## Практична робота № 5

**Тема: Дисперсійний аналіз.**

**5.1 Суть дисперсійного аналізу**.

**5.2 Дисперсійний аналіз однофакторних польових дослідів.**

**5.3 Дисперсійний аналіз двофакторного польового досліду**

**Мета: Навчитись проводити дисперсний аналіз однофакторних і двофакторних дослідів.**

### 5.1 Суть дисперсійного аналізу.

У польовому досліді, розміщеному методом рендомізованих повторень, урожай змінюється залежно від варіантів, повторностей, а також від випадкових причин - неврахованої зміни умов навколишнього середовища або індивідуальної мінливості самих рослин. Останні дві причини також впливають на помилки досліду. Англійський математик Р. Фішер (1890-1962) виразив ці зміни сумами квадратів таких розсіювань: варіантів - $C_y$; повторень - $C_p$; похибки - $C_z$. Їх сума і є сумою квадратів загального розсіювання ($C_y$). Тоді $C_y = C_y + C_p + C_z$.

Для кожного розсіювання обчислюють число ступенів свободи (у): варіантів - $y_y = \ell - 1$; повторень - $v_p = n - 1$; похибки - $v_z = (\ell - 1)(n - 1)$; загального розсіювання - $N - 1$, де $N - \ell_n$, ($\ell$ - кількість варіантів, n - кількість повторень).

Діленням певної суми квадратів на число ступенів свободи мають дисперсію – $S^2$. Дисперсія – це розсіювання даних досліду і розчленування загального варіювання врожаю чи інших показників на складові частини. Звідси і назва методу – дисперсний аналіз. Найбільш застосовувані дисперсія варіантів ($S^2_y$) та дисперсія помилки - $S^2_z$, яку ще називають дисперсією залишку.

Відношення цих двох дисперсій є тим основним критерієм, який дає змогу дати загальну оцінку достовірності різниць між середніми арифметичними або загальну оцінку достовірності досліду. Цей критерій позначають першою літерою прозвища автора дисперсного аналізу Фішера (критерій Фішера), який визначають за формулою:

$$F_{факт} = S^2_y : S^2_z$$

Розрахувавши критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$), його порівнюють із теоретичним критерієм ($F_{теор}$ ) на певних рівнях надійної імовірності (додатки 3 і 4) і роблять висновки. Якщо критерій Фішера фактичний (розрахований) дорівнює критерію теоретичному або більший від нього ($F_{факт} \geq F_{теор}$), достовірність різниць між середніми арифметичними доведена. Це означає, що в досліді є одна пара або кілька пар варіантів, між середніми арифметичними яких є достовірна різниця. Якщо $F_{факт} < F_{теор}$, то достовірних різниць між середніми арифметичними немає.

Буває, що $F_{факт}$ лише дещо менший від $F_{теор}$. Дотримуючись вищенаведеного правила, треба робити висновок про те, що достовірних

різниць у досліді немає. Однак продовження аналізу часто дає змогу знайти цю різницю хоч між одною парою варіантів. Тому в таких випадках не варто зупинятись тільки на розрахунках критерію F, а треба знаходити найменшу істотну різницю (НІР). З цим статистичним показником порівнюють різницю (d) між середніми арифметичними. Якщо d $\geq$.НІР, то між варіантами доведена істотність різниці. Докази ведуть, як правило, на рівнях надійної імовірності $P_{0,95}$ та $P_{0,99}$.

Дисперсійний аналіз є найдосконалішим методом статистичної обробки даних. Його переваги полягають у виділенні із загального варіювання його компонентів, розрахувати узагальненої помилки всього досліду (Е) на основі більшої кількості спостережень, ніж для індивідуальних помилок окремих пар варіантів у недисперсійних методах. Так, при 5 варіантах і 4 повторностях число ступенів свободи помилки $v_z$, становить (5 - 1) · (4 - 1) = 12, в той час як для кожного варіанта досліду окремо воно становить 4 - 1 = 3, тобто в 4 рази менше, а для пари варіантів (4 - 1) + (4 - 1) = 6.

Дисперсійний аналіз досить ефективний для багатофакторних дослідів, оскільки дає змогу визначити достовірність не лише дії факторів окремо, а й їх взаємодії.

Висновок про точність усього досліду роблять наприкінці дисперсійного аналізу на основі числового значення відносної помилки $S_x$ % , яку визначають за формулою:

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{E \cdot 100}{\bar{x}_N},$$

де Е - узагальнена помилка досліду, $\bar{x}_N$ - середня арифметична всього досліду.

Без обчислення помилки досліду дисперсійний аналіз вважається незакінченим, а висновки неповними.

Основна відміна дисперсійних аналізів полягає у формулах і в переліках тих сум квадратів, які розраховуються: 1) неповна рендомізація - Cy = Cp + Cv + Cz; 2) повна рендомізація - Cy = Cv + Cz; 3) латинський квадрат і латинський прямокутник - Cy = Cp + Cc + + Cv + Cz; 4) двофакторний дослід - Cy = Cp + Ca+ Cв + C ав + Cz; 5) трифакторний дослід - Cy = Cp + Ca + Cв + Cc + Cав + Cac + Cвc + Cавc + Cz.

### 5.2 Дисперсійний аналіз однофакторних польових дослідів.

Цей аналіз буде виконаний на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників, перенесених із таблиці 1 у таблицю 2 з врахуванням відновленої дати.

Далі розрахунки ведуть в такій послідовності. Вираховують середню врожайність по варіантах $\left(\bar{x} = \frac{\sum V}{n}\right)$ і загальну середню врожайність озимої пшениці для всього досліду $\bar{x}_N = \frac{\sum x}{N}$ ; де N = ℓ · n = 4 · 4 = 16. Якщо останнє число буде дробовим, то вибирають довільний початок , значення якого

повинне бути цілим числом і близьким до загальної середньої (А = 45) і складають таблицю 2 відхилень поділяночних урожаїв від довільного початку (Х - А) та визначають суми відхилень по варіантах ($\Sigma V_A$), по повтореннях ($\Sigma P_A$) і сум по варіантах і повтореннях (L).

Таблиця 1

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

| Номер варіанта | Попередник | Повторність | | | | Сума по варіанту, ΣV | Середня по варіанту, x |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | | |
| 1 | Конюшина на один укіс | 54,3 | 52,2 | 54,1 | 50,1 | 210,7 | 52,7 |
| 2 | Вико - вівсяна сумішка | 52,3 | 49,0 | 50,0 | 47,1 | 198,4 | 49,6 |
| 3 | Горох | 45,7 | 47,9 | 48,0 | 50.1 | 191,7 | 47,9 |
| 4 | Кукурудза на силос | 25,9 | 28,3 | 28,5 | 30,5 | 113,2 | 28,3 |
| Сума по повто-ренню, ΣP | | 178,2 | 177,4 | 180,6 | 177,8 | ΣX = ΣΣP = ΣΣV= 714,0 | $x_N$ = 44,6 |

Таблиця 2

Відхилення дат від довільного початку

| Номер варіанта | Повторність | | | | $\Sigma V_A$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | |
| 1 | 9,3 | 7,2 | 9,1 | 5,1 | 30,7 |
| 2 | 7,3 | 4,0 | 5,0 | 2,1 | 18,4 |
| 3 | 0,7 | 2,9 | 3,0 | 5,1 | 11,7 |
| 4 | -19,1 | -16,7 | -16,5 | -14,5 | -66,8 |
| $\Sigma P_A$ | -1,8 | -2,6 | 0,6 | -2,2 | L = -6,0 |

Всі одержані відхилення та їх суми підносять, до квадрата і вписують до таблиці 3.

Далі розраховують коректуючий фактор (С) і суми квадратів розсіювань: загального ($C_y$); повторень ($C_p$); варіантів ($C_y$); залишку або помилки ($C_Z$). Для цього користуються такими формулами:

Таблиця 3

Квадрати відхилень дат від довільного початку

| Номер варіанта | Повторність | | | | $(\Sigma V_A)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | |
| 1 | 86,49 | 51,84 | 82,81 | 26,01 | 942,49 |
| 2 | 53,29 | 16,00 | 25,00 | 4,41 | 338,56 |
| 3 | 0,49 | 8,41 | 9,00 | 26,01 | 136,89 |
| 4 | 364,81 | 278,89 | 272,25 | 210,25 | 4462,24 |
| $(\Sigma P_A)^2$ | 3,24 | 6,76 | 0,36 | 4,84 | $L^2$ = 36,0 |

$$C = \frac{L^2}{N} = \frac{36}{16} = 2{,}25$$

$C_y = \Sigma(X- A)^2 - C$ = (86,49 + 51,84 + 82,81 + 26,01 + 53,29 + 16,00 + 25,00 + 4,41 + 0,49 + 8,41 + 9,00 + 26,01 + 364,81 + 278,89 + 272,25 + 210,25) - 2,25 = 1516,05 - 2,25 = 1513,80

$C_p = (\Sigma P_A)^2 : \ell - C$ = (3,24 + 6,76 + 0,36 + 4,84) : 4 - 2,25 = = 14,9 : 4 - 2,25 = 1,48

$C_y = (\Sigma V_A)^2 : n - C$ = (942,49 + 338,56 + 136,89 + 4462,24) : 4 - 2,25 = 5880,18 : 4 - 2,25 = 1467,79

$C_z$ = 1513,80 - 1,48 - 1467,79 = 44,53

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання ($v_y$), повторень ($v_p$), варіантів ($v_v$) та помилки ($v_z$):

$v_y = N - 1 = 16 - 1 = 15$; $v_v = \ell - 1 = 4 - 1 = 3$; $v_p = n - 1 = 4 - 1 = 3$;

$v_z = (\ell - 1)(n - 1) = (4 - 1)(4 - 1) = 3 \bullet 3 = 9$.

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 4, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів ($S^2_V$), дисперсію помилки ($S^2_Z$) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 4

Результати дисперсійного аналізу

| Розсіювання | Суми квадра-тів | v | $S^2$ | $F_{факт}$ | $F_{теор}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $P_{0.95}$ | $P_{0.99}$ |
| Загальне | 1513,80 | 15 | | | | |
| Повторень | 1,48 | 3 | | | | |
| Варіантів | 1467,79 | 3 | 489,26 | 98,80 | 3,86 | 6,99 |
| Похибки | 44,53 | 9 | 4,95 | | | |

Дисперсії розраховуються за такими формулами:

$S^2_v = C_v : v_v$ = 1467,79 : 3 = 489,26;

$S^2_Z = C_Z : v_Z$ = 44,53 : 9 = 4,95.

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$F_{факт} = S^2_v : S^2_Z$ = 489,26 : 4,95 = 98,80.

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступенів вільності варіантів $v_v = 3$ (більша дисперсія) та помилки $v_Z = 9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,86 і при $P_{0,99}$ - 6,99. Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між всіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. В нашому прикладі $P_{факт}$ = 98,80, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, які складають відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної ймовірності.

Далі розраховують узагальнену помилку досліду (Е) та помилку різниці ($S_d$) за формулами:

$$E = \sqrt{S_Z^2 : n} = \sqrt{4,95 : 4} = 1,11 \text{ ц/га}$$

$$S_d = E \cdot 1,41 = 1,11 \cdot 1,41 = 1,57 \text{ ц/га.}$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують як правило на двох рівнях надійної ймовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$НІР_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95}$ ; $НІР_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99}$.

Теоретичне значення критерію Стьюдента знаходять у додатку 2 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$ відповідно 2,26 і 3,25.

Для характеристики істотності приватних різниць і точності досліду розраховуємо:

- найменшу істотну різницю:

$НІР_{0,99} = S_d \bullet t_{0,95} = 1,57 \bullet 2,26 = 3,55 \approx 3,6$ ц/га;

$НІР_{0,99} = S_d \bullet t_{0,99} = 1,57 \bullet 3,25 = 5,1$ ц/га.

- відносну помилку всього досліду:

$$S_x\% = \frac{E \cdot 100}{\bar{x}_N} = \frac{1,11 \cdot 100}{44,6} = 2,49\%.$$

- точність досліду Т % = 100 - 2,49 = 97,51 %.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 5.

Таблиця 5

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

| Номер варіанта | Попередник | X | Різниця, d | НІР | | $S_x$ % | Т % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 0,95 | 0,99 | | |
| 1 | Конюшина на один укіс | 52,7 | - | | | | |
| 2 | Вико-вівсяна сумішка | 49,6 | -3,1 | 3,6 | 5,1 | 2,49 | 97,51 |
| 3 | Горох | 47,9 | -4,8 | | | | |
| 4 | Кукурудза на силос | 28,3 | -24,4 | | | | |

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із значенням НІР на обох рівнях надійної імовірності роблять висновок про істотність цих різниць дотримуючись правила: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.

Висновок:

- оскільки критерій Фішера фактичний становить 98,8, що більше за $F_{0,95}$ (3,86) і $F_{0,9I}$ (6,99), то різниця між всіма окремими варіантами досліду достовірна на обох рівнях надійної імовірності;

- точність обчислення середніх арифметичних висока, тому що значення $S_x$ % не перевищує 3 %;

- зниження врожайності в другому варіанті проти контролю не істотне,

тому що різниця між середніми цих варіантів менша від НІР на обох рівнях імовірності.

В третьому варіанті зниження врожайності істотне лише при $P_{0,95}$, а в четвертому - зниження істотне на обох рівнях імовірності. Якість попередників в другому і третьому варіантах можна вважати рівноцінною в зв'язку з тим, що різниця в урожайності між ними не перевищує НІР на обох рівнях імовірності.

### 5.3 Дисперсійний аналіз двофакторного польового досліду

Аналіз проведемо на прикладі досліду з вивченням глибин оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 6).

Статистичну обробку даних двофакторного досліду проводять методом дисперсійного аналізу поетапно.

На першому стані обробку ведуть. як і даних однофакторного досліду, визначаючи загальне розсіювання; розсіювання варіантів, повторень і помилки. Це дає можливість визначити критерій F, помилку досліду і істотність різниці між варіантами.

Таблиця 6.

Урожайність озимої пшениці при різних глибинах обробітку грунту та нормах внесеного азоту, ц/га

| Глибина оранки, см (фактор А) | Норма азоту (фактор В) | Повторність | | | | Сума по варіанту, ΣV | Середня по варіанту, x |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | | |
| 20 - 22 | $N_{30}$ | 48,1 | 46,3 | 54,0 | 52,7 | 201,1 | 50,3 |
| | $N_{60}$ | 50,6 | 54,2 | 52,4 | 58,8 | 216,0 | 54,0 |
| | $N_{90}$ | 61,0 | 55,3 | 62,8 | 58,4 | 237,5 | 59,4 |
| 10- 12 | $N_{30}$ | 52,6 | 55,3 | 56,7 | 54,9 | 219,5 | 54,9 |
| | $N_{60}$ | 54,2 | 59,1 | 57,4 | 57,8 | 228,5 | 57,1 |
| | $N_{90}$ | 64,0 | 62,2 | 66,1 | 65,4 | 257,7 | 64,4 |
| Сума по повторенню, ΣP | | 330,5 | 332,4 | 349,4 | 348,0 | ΣX = 1360,3 | $x_N$ = 56,7 |

За довільний початок приймемо А = 57 і підрахуємо відхилення дат від нього (табл. 7).

Таблиця 7

Відхилення дат від довільного початку (X - A)

| Глибина пранки, см (фактор A) | Норма азоту (фактор B) | Повторність | | | | Сума по варіанту, ΣV |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | |
| 20 - 22 | $N_{30}$ | -8,9 | -10,7 | -3,0 | -4,3 | -26,9 |
| | $N_{60}$ | -6,4 | -2,8 | -4,6 , | 1,8 | -12,0 |
| | $N_{90}$ | 4,0 | -1,7 | 5,8 | 1,4 | 9,5 |
| 10 - 12 | $N_{30}$ | -4,4 | -1,7 | -0,3 | -2,1 | -8,5 |
| | $N_{60}$ | -2,8 | 2,1 | 0,4 | 0,8 | 0,5 |
| | $N_{90}$ | 7,0 | 5,2 | 9,1 | 8,4 | 29,7 |
| Сума по повторенню, ΣP | | -11,5 | -9,6 | 7,4 | 6,0 | L = -7,7 |

Далі розраховуємо квадрати відхилень дат від довільного початку (табл. 8).

Таблиця 8

Квадрати відхилень дат від довільного початку $(X - A)^2$

| Глибина оранки, см (фактор A) | Норма азоту (фактор B) | Повторність | | | | Квадрат суми по варіанту, $(\Sigma V)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III | IV | |
| 20 - 22 | $N_{30}$ | 79,21 | 114,49 | 9,00 | 18,49 | 723,61 |
| | $N_{60}$ | 40,96 | 7,84 | 21,16 | 3,24 | 144,00 |
| | $N_{90}$ | 16,00 | 2,89 | 33,64 | 1,96 | 90,25 |
| 10 - 12 | $N_{30}$ | 19,36 | 2,89 | 0,09 | 4,41 | 72,25 |
| | $N_{60}$ | 7,84 | 4,41 | 0,16 | 0,64 | 0,25 |
| | $N_{90}$ | 49,00 | 27,04 | 82,81 | 70,56 | 882,09 |
| Квадрат суми по повто-ренню, $(\Sigma P)^2$ | | 132,25 | 92,16 | 54,76 | 36,0 | $L^2 = 59,29$ |

$\ell = \ell_A \cdot \ell_B = 2 \cdot 3 = 6.$

Загальне число дат $N = \ell \cdot n = 6 \cdot 4 = 24.$

Коректуючий фактор $C = \frac{L^2}{N} = \frac{59,29}{24} = 2,47$

Загальне розсіювання $C_y = \Sigma(X - A)^2 - C = (79,21 + 114,49 + 82,81 + 70,56) - 2,47 = 618,09 - 2,47 = 615,62$.

Розсіювання повторень $C_p = (\Sigma P)^2 : \ell - C = (132,25 + 92,16 + 54,76 + 36,0) : 6 - 2,47 = 315,17 : 6 — 2,47 = 50,06$.

Розсіювання варіантів $C_v = (\Sigma V)^2 : n - C = (723,61 + 144,00 + 90,25 + 72,25 + 0,25 + 882,09) : 4 - 2,47 = 475,64$.

Випадкове розсіювання (помилка)

$C_Z = C_У - C_P - C_V = 615,62 - 50,06 - 475,64 = 89,92$.

Фактори, які вивчаються в досліді - глибини обробітку і азотне удобрення істотно вплинули на варіювання врожаю, тому що в загальному розсіюванні їх частка складає 77,3 %.

На цій стадії статистичної обробки є можливість дати загальну оцінку істотності різниці між варіантами, склавши таблицю дисперсійного аналізу, і визначити фактичне значення критерію Фішера (табл. 9), яке свідчить про те, що вплив факторів, які вивчаються в досліді, достовірний на обох рівнях імовірності ($F_{факт.} > F_{теор.}$).

Таблиця 9

Таблиця дисперсного аналізу.

| Розсіювання | Суми квадратів | v | $S^2$ | $F_{факт.}$ | $F_{теор.}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $P_{0,95}$ | $P_{0,99}$ |
| Загальне | 615,62 | 23 | - | | | |
| Повторень | 50,06 | 3 | - | - | | |
| Варіантів | 475,64 | 5 | 95,13 | 15,88 | 2,90 | 4,56 |
| Похибки | 89,92 | 15 | 5,99 | | | |

Якби це був однофакторний дослід, то можна було б відразу порівнювати варіанти між собою і оцінювати істотність різниці між їх урожаями за допомогою критерію t. Але завдання двофакторного досліду значно ширше - тут увага зосереджується на вивченні кожного фактора окремо і на визначенні їх взаємодії.

Тому на другому етапі статистичної обробки даних двофакторного досліду визначають так звані головні ефекти факторів, що вивчаються, і їх взаємодію.

Щоб мати уявлення про ефективність кожного фактора необхідно попередньо скласти таблицю 37 про суму квадратів, яку беруть з таблиці 10.

Таблиця 10

Таблиця для обчислення дії і взаємодії факторів

| Глибина оранки, см (фактор А) | Норма азоту (фактор В) | | | $\Sigma A^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | $N_{30}$ | $N_{60}$ | $N_{90}$ | |
| 20 - 22 | 723,61 | 144,00 | 90,25 | 957,86 |
| 10 - 12 | 72,25 | 0,25 | 882,09 | 954,59 |
| $\Sigma B^2$ | 795,86 | 144,25 | 972,34 | $\Sigma X^2$ = 1912,45 |

Розсіювання по фактору А

$C_A = \Sigma A^2 : (\ell_B n) – C = (957,86 + 954,59) : (3 \bullet 4) - 2,47 = 156,9$

Розсіювання по фактору В

$C_B = \Sigma B^2 : (\ell_A n) — C = (795,86 + 144,25 + 972,34) : (2 \bullet 4) – 2,47 = 236,59$

Розсіювання по взаємодії факторів АВ

$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 475,64 - 156,9 - 236,59 = 82,15$

Число ступенів свободи всіх розсіювань:

$v_У = N – 1 = 24 - 1 = 23$ ; $v_B = \ell_B - 1 = 3 - 1 = 2$;

$v_P = n – 1 = 4 – 1 = 3$ ; $v_{AB} = (\ell_A – 1) (\ell_B – 1) = (2 - 1) (3 -1) = 2$;

$v_A = \ell_A – 1 = 2 – 1 = 1$ ; $v_Z = v_У - v_P – v_A – v_B – v_{AB} = 23 – 3 – 1 – 2 – 2 = 15$.

Після цього складають таблицю 11 про результати дисперсійного аналізу, попередньо розрахувавши дисперсії і критерії Фішера.

Таблиця 11

Результати дисперсійного аналізу

| Розсіювання | Суми квадратів | v | $S^2$ | $F_{факт.}$ | $F_{теор.}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | $P_{0.95}$ | $P_{0.99}$ |
| Загальне | 615,62 | 23 | - | - | - | - |
| Повторень | 50,06 | 3 | - | - | - | - |
| Фактору А | 156,9 | 1 | 156,9 | 26,19 | 4,54 | 8,68 |
| Фактору В | 236.59 | 2 | 118,30 | 19,75 | 3,60 | 6,36 |
| Взаємодії АВ | 82,15 | 2 | 41,07 | 6,86 | 3,60 | 6,36 |
| Похибки | 89,92 | 15 | 5,99 | - | - | - |

Дисперсії окремо для факторів А і В та їх взаємодії АВ:

$S^2_A = C_A : v_A = 156,9 : 1 = 156,9$;

$S^2_A = C_B : v_B = 236,59 : 2 = 118,30$;

$S^2_{AB} = C_{AB} : v_{AB} = 82,15: 2 = 41,07$;

$S^2_Z = C_Z : v_Z = 89,92 : 15 = 5,99$.

Критерії Фішера фактичні:

$F_A = S^2_A : S^2_Z = 156,9 : 5,99 = 26,19$;

$F_B = S^2_B : S^2_Z = 118,30 : 5,99 = 19,75$;

$F_{AB} = S^2_{AB} : S^2_Z = 41,07 : 5,99 = 6,86$.

Оскільки критерії Фішера фактичні $F_A$, $F_B$ та $F_{AB}$ становлять відповідно 26,19; 19,75 і 6,86, що значно більше за теоретичні критерії на обох рівнях імовірності, то глибини оранки та норми азоту достовірно впливають на врожайність озимої пшениці.

Щоб встановити, між якими середніми існує істотна різниця, розраховують:

- узагальнену помилку для всього досліду

$$E = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{5,99}{4}} = 1,22;$$

- узагальнену помилку для фактора А

$$E_A = \sqrt{S_Z^2} \div \ell \cdot n = \sqrt{\frac{5,99}{3 \cdot 4}} = 0,71$$

- узагальнену помилку для фактора В

$$E_B = \sqrt{S_Z^2 : \ell_A \cdot n} = \sqrt{\frac{5,99}{2 \cdot 4}} = 0,86;$$

- помилку різниці для всього досліду $S_d = E \bullet 1,41 = 1,22\text{-}1,41 = 1,72$ ц;
- помилку різниці для фактора А $S_{dA} = E_A \bullet 1,41 = 0,71 \bullet 1,41 - 1,00$ ц;
- помилку різниці для фактора В $B_{dB} = E_B \bullet 1,41 = 0,86 \bullet 1,41 = 1,21$ ц.

Далі розраховують найменші істотні різниці:

- всього досліду $НІР_{0,95} = S_d \bullet t_{0,95} = 1,72 \bullet 2,13 = 3,66 \approx 3,7$ ц/га $НІР_{0,99} = S_d \bullet t_{0,99} = 1,72 \bullet 2,95 = 5,07 \div 5,1$ ц/га
- фактора А $НГР_{0,95} = S_{dA} \bullet t_{0,95} = 1 \bullet 2,13 = 2,13 \approx 2,1$ ц/га

$НІР_{0,99} = S_{dA}\ t_{0,99} = 1 \bullet 2,95 = 2,95 \approx 3,0$ ц/г

- фактора В $НІР_{0,95} = S_{dB}\ \ t_{0,95} = 1,21 \bullet 2,13 = 2,58 \approx 2,6$ ц/га

$НІР_{0,99} = S_{dB}\ \ t_{0,99} = 1.21 \bullet 2,95 = 3,57 \approx 3,6$ ц/га.

Відносна помилка всього досліду

$$S_{\bar{x}}\ \% = \frac{E \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{1,22 \cdot 100}{56,7} = 2,15\ \%$$

Така низька відносна помилка свідчить про високу точність проведених досліджень. Точність досліду Т % = 100 - 2,15 = 97,85 %.

Після цих розрахунків складають підсумкову таблицю 12.

Таблиця 12

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу даних двофакторного досліду

| Глибини оранки,см (Фактор А) | Дози азоту (Фактор В) | x | Різниця за фактором | | НІР | | Sx % | T % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | A | B | 0,95 | 0,99 | | |
| 20 - 22 | $N_{30}$ | 50,3 | - | - | 3,7 | 5,1 | 2,15 | 97,85 |
| | $N_{60}$ | 54,0 | - | 3,7 | | | | |
| | $N_{90}$ | 59,4 | - | 9,1 | | | | |
| 10 - 12 | $N_{30}$ | 54,9 | 4,6 | - | | | | |
| | $N_{60}$ | 57,1 | 3,1 | 2,2 | | | | |
| | $N_{90}$ | 64,4 | 5,0 | 9,5 | | | | |
| $НІР_{0,95}$ за факторами | | | 2,1 | 2,6 | | | | |
| $НІР_{0,99}$ за факторами | | | 3,0 | 3,6 | | | | |

Висновки:

*За фактором А* - використання оранки на 10-12 см замість оранки на 20-22 см дає істотний приріст урожаю озимої пшениці на всіх фонах удобрення.

*За фактором В* - на фоні глибшої оранки істотний приріст урожаю на обох рівнях надійної імовірності забезпечує внесення обох підвищених норм азоту, а на фоні мільчої оранки - лише внесення $N_{90}$.

**Запитання для самоперевірки:**

1. У чому суть дисперсного аналізу?
2. Як розраховується критерій Фішера?
3. Про що свідчить точність досліду?