ЛЕКЦІЯ № 4 Режими руху рідин. Гідравлічні опори

Змістовий модуль 1 “Основи гідравліки”

Тема: Режими руху рідин. Гідравлічні опори

Мета. Вивчити режими руху рідин. Види гідравлічних опорів і їх вплив на напір рідини. Коефіцієнт гідравлічного тертя.

План лекції

1. Режими руху рідин.
2. Види гідравлічних опорів і їх вплив на напір рідини.
3. Втрати напору в місцевих опорах.
4. Втрати напору в опорах по довжині.
5. Коефіцієнт гідравлічного тертя.

Матеріал лекції

1. Режими руху рідин

В інженерній практиці зустрічаються два режими руху рідин: ***ламінарний*** (від лат. lamina – шар) – рідина рухається окремими шарами (струминками) без перемішування, і ***турбулентний*** (від лат. turbulentus – безладний) – рідина рухається з перемішуванням частинок рідини, струминність потоку порушується.

Прикладами ламінарного руху рідин є рух рідин з великою в’язкістю, а саме: нафти, мазуту, рух підземних вод у порах водоносних пластів і т. ін. Турбулентний режим руху рідин має місце при русі, наприклад, води в каналах, трубопроводах.

Це явище було проілюстроване в 1883 р. англійським фізиком О. Рейнольдсом на спеціальній установці (рис. 1).

При малому відкритті крана 3 потік у трубці 2 буде рухатися з малою швидкістю, і якщо в нього по трубці 5 пустити барвник, то він утворить прямолінійну струминку, яка не буде змішуватися з оточуючою рідиною. Такий рух називається ***ламінарним*** (рис. 1, а). При подальшому відкритті крана струмина барвника стане хвилеподібною (рис. 1, б), при ще більшому відкритті крана швидкість збільшиться, і в струминці з’являться розриви (рис. 1.33, в), а потім настане і повне руйнування струминки барвника, тобто барвник повністю змішається з рідиною в трубці 2 (рис. 1, г). Такий рух називається ***турбулентним.***

Швидкість, при якій змінюється режим руху, називається ***критичною***.

Шляхом досліджень встановлено, що режим руху рідин характеризується числовим значенням безрозмірного параметра, який називається ***числом Рейнольдса*** R_e.

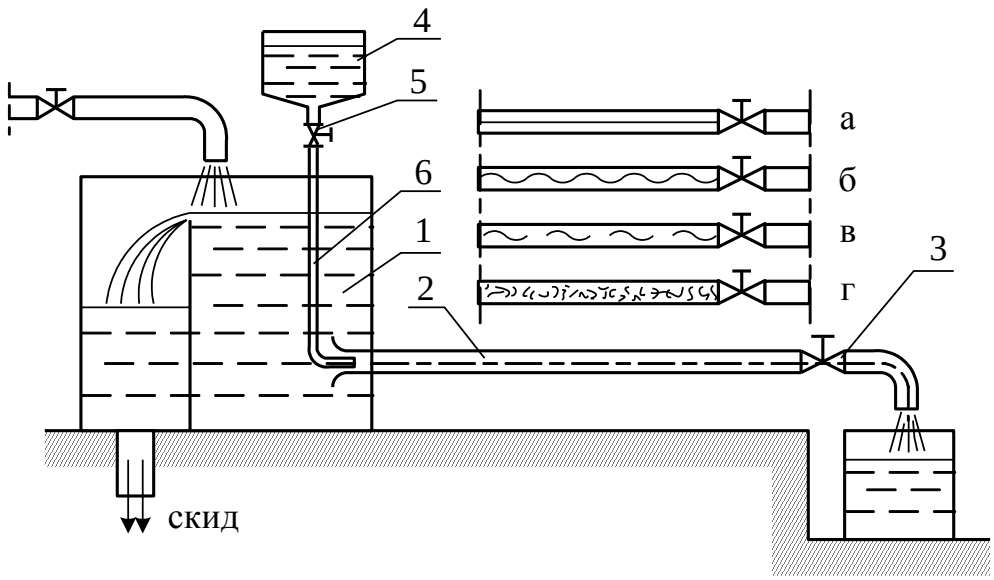


Рис. 1 Схема установки для дослідження режимів руху рідини:

1 – бак з рідиною; 2 – скляна трубка; 3 – кран; 4 – посудина з барвником; 5 – кран; 6 – трубка для барвника; а – ламінарний рух; б, в, г – турбулентний рух

Для круглих перерізів воно визначається рівнянням

$$R_e = \frac{Vd}{\nu}, \qquad (1)$$

де V – середня швидкість руху рідини; d – діаметр трубопроводу; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини.

Режим руху рідини встановлюється за критичним числом Рейнольдса, яке для круглих трубопроводів становить $R_{e\,кр} = 2320$.

У каналах і руслах некруглого поперечного перерізу

$$R_{e\,кр} = \frac{4VR}{\nu}, \qquad (2)$$

де R – гідравлічний радіус, $R = d/4$.

Критичне число Рейнольдса для некруглих перерізів $R_{e\ кр\ нкр}$ = = 300…500.

Отже, для встановлення режиму руху рідини необхідно співставити фактичне число Рейнольдса, яке визначається за формулами (1) або (2), з критичним: якщо фактичне $R_e < R_{e\,кр}$, то рух ламінарний, якщо ж $R_e > R_{e\,кр}$ – рух рідини турбулентний.

Розглянемо механізм явищ, які відбуваються в потоці рідини при різних режимах її руху. Русло, по якому рухається рідина (труба чи відкритий потік), завжди має певну шорсткість.

Розглянемо ламінарний рівномірний рух рідини в горизонтальному циліндричному трубопроводі радіусом r_0 і встановимо характер розподілу швидкостей і дотичних напружень у потоці при цьому.

При ***ламінарному*** режимі рідина рухається окремими шарами. Виступи шорсткості завжди втоплені в ламінарному пристінному шарі, тобто основний потік не торкається виступів шорсткості, а тому рух при цьому буде завжди ***гідравлічно гладким***.

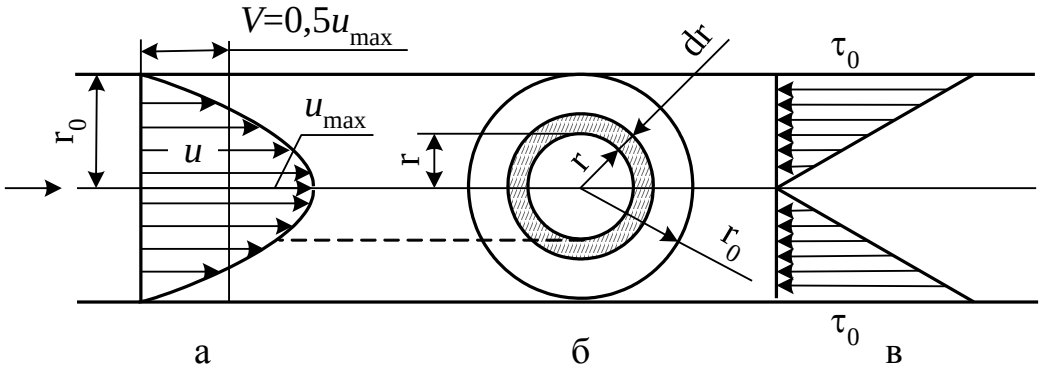


Рис. 2 Схема до розгляду ламінарного руху рідини:

а – епюра швидкостей (дійсної і середньої); б – концентричний відносно осі труби, безкінечно тонкий шар; в – епюра дотичних напружень

Рух рідини в цьому випадку можна уявити як сукупність безкінечно тонких кільцевих, концентричних відносно осі потоку, шарів, які переміщуються один відносно одного (сковзаються) (рис. 2 а, б).

Дотичні напруження, які виникають між шарами, $\tau = -\mu du/dr$. З іншого боку, згідно з основним рівнянням рівномірного руху, $\tau = \rho g R I$. Замінивши $R = r/2$, отримаємо $\tau = \rho g I(r/2)$. Прирівняємо обидва рівняння:

$$\rho g \frac{r}{2} I = -\mu \frac{du}{dr}, \tag{3}$$

звідки

$$du = -\frac{\rho g I}{2\mu} r dr = -\frac{gI}{2\nu} r dr, \tag{4}$$

де $\nu = \mu/\rho$.

Після інтегрування отримаємо:

$$u = -\frac{gI}{4\nu} r^2 + c. \tag{5}$$

Постійну інтегрування c знайдемо за умови, що $r = r_0$, а дійсна швидкість $u = 0$. Тоді $c = gIr_0^2/(4\nu)$. Звідки

$$u = \frac{gI}{4\nu}(r_0^2 + r^2). \tag{6}$$

Отримане рівняння є рівнянням параболи. Таким чином, при ламінарному русі епюри дійсних швидкостей у трубопроводі мають вигляд параболи (рис. 2, а).

Замінимо в рівнянні (6) $\nu = \mu/\rho$, тоді для центральної струмини при $r = 0$ отримаємо:

$$u_{\max} = \gamma \frac{I}{4\mu} r_0^2. \tag{7}$$

Витрату рідини через трубопровід знайдемо з формули

$$Q = \int_0^{r_0} 2\pi r dr u = \int_0^{r_0} 2\pi r dr \frac{I}{4\mu}(r_0^2 - r^2)\gamma = \gamma \frac{\pi}{2} \cdot \frac{I}{\mu}\left(\frac{r_0^4}{2} - \frac{r_0^4}{4}\right) = \frac{\pi}{8}\gamma \frac{I}{\mu} r_0^4. \tag{8}$$

Середня швидкість буде

$$V = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \gamma \frac{I}{8\mu} r_0^2. \tag{9}$$

Із співвідношення максимальної (7) і середньої (9) швидкостей маємо:

$$V = \frac{u_{\max}}{2}. \tag{10}$$

Закон розподілу дотичних напружень (епюру) встановимо за допомогою основного рівняння рівномірного руху $\tau = \gamma RI$. Для круглого перерізу $R = d/4 = r/2$, тоді рівняння набере вигляду $\tau = \gamma Ir/2$, тобто рівняння прямої, а для її побудови необхідні дві точки. При $r = 0$, тобто на осі трубопроводу, $\tau = 0$, при $r = r_0$ (біля стінок трубопроводу) $\tau = \max$ (рис. 2 в).

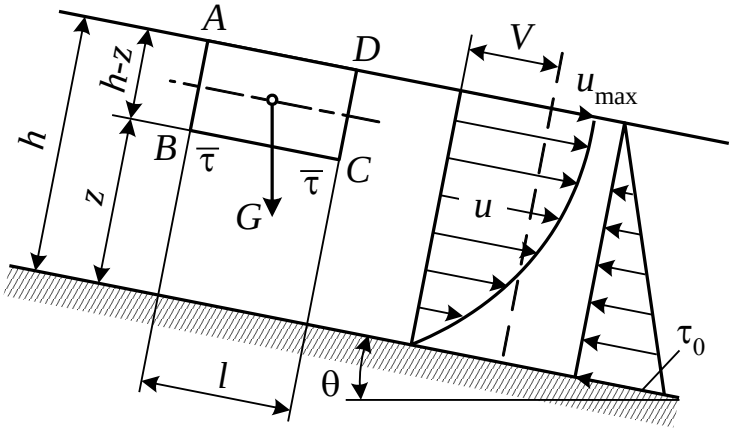


Рис. 3 Схема до обґрунтування ламінарного руху рідини у відкритому потоці:

θ – кут нахилу дна; h – глибина потоку; $ABCD$ – відсік, що розглядається; l – довжина відсіку; h-z – висота відсіку

Епюри швидкостей та дотичних напружень у відкритому безнапірному ***плоскому*** ламінарному потоці показано на рис. 3. Зауважимо, що плоским

(двомірним) рухом вважається такий рух, при якому кінематичні характеристики залежать тільки від двох координат і не залежать від третьої.

При доведенні рівняння епюри швидкостей розглядається рух виділеного на рис. 3 відсіку *ABCD*, на підставі чого відшукуване рівняння має такий вигляд:

$$u = \frac{gi}{2\nu} z(2h - z), \tag{11}$$

де i – похил дна.

Таким чином, у відкритому потоці дійсні швидкості розподіляються за глибиною потоку по параболі, максимальна швидкість буде мати місце на поверхні:

$$u_{\max} = \frac{gi}{2\nu} h^2. \tag{12}$$

Середня швидкість визначиться залежністю

$$V = \frac{2}{3} u_{\max}. \tag{13}$$

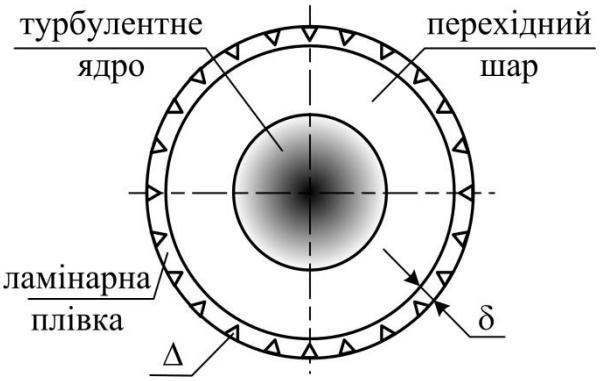


Рис. 4 Схема поперечного перерізу трубопроводу з турбулентним рухом рідини:

Δ – виступи шорсткості; δ – товщина ламінарної плівки

Дотичні напруження змінюються за лінійним законом від нуля на поверхні потоку до $\tau_0 = \rho g h i$ біля дна.

При ***турбулентному*** режимі руху рідини структура потоку більш складна. Біля стінок спочатку зберігається деякий шар рідини, яка рухається з малими швидкостями. Цей шар називається ***ламінарною плівкою***. Товщина її справляє суттєвий вплив на розподіл швидкостей у потоці, і відбувається це в поєднанні з шорсткістю стінок русла (рис. 4). Можливі три види цього співвідношення.

Перший випадок: $\delta_{л\ п} > \Delta$, тобто виступи шорсткості втоплені в ламінарній плівці.

Завдяки цьому основна маса рідини не торкається виступів шорсткості, а рухається, ковзаючись по пристінній ламінарній плівці, і рух називається ***гідравлічно гладким*** (не дивлячись, що розглядається турбулентний режим).

Другий випадок: $\delta_{л\ п} = \Delta$, тобто товщина ламінарної плівки дорівнює висоті виступів шорсткості. Такий рух називається ***перехідною зоною***. Зрозуміло, що в цьому випадку можливе торкання основного потоку з виступами шорсткості

Третій випадок: $\delta_{л\ п} < \Delta$, тобто ламінарна плівка зникає, і основний турбулентний потік рухається, безпосередньо торкаючись виступів шорсткості. Рух рідини називається ***гідравлічно шорстким***, або це називається квадратичною зоною гідравлічних опорів.

Слід відзначити, що абсолютна шорсткість труб не залишається постійною в процесі експлуатації трубопроводів. Спочатку нові труби мають певну шорсткість, яка внаслідок відшліфування рухомим потоком, з включеннями в ньому, зменшується, а потім, внаслідок явищ кристалізації, шорсткість труб збільшується впритул до повного "заростання" трубопроводу.

Що стосується структури потоку при турбулентному режимі руху рідини в круглому трубопроводі, то швидкості в ньому розподіляються більш рівномірно, будучи за абсолютним значенням більшими, ніж при ламінарному режимі руху (рис. 5).

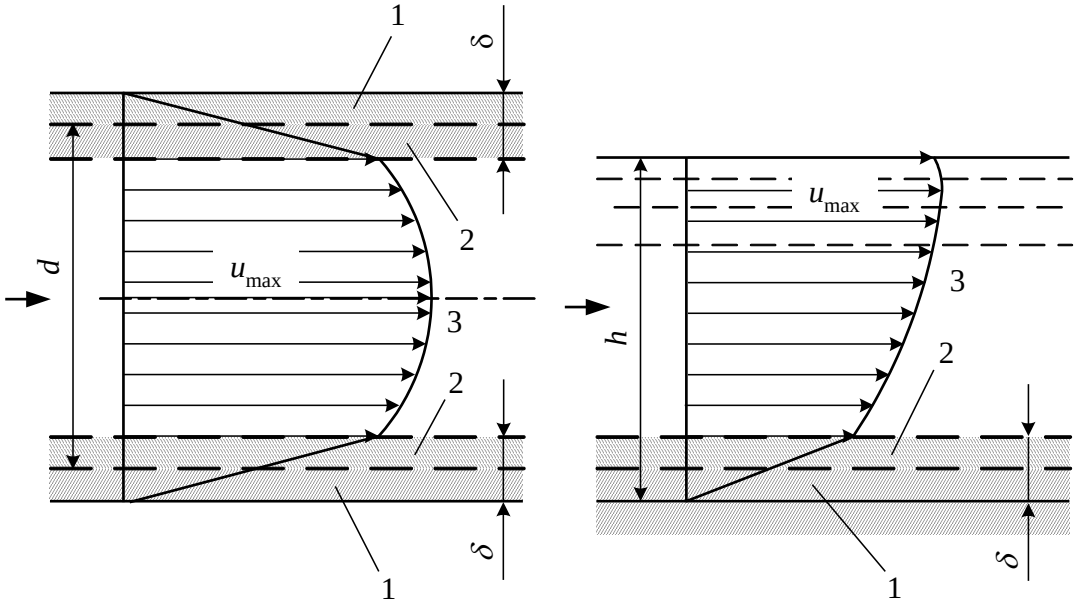


Рис. 5 Схема розподілу швидкостей при турбулентному режимі руху рідини:

а – у трубопроводі; б – у відкритому каналі; 1 – ламінарна плівка; 2 – перехідний шар; 3 – ядро турбулентної течії

Фігура розподілу швидкостей у перерізі трубопроводу наближається до криволінійної трапеції (рис. 5, а), а в центрі трубопроводу швидкості взагалі близькі між собою, і середня швидкість $V = (0{,}75\ldots0{,}9)\ u_{max}$. Дотичні напруження розподіляються за більш складним законом, ніж при ламінарному режимі.

Загальні дотичні напруження $\tau_{турб}$ складаються з двох складових:

$$\tau_{\text{турб}} = \tau_1 + \tau_2, \qquad (14)$$

де τ_1 – дотичні напруження, обумовлені в'язкістю рідини, визначаються залежністю (1.7); τ_2 – дотичні напруження, обумовлені тертям внаслідок інтенсивного перемішування рідини. За теорією Прандтля – Кармана,

$$\tau_2 = \rho l^2 (du/dh)^2, \qquad (15)$$

де ρ – густина рідини; l – довжина шляху перемішуваня; du/dh – градієнт швидкості.

Оскільки побудова епюри дотичних напружень ускладнена, то тут, як і в більшості літературних джерел з гідравліки, вона не наводиться.

Епюра розподілу швидкостей при турбулентному режимі руху рідини у відкритому руслі показана на рис. 5, б.

Характер розподілу швидкостей при цьому описується порівняно складним рівнянням:

$$u_{\text{х}} = V \frac{\ln(1+\beta/\alpha)}{\ln\frac{1}{\alpha} - 1}, \qquad (16)$$

де $u_{\text{х}}$ – місцева середня швидкість у довільній точці; β – відносна глибина, $\beta = y/h$, де y – відстань від вільної поверхні до точки, яка розглядається, h – глибина потоку; α – відносна шорсткість, $\alpha = \Delta/h$, де Δ – висота виступів шорсткості.

2. Види гідравлічних опорів та їх вплив на напір рідини

Гідравлічні опори - це любі перешкоди на шляху руху рідин, що викликають деформацію потоку у вигляді зміни швидкості руху по величині чи напрямку, або по величині і напрямку одночасно.

Гідравлічні опори діляться на опори по довжині і місцеві опори.

Опори по довжині обумовлені шорсткістю стінок русла і в'язкістю рідини. Вони рівномірно розподілені по всій довжині потоку, а тому і мають відповідну назву.

Місцеві опори обумовлені місцевою деформацією потоку, яка викликається зміною напрямку чи розмірів русла (трубопроводу чи відкритого русла), пристроями запірно-регулюючої арматури (крани, вентилі, засувки), фасонними частинами (муфти, трійники, хрестовину і ін.) та іншими пристроями.

На подолання гідравлічних опорів потоком витрачається напір (енергія).

Загальні втрати напору, згідно з рівнянням Бернуллі для потоку реальної рідини $h_{\text{в}}$, складаються з втрат напору по довжині $h_{\text{дов.}}$ та в місцевих опорах $h_{\text{м}}$, тобто:

$$h_в = h_{дов} + h_м. \qquad (17)$$

3. Втрати напору в місцевих опорах

Втрати напору в місцевих опорах при турбулентному режимі руху рідин визначаються за формулою:

$$h_м = \varsigma \frac{V^2}{2g}, \qquad (18)$$

де ζ - коефіцієнт місцевого опору; V - середня швидкість руху рідини в перерізі за місцевим опором.

Для переважної більшості місцевих опорів коефіцієнт місцевого опору визначається дослідним шляхом (табл. 2) і тільки для деяких з них він може бути визначений теоретично

Раптове розширення трубопроводу. Це широко розповсюджений тип місцевого опору, коли трубопровід з меншим діаметром переходить в трубопровід з більшим діаметром (рис.6 а).

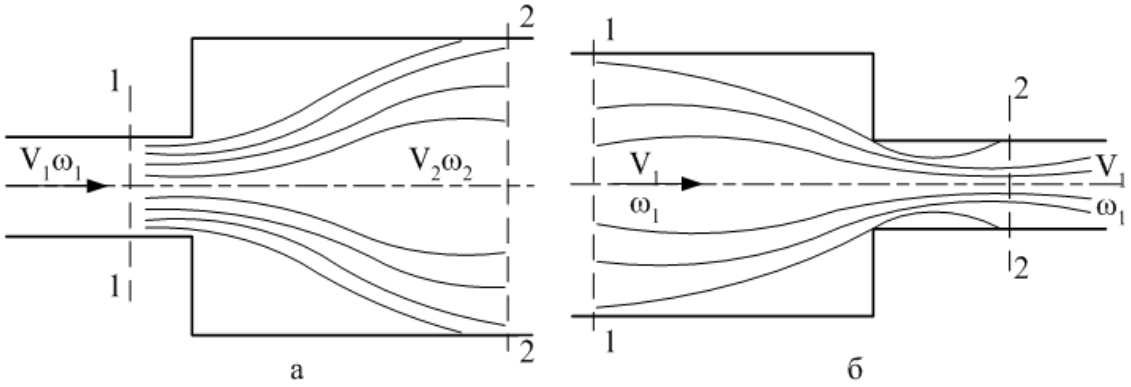


Рис. 6 Схема місцевих гідравлічних опорів: а – раптове розширення; б – раптове звуження.

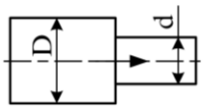
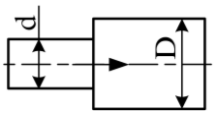
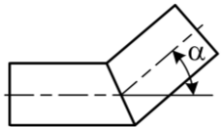
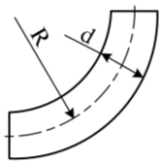
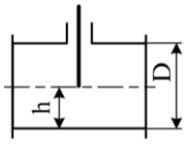
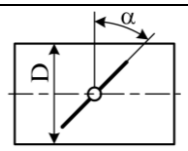
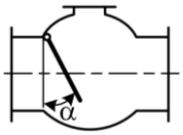
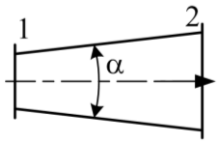
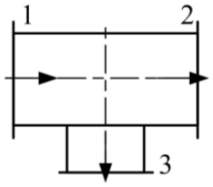
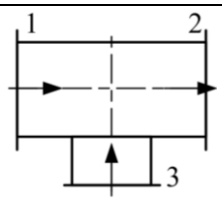
Втрати напору при раптовому розширенні трубопроводу визначаються за формулою Борда

$$h_{р.р} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}, \qquad (19)$$

де V_1 і V_2 - середні швидкості руху рідини в перерізах, відповідно, 1-1 і 2-2.

Знайдемо коефіцієнт місцевого опору через середні швидкості V_1, або V_2.

Таблиця 1- Коефіцієнти ζ для деяких місцевих опорів [29]

Назва опору	Схема вузла опору	Значення коефіцієнта ζ							
Раптове розширення		$(D/d)^2$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,01
		ζ	0	0,04	0,16	0,36	0,64	0,81	0,98
Раптове звуження		$(d/D)^2$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,01	
		ζ	0	0,15	0,25	0,34	0,45	0,5	
Різкий поворот труби		α^0	20	40	60	80	90	120	140
		ζ	0,05	0,14	0,37	0,74	0,99	1,86	2,43
Плавний поворот трубопроводу при $\alpha = 90^0$		d/R	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
		ζ	0,14	0,16	0,21	0,29	0,44	0,66	0,98	1,41	1,98
Засувка		h/D	1,0	7/8	6/8	5/8	1/2	3/8	2/8	1/8
		ζ	0	0,07	0,26	0,81	2,06	5,52	17,0	97,8
Дросельний клапан		α^0	20	30	40	50	60	70	80	90
		ζ	142,2	55,21	20,23	7,85	2,88	1,11	0,41	0,11
Зворотний клапан		α^0	70	65	55	45	35	25	15	
		ζ	1,7	2,3	4,6	9,5	20	42	90	
Дифузор		$\varsigma = k\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2$, де					α^0	5	10	15	25
							k	0,14	0,16	0,3	0,62
Трійники: Розділення потоків		Q_3/Q_1	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0		
		ζ_{1-3}	0,95	0,88	0,89	0,95	1,1	1,28		
		ζ_{1-2}	0,04	0,08	-0,05	0,07	0,21	0,35		
Трійники: З'єднання потоків		Q_3/Q_2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0		
		ζ_{3-2}	1,2	0,4	0,08	0,47	0,72	0,01		
		ζ_{1-2}	0,04	0,17	0,30	0,41	0,51	0,60		

З врахуванням рівняння нерозривності потоку $V_1\omega_1 = V_2\omega_2$ втрати напору в залежності від швидкостей V_1 і V_2 рівняються:

$$h_{p.p_1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g}; h_{p.p_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 \frac{V_2^2}{2g}. \quad (20)$$

Звідки коефіцієнти місцевого опору дорівнюють:

$$\zeta_{p.p_1} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2; \zeta_{p.p_2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2. \quad (21)$$

Раптове звуження трубопровода. Це також широко розповсюджений тип місцевого опору (рис. 6, б), при цьому трубопровід з більшим діаметром переходить в трубопровід з меншим діаметром.

Коефіцієнт місцевого опору $\zeta_{р.з.}$ за Ідельчиком при $d_2 < 0{,}5d_1$, знаходиться за формулою:

$$\zeta_{р.з} = 0{,}5\left(1 - \frac{d_2^2}{d_1^2}\right). \quad (22)$$

Вхід з резервуара в трубу. Цей випадок схожий з раптовим звуженням, а тому тут можна застосувати формулу і при $d_2 << d_1$, тобто $d_2 \approx 0$,

$\zeta_{вх} = 0{,}5$.

Що ж до інших типів місцевих опорів, то тут обмежимося даними наведеними в таблиці1.

4. Втрати напору в опорах по довжині

Втрати напору в круглих трубопроводах. Формулу для визначення втрат напору по довжині потоку виведемо скориставшись основним рівнянням рівномірного руху рідини з якого витікає, що: $\tau = \gamma RI$.

Замінимо $I = h_{дов}/l$, де $h_{дов}$ - втрати напору по довжині. Розв'яжемо рівняння відносно $h_{дов}$

$$h_{дов} = \frac{\tau}{\gamma}\frac{l}{R}. \quad (23)$$

Експериментально обґрунтовано, що

$$\tau = \rho f \frac{V^2}{2} = \gamma f \frac{V^2}{2g}, \quad (24)$$

де f - коефіцієнт тертя рідини об стінки русла. Підставимо вираз (24) у (23) отримаємо:

$$h_{дов} = f \frac{V^2}{2g} \frac{l}{R}. \quad (25)$$

Помножимо і розділимо останній вираз на 4

$$h_{дов} = 4f \frac{V^2}{2g} \frac{l}{4R}. \quad (26)$$

Позначимо $4f = \lambda$ отримаємо:

$$h_{дов} = \lambda \frac{1}{4R} \frac{V^2}{2g}. \quad (27)$$

Для круглих трубопроводів $4R = d$.

Підставивши це значення в рівняння (27) остаточно отримаємо рівняння для визначення втрат напору по довжині в круглих трубопроводах, яке носить назву Вейсбаха-Дарсі

$$h_{дов} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2g}, \quad (28)$$

де λ - коефіцієнт гідравлічного тертя (коефіцієнт Дарсі), визначається за l - довжина трубопроводу; d - діаметр трубопроводу; V - середня швидкість руху рідини.

Для русел з ***не круглою формою поперечного перерізу*** рівняння (179) приймає вигляд:

$$h_{дов} = \lambda \frac{l}{4R} \frac{V^2}{2g}, \quad (29)$$

де R - гідравлічний радіус ($R = \omega/\chi$) .

Формули (28) і (29) справедливі для любого режиму руху рідини. Замінивши в цих рівняння $\lambda l/4R = \lambda l/d = \zeta_{дов}$, їх можна привести до виду формули Вейсбаха

$$h_{дов} = \zeta_{дов} \frac{V^2}{2g}, \quad (30)$$

де $\zeta_{дов}$ - коефіцієнт втрат напору по довжині.

Очевидно, що коефіцієнт гідравлічного тертя залежить від шорсткості стінок русла. Розрізняють відносну і еквівалентну шорсткості.

Відносна шорсткість – це відношення розрахункової висоти виступів шорсткості Δ до одного з лінійних параметрів русла: радіуса труби, діаметра труби чи гідравлічного радіуса, тобто Δ/r, Δ/d, Δ/R.

Еквівалентна шорсткість Δ_e - це така рівномірно розміщена по поверхні і рівнозерниста шорсткість, втрати напору при якій дорівнюють втратам напору при дійсній шорсткості – нерівномірній і нерівномірно-зернистій. В таблиці 2 наведені значення еквівалентної шорсткості для труб з

різних матеріалів.

В розглянутій методиці втрати напору по довжині знаходяться через середню швидкість руху рідини *V*. В певних випадках застосування цієї методики цілком обґрунтоване і необхідне (при розрахунку коротких трубопроводів), враховуючи складність цієї методики пов'язану з встановленням режиму руху та знаходженням коефіцієнта λ в гідравлічних розрахунках використовуються й інші методи знаходження втрат напору по довжині $h_{дов}$, а саме через витрату рідини та гідравлічний нахил. Розглянемо ці методи.

Таблиця 2 - Рекомендовані значення еквівалентної шорсткості Δ_e для труб із різних матеріалів

Тип труб	Стан труб	Δ_e, мм
Цільнотягнуті стальні	Нові	0,02…0,1
	Бутумізовані	до 0,04
	Водопровідні, уживані в експлуатації	1,2…1,5
	Очищені після багатьох років експлуатації	до 0,04
Цільнозварні стальні	Нові або вживані, але в хорошому стані (зварнована, або з клепаним з'єднанням)	0,04…0,1
	Нові, бутумізовані	0,05
	Вживані, з рівномірною корозією	0,15
	Покриті лаком, але не позбавлені від окислення (забруднені в процесі експлуатації у воді, але без слідів корозії)	0,95…1
Чавунні	Нові	0,25…1
	Асфальтовані	0,12…0,3
	Водопровідні, вживані в експлуатації	1,4
	Очищені після багаторічної експлуатації	0,3…1,5
Бетонні і залізобетонні	При середніх умовах експлуатації	2,5
Азбестоцементні	Нові	0,05…0,1
	При середніх умовах експлуатації	0,6
Керамічні	Глазуровані	1,4
Скляні і з кольорових металів	Нові, технічно гладкі	0,001…0,002

Замінимо в формулі (28) $V = Q/\omega$, враховуючи, що для круглих перерізів $\omega = \pi d^2/4$, отримаємо:

$$h_{дов} = \lambda \frac{l}{d} \frac{Q^2}{2g(\pi d^2/4)^2} = 0{,}083 \frac{\lambda}{d^5} Q^2 l. \quad (31)$$

Назвемо вираз $0{,}083\lambda/d^5$ питомим опором і позначимо його літерою А, тобто:

$$A = 0{,}083\lambda / d^5 \quad (32)$$

Підставивши значення A в формулу (31) та доповнивши її коефіцієнтом β остаточно отримаємо

$$h_{дов} = AlQ^2\beta, \quad (33)$$

де A - питомий опір $с^2/м^6$, він є функцією діаметра та матеріалу трубопроводу (табл. 3); l - довжина трубопроводу, м; Q - витрати рідини, $м^3/с$; β - поправочний коефіцієнт на швидкість. Застосовується у зв'язку з тим, що питомий опір A в довідковій літературі дається для квадратичної зони турбулентного режиму, а фактичні швидкості можуть бути самими різними. Він дається в довідковій літературі з гідравліки поряд з питомим опором A (табл. 3)

За формулою (33) втрати напору по довжині визначаються через витрату рідини (на відміну від формули (28) де це робилося через швидкість її руху.

Позначимо повний опір даного трубопроводу через S, тобто S = Al, тоді одержимо другу розрахункову формулу

$$h_{дов} = SQ^2\beta, \quad (34)$$

де S - опір трубопроводу (повний).

Використовуючи поняття гідравлічного нахилу $I = h_{дов}/l$ та збільшивши його в 1000 разів (так як I величина дуже мала), одержимо третю розрахункову формулу.

$$h_{дов} = 1000Il, \quad (35)$$

де 1000·I - приводиться в довідковій літературі з гідравліки і значить втрати напору в метрах на кілометр довжини трубопроводу, м /км; l – довжина трубопроводу.

Розв'яжемо рівняння (33) відносно витрати Q, виключивши коефіцієнт β, враховуючи, що $h_{дов}/l$ = I та прийнявши $K = \sqrt{1/A}$ отримаємо рівняння $Q = K\sqrt{I}$, а змінивши в цьому рівнянні гідравлічний нахил $I = h_{дов}/l$ і розв'язавши його відносно втрат напору по довжині, отримаємо четверту розрахункову формулу:

$$h_{дов} = \frac{lQ^2}{K^2}, \quad (36)$$

де l - довжина трубопроводу, м; Q - витрата рідини, $м^3/с$; K - модуль

витрати, або пропускна здатність трубопроводу, $м^3/с$, наводиться в таблиці 3.

Таблиця 3 - Модулі витрат K, $м^3/с$, і питомі опори A, $с^2/м^6$, для найбільш вживаних діаметрів труб з різних матеріалів у квадратичній області опору*

Умовний прохід D_y, мм	Матеріал труб				
	Ненові стальні	Ненові чавунні	Азбестоцементні тип 1, ВТ9	Пластмасові (ПВП тип СЛ)	Керамічні
50	0,0095 11080	—	—	0,0176 3228,3	0,012 6950
100	0,076 173,1	0,0566 312,1	0,0729 188,16	0,076 173,1	0,035 816,3
125	0,114 76,94	0,102 96,11	—	0,143 48,9	—
150	0,18 30,86	0,164 37,18	0,178 31,56	0,202 24,5	0,214 21,8
200	0,379 6,96	0,351 8,11	0,356 7,89	0,493 4,11	0,456 4,81
250	0,676 2,188	0,629 2,52	0,67 2,22	0,874 1,309	0,82 1,49
300	1,085 0,849	1,026 0,95	1,048 0,91	1,188 0,708	1,32 0,57
350	1,637 0,373	1,539 0,422	1,525 0,43	1,624 0,379	—
400	2,319 0,186	2,174 0,211	2,147 0,217	2,219 0,203	—
500	4,117 0,059	3,898 0,0658	3,753 0,071	3,978 0,0632	—

* В чисельнику наведені значення модулів витрати К

Таблиця 4 - Значення поправочних коефіцієнтів β в залежності від середньої швидкості руху V, м/с, для труб різного діаметра і з різних матеріалів

V, м/с	Матеріал труб					
	Нові стальні	Нові чавунні	Неонові стальні і чавунні	Азбестоцементні і залізобетонні	Пластмасові та скляні	Керамічні
0,2	1,244	1,462	1,41	1,308	1,439	1,55
0,4	1,113	1,226	1,20	1,158	1,230	1,20
0,6	1,057	1,115	1,115	1,082	1,123	1,09
0,8	1,021	1,047	1,06	1,034	1,052	1,034
1,0	1,000	1,000	1,03	1,000	1,000	1,000
1,2	0,986	0,965	1,0	0,974	0,960	0,977
1,4	0,972	0,938	1,0	0,953	0,926	0,961
1,8	0,958	0,899	1,0	0,922	0,876	0,94
2,2	0,946	0,871	1,0	0,900	0,837	0,926
2,6	0,937	0,851	1,0	0,883	0,806	0,916

3,0	0,932	0,836	1,0	0,870	0,780	0,910

5. Коефіцієнт гідравлічного тертя. Коефіцієнт опору системи

Як зазначалося раніше коефіцієнт гідравлічного тертя λ визначається за певним порядком, який залежить від режиму руху рідини. Цьому питанню присвячені праці багатьох вчених і зокрема І. Нікурадзе, виконані в 20 - і роки минулого століття в Німеччині. За результатами цих дослідів були побудовані графіки залежності коефіцієнта λ від числа R_e в координатах $lg100\lambda$-lgR_e при значеннях відносної шорсткості труб $\Delta_e \cdot 10^3/D$ від 0,98 до 33,33 (рис. 7).

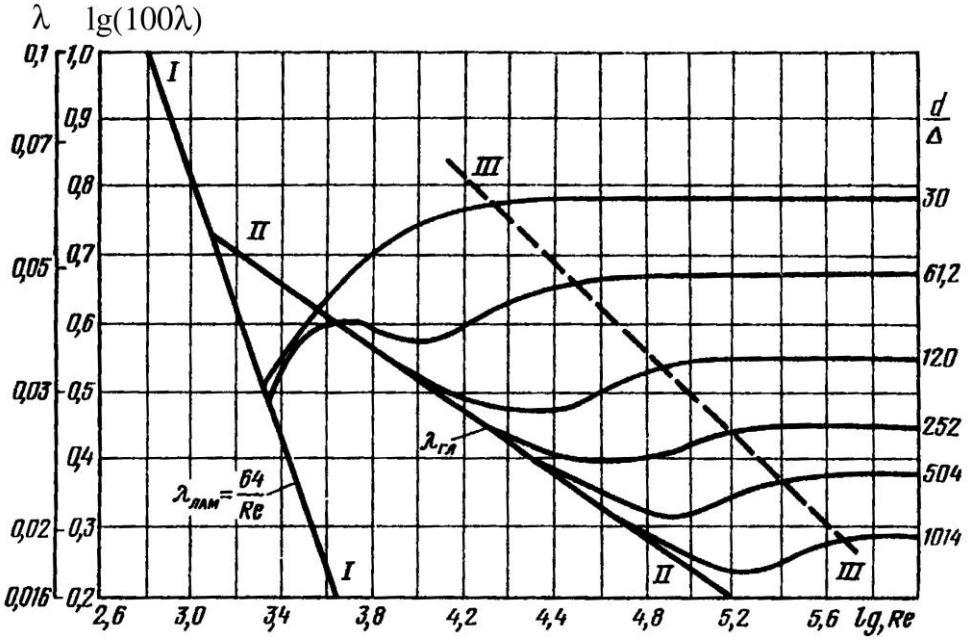


Рис. 7 Графіки залежності $\lambda = f(R_e)$.

Із графіка видно, що при напірному русі рідини в круглих трубопроводах існує п’ять різних областей опорів: перша область при $R_e < 2320 (lgR_e < 3,36)$ характеризує ламінарний режим руху рідини; друга область при $2320 < R_e < 4000$ $(3,36 < lgR_e < 3,6)$ характеризує стрибкоподібний перехід від ламінарного режиму до турбулентного; третя область характеризує турбулентний режим руху рідини по гідравлічно гладким трубам (у цьому випадку $lg\lambda$ змінюється по пологій прямій II); четверта область являє собою перехід від області руху по гідравлічно гладких трубах до квадратичної області (область між лініями II і III); п’ята область характеризує турбулентний режим в квадратичній області опорів (область правіше лінії III).

І так, ***при ламінарному русі рідини***, який буде мати місце при $R_e < R_{екр.} = 2320$.

Коефіцієнт $\lambda_{лам}$ визначається за формулою:

$$\lambda_{лам} = \frac{64}{R_e}, \tag{37}$$

де R_e - фактично вирахуване число Рейнольдса.

При ***турбулентному режимі руху рідини*** при знаходженні значення коефіцієнта λ мають місце три зони опорів.

1. Зона гідравлічно гладкого руху.

Ця зона буде мати місце при $\delta_{л.п.} > \Delta_e$, тобто коли виступи шорсткості Δ_e втоплені в ламінарній плівці товщиною $\delta_{л.п.}$. Це буде мати місце при $R_{екр.} < R_e < 20\frac{d}{\Delta_e}$, де d - діаметр трубопровода; Δ_e - еквівалентна шорсткість трубопровода. Коефіцієнт λ визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{R_e}}. \tag{38}$$

2. ***Перехідна зона.*** В цій зоні $\delta_{л.п.} = \Delta_e$, вона буде мати місце при $20\frac{d}{\Delta_e} < R_e < 500\frac{d}{\Delta_e}$ а коефіцієнт λ визначається за формулою:

$$\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{\Delta e}{d} + \frac{68}{R_e}}. \tag{39}$$

3. ***Квадратична зона.*** Це зона повністю шорсткого руху, $\Delta_e > \delta_{л.п.}$ вона буде мати місце при $R_{e.} > 500\frac{d}{\Delta_e}$ тоді коефіцієнт λ визначається за формулою:

$$\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{\Delta_e}{d}}. \tag{40}$$

Дріб $68/R_e$ в останній формулі відсутній тому, що в квадратичній зоні число R_e досягає настільки великих значень, що добутком з вищеназваного дробу можна знехтувати.

Для встановлення характеру впливу швидкості руху рідини на значення втрат напору підставимо в формулу (28) значення коефіцієнта $\lambda = 64/R_e$, тоді отримаємо:

$$h_{дов.лам} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g}, \tag{41}$$

а також значення числа $R_e = Vd/\nu$

$$h_{дов.лам} = \frac{32 \cdot l \cdot \nu \cdot V}{gd^2}. \tag{42}$$

Величини в рівнянні (42), крім швидкості, замінимо коефіцієнтом

$K_{лам} = \frac{32 l \nu}{g d^2}$, отримаємо:

$$h_{дов.лам} = K_{лам} V, \quad (43)$$

тобто при ламінарному режимі втрати напору прямопропорційні середній швидкості руху рідини (залежність лінійна).

По аналогії, без доказу, для гідравлічно гладких труб (турбулентний режим)

$$h_{дов.г.гл} = K_{г.гл} \cdot V^{1.75}, \quad (44)$$

для перехідної зони

$$h_{дов.пер} = K_{пер} \cdot V^{1.75..2}, \quad (45)$$

для квадратичної зони

$$h_{дов.кв} = K_{кв} \cdot V^2 \quad (46)$$

Внесемо усі залежності, за якими визначається коефіцієнт λ та формули, що характеризують вплив швидкості руху рідини на величину втрат напору, в таблицю 5.

Таблиця 5- Структура залежностей для визначення коефіцієнта λ, та характер впливу швидкості *V* на втрати напору по довжині [30].

$\lambda = \frac{64}{R_e}$ $h_{дов.} \equiv V$	$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{R_e}}$ $h_{дов.} \equiv V^{1.75}$	$\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{\Delta e}{d} + \frac{68}{R_e}}$ $h_{дов.} \equiv V^{1.75..2}$	$\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{\Delta_e}{d}}$ $h_{дов.} \equiv V^2$
	Гідравлічно гладкі труби	Перехідна зона	Квадратична зона
Ламінарний режим	Турбулентний режим		
$R_e < R_{e\,кр} = 2320$	$R_{e\,кр.} < R_e < 20\frac{d}{\Delta_e}$	$20\frac{d}{\Delta_e} < R_e < 500\frac{d}{\Delta_e}$	$R_{e.} > 500\frac{d}{\Delta_e}$

Аналіз наведених в таблиці 5 даних показує, що вплив числа R_e на значення коефіцієнта λ найбільший при ламінарному режимі, потім цей вплив зменшується, а в квадратичній зоні число R_e зовсім не впливає на значення коефіцієнта λ.

Втрати напору прямопропорційні швидкості руху *V* при ламінарному режимі, а потім вплив швидкості на їх значення поступово збільшується до V^2, чому відповідна зона і називається квадратичною.

Коефіцієнт гідравлічного тертя λ можна знайти і за допомогою графіків $\lambda = fR_e$ (рис.8). На графіках розмежовані області гідравлічно гладких труб (область ламінарного руху та гідравлічно гладких труб), перехідна і квадратична області. В області гідравлічно гладких труб коефіцієнт λ залежить тільки від R_e і відносної шорсткості d/Δ_e, в квадратичній зоні –

тільки від d/Δ_e.

Коефіцієнт опору системи.

У гідравлічних розрахунках втрати напору обчислюються за формулою (17) з використанням принципу додавання втрат напору. Він полягає в тому, що загальна втрата напору в гідравлічній системі дорівнює арифметичний сумі втрат напору, обумовлених різними місцевими опорами і опорами по довжині. При цьому необхідною є умова, щоб кожний місцевий опір проявив себе повною мірою. Ця умова виключає взаємний вплив місцевих опорів. Слід визначити, що втрати напору в кожному місцевому опорі залежать від виду місцевого опору і мають місце не лише в місці розміщення цього опору, а й на ділянках русла, що прилягають безпосередньо до нього. Однак прийнято вважати, що місцева втрата напору відбувається лише там, де знаходиться місцевий опір. Якщо місцеві опори занадто близькі один від другого, то вони впливають один на одного і загальна дійсна втрата напору по довжині русла, в цьому випадку, буде меншою від обчислюваної за формулами. Необхідна відстань між місцевими опорами, для виключення їх взаємного впливу, коливається в межах (10…50)d, де d - діаметр трубопроводу між опорами.

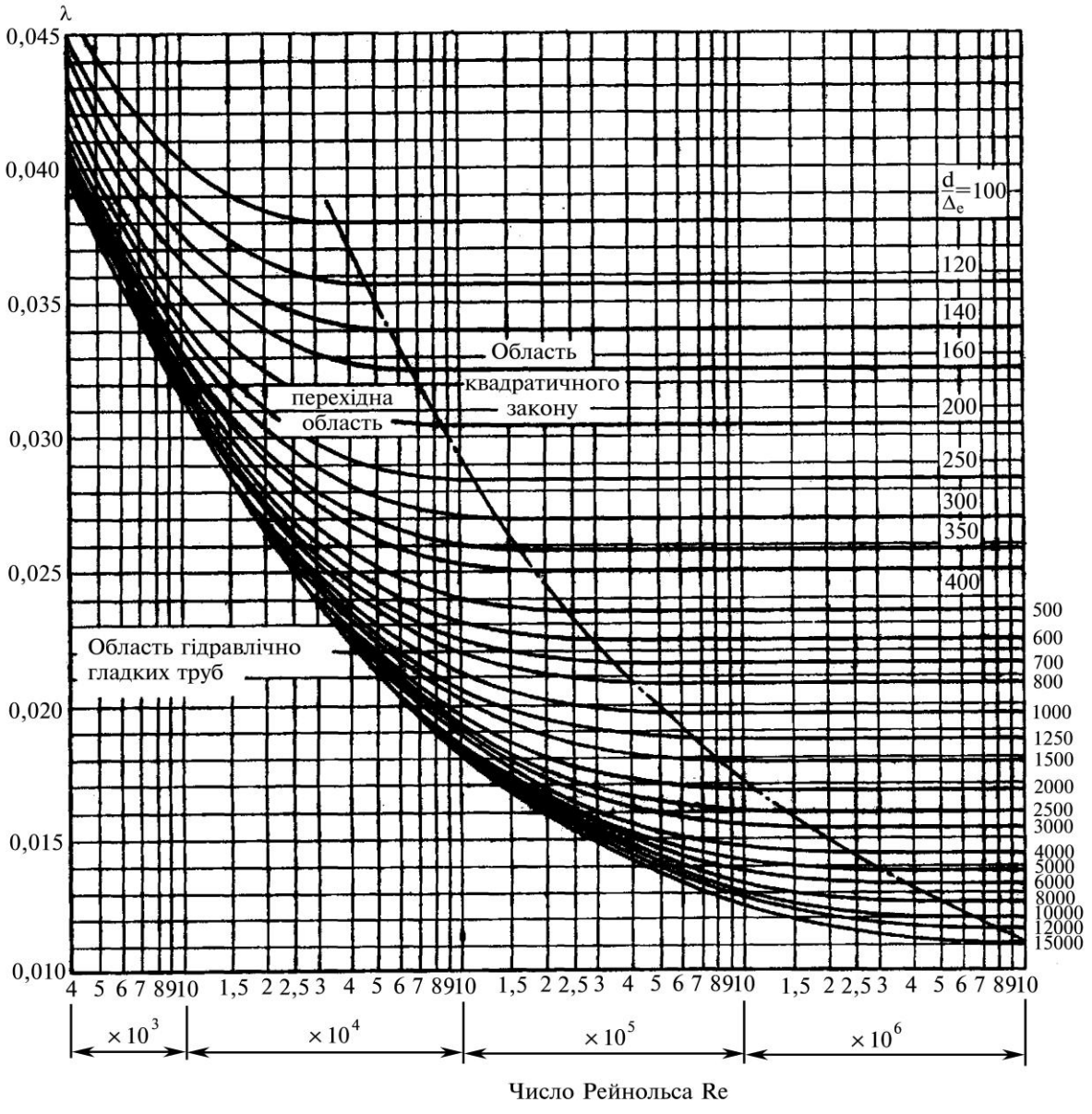


Рис.8 Графіки залежності коефіцієнта λ від числа Рейнольдса та відносної шорсткості трубопроводів d/Δ_e.

Розглянемо гідравлічну систему, у якій мають місце n місцевих опорів і опори по довжині. Втрати напору в кожному місцевому опорі окремо, як відомо, визначаються за формулою $h_м = \zeta V^2/(2g)$, а в опорах по довжині $h_{дов} = \lambda l V^2/(2g \cdot d)$.

Місцеві опори характеризуються відповідними коефіцієнтами місцевого опору $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3,\ldots,\zeta_n$, а тому суму втрат напору в місцевих опорах можна виразити формулою:

$$\sum h_в = (\zeta_1 + \zeta_2 + \ldots + \zeta_n)\frac{V^2}{2g}. \qquad (47)$$

З врахуванням втрат напору по довжині, в цьому ж трубопроводі, загальні втрати напору визначаться формулою:

$$\sum h_в = (\zeta_1 + \zeta_2 + \ldots + \zeta_n + \lambda\frac{l}{d})\frac{V^2}{2g}. \qquad (48)$$

Вираз в дужках

$$\zeta_1 + \zeta_2 + \ldots + \zeta_n + \lambda\frac{l}{d} = \zeta_{сист}\ , \qquad (48)$$

називається ***коефіцієнтом опору системи***. З врахуванням цього, загальні втрати напору в гідравлічній системі можна виразити формулою

$$\sum h_в = \zeta_{сист}\frac{V^2}{2g}. \qquad (49)$$

Питання для самоконтролю до лекції №4.

1.Що таке гідравлічні опори, чим вони обумовлені, як класифікуються та що відбувається з напором у них?

2. Що таке місцеві гідравлічні опори, і як визначаються втрати напору в них?

3. Що таке гідравлічні опори по довжині, і як визначаються втрати напору в них через середню швидкість руху рідини?

4. Що таке гідравлічні опори по довжині, і як визначаються втрати напору в них через витрату рідини?

5. Що таке гідравлічні опори по довжині, і як визначаються втрати напору в них через гідравлічний похил?

6. Які режими руху ви знаєте?

7. Який режим називається ламінарним?

8. Який режим називається турбулентним?