розгорнуті розв'язання.

Оформлюють індивідуальні завдання на аркушах формату А4, лишаючи поля для зауважень викладача та один бік аркуша чистим для подальшого внесення виправлень у роботу.

Розділ 1. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА Й АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

1.Розв'язання систем лінійних рівнянь

1.1. Метод Крамера

Література: [2], гл.2, §1,2,3.

Нехай маємо систему n лінійних рівнянь з n невідомими:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n, \end{cases}$$

де a_{ij} – коефіцієнти при невідомих, а b_i – вільні члени, x_j – невідомі. Розв'язок такої системи можна знайти за формулами Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta\ x_1}{\Delta},\quad x_2 = \frac{\Delta\ x_2}{\Delta},\quad x_3 = \frac{\Delta\ x_3}{\Delta},\ \ldots, x_n = \frac{\Delta\ x_n}{\Delta}\ ,$$

де Δ – головний визначник системи (визначник, що складається з коефіцієнтів при невідомих), тобто

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

а Δ_{x_i} – це визначник, який утворюється з визначника Δ системи шляхом заміни стовпця коефіцієнтів при відповідному невідомому стовпцем вільних членів:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_n & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},\ \ldots,\ \Delta_{x_n} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & b_n \end{vmatrix}.$$

1.2. Метод Гаусса

Нехай маємо систему m лінійних рівнянь з n невідомими:

Критичні точки t - розподілу Ст'юдента **Додаток 3**

Число ступенів вільності k	Рівень значимості		
	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,001$
1	12,7	63,7	637,0
2	4,30	9,92	31,6
3	3,18	5,84	12,9
4	2,78	4,60	8,61
5	2,57	4,03	6,86
6	2,45	3,71	5,96
7	2,36	3,50	5,40
8	2,31	3,36	5,04
9	2,26	3,25	4,78
10	2,23	3,17	4,59
11	2,20	3,11	4,44
12	2,18	3,05	4,32
13	2,16	3,01	4,22
14	2,14	2,98	4,14
15	2,13	2,95	4,07
16	2,12	2,92	4,01
17	2,11	2,90	3,96
18	2,10	2,88	3,92
19	2,09	2,86	3,88
20	2,09	2,85	3,85
21	2,08	2,83	3,82

Критичні значення F - критерію) Фішера – Снедекора ($\alpha = 0,05$ **Додаток 4**

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,21
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,91
9	5,12	4,26	3,63	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,79
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,72	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73