ЛЕКЦІЯ № 6 Витікання рідини через отвори і насадки

Змістовий модуль2 “Сільськогосподарське водопостачання, насоси”

Тема: Витікання рідини через отвори і насадки

Мета: Вивчити методику гідравлічних розрахунків при різних видах витікання рідин, , класифікація отворів і насадок та задачі, які при цьому виникають.

План лекції

1. Явище витікання , класифікація отворів і насадок та задачі, які при цьому виникають.
2. Методика гідравлічних розрахунків при різних видах витікання рідин.
3. Рух рідини в каналах.
4. Водозливи.
5. Фільтрація рідин. Закон Дарсі.

Матеріал лекції

1. Явище витікання , класифікація отворів і насадок та задачі, які при цьому виникають.

Явище витікання рідин через отвори й насадки полягає в тому, що рідина з резервуарів, баків чи інших посудин, а також з трубопроводів витікає через улаштовані в їхніх стінках вирізи різної форми, які називаються ***отворами***, або приєднані в місцях отворів короткі відрізки труб, які називаються ***насадками***. Отвори й насадки широко застосовуються в багатьох інженерних конструкціях, машинах і механізмах. Отвори певним чином класифікуються.

Отвір називається ***малим***, якщо його вертикальний розмір менше або дорівнює 0,1 напору на отворі H. ***Великим отвором*** називається отвір, вертикальний розмір якого більше 0,1 напору на отворі H.

Стінки, в яких влаштовуються отвори, поділяються на ***тонкі***, товщина яких δ менше трьох вертикальних розмірів отвору A, тобто $\delta < 3A$, і ***товсті*** – $\delta > 3A$.

Рух рідини при її витіканні відбувається у вигляді струмин. У залежності від місця розташування отвору в стінці й умов витікання рідини розрізняють витікання з досконалим і недосконалим, з повним і неповним стисненням струмини, витікання із затопленого й незатопленого отворів, при постійному й змінному напорі на отворі.

Досконале стиснення струмини буде, коли бокові стінки і дно резервуара не впливають на витікання рідини, тобто отвір розташований від них на відстані *l*, більшій за потроєний вертикальний розмір отвору ($l > 3A$).

Стиснення буде ***недосконалим***, коли одна або декілька бокових стінок резервуара будуть віддалені від отвору на відстань, меншу за потроєний вертикальний розмір отвору ($l < 3A$).

Стиснення струмини може бути ***повним*** (по всьому периметру) і ***неповним***, якщо отвір частиною периметра співпадає з боковими стінками або дном резервуара.

Отвір вважається ***незатопленим***, якщо витікання рідини відбувається в атмосферу.

Отвір вважається ***затопленим***, якщо витікання відбувається не в атмосферу, а під рівень рідини.

Основними показниками при витіканні рідини через отвори й насадки є швидкість витікання *V* і витрата рідини при цьому *Q*.

Таким чином, при гідравлічних розрахунках явища витікання рідини через отвори й насадки основана задача полягає в знаходженні швидкості руху та витрати рідини.

2. Методика гідравлічних розрахунків при різних видах витікання рідин.

Розглянемо різні види витікання рідини через отвори й насадки.

Витікання рідини в атмосферу через малий отвір у тонкій стінці при постійному напорі (рис. 1, а, б, в). На позиціях **а** і **б** цієї схеми показані гострі крайки, а на позиції **в** показаний отвір з тупою крайкою, але її товщина не впливає на умови витікання, і стінка вважається тонкою.

Спочатку визначимо швидкість витікання рідини, для чого скористуємося рівнянням Бернуллі стосовно площини порівняння 0-0, яка проходить через центр тяжіння отвору. Перший переріз (1-1) візьмемо на вільній поверхні рідини в резервуарі, другий (2-2) – там, де рух потоку в струмині близький до плавнозмінного, тобто в перерізі з найбільшим стисненням струмини, тоді

$$H + \frac{P_0}{\rho g} + \frac{\alpha V_0^2}{2g} = Z_c + \frac{P_0}{\rho g} + \frac{\alpha V_c^2}{2g} + h_в, \qquad (1)$$

де H – напір над отвором; p_0 – тиск в першому перерізі; V_0 – середня швидкість руху рідини в першому перерізі. Оскільки вона незначна в порівнянні зі швидкістю в трубопроводі, то $V_0 = 0$; Z_c – висота положення другого перерізу відносно площини порівняння 0-0 ($Z_c = 0$); p_c – тиск у другому перерізі, $p_c = p_a$; V_c – середня швидкість у другому перерізі; $h_в$ – втрати напору на ділянці між першим і другим перерізами:

$$h_в = \zeta_{от} \cdot V_c^2 / (2g), \qquad (2)$$

де $\zeta_{от}$ – коефіцієнт втрат напору на отворі.

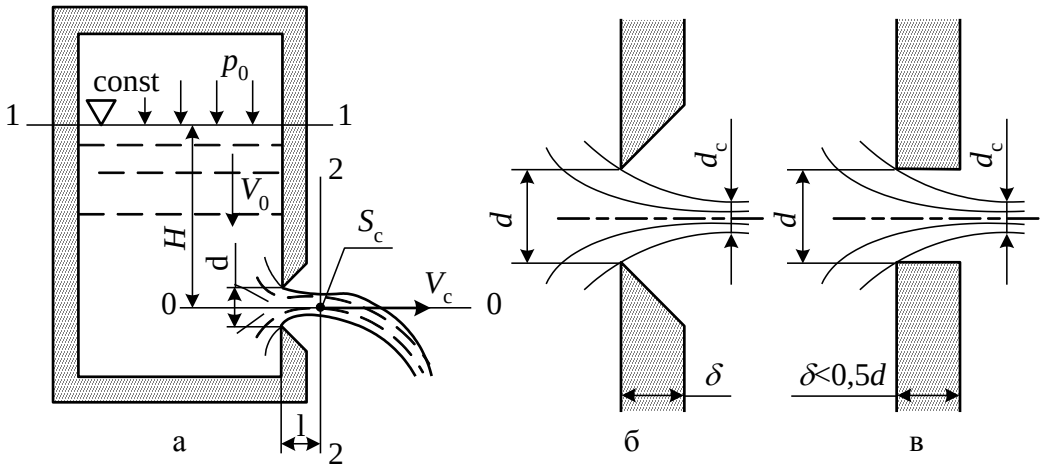

Рис. 1. Схема витікання рідини з отвору в тонкій стінці

Приведений напір

$$H' = H + p_0/(\rho g) \tag{3}$$

і повний напір над центром тяжіння отвору

$$H_0 = H' + \alpha V_c^2/(2g). \tag{4}$$

Прийнявши α = 1 і з урахуванням прийнятих позначень H' і H_0, отримаємо:

$$H_0 = \frac{V_c^2}{2g}(1+\zeta_{от}), \tag{5}$$

звідси

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta_{от}}}\sqrt{2gH_0}. \tag{6}$$

Прийнявши $\frac{1}{\sqrt{1+\zeta_{от}}} = \varphi$, де φ – коефіцієнт швидкості (φ = 0,97), отримаємо:

$$V_c = \varphi\sqrt{2gH_0}. \tag{7}$$

Витрата рідини при витіканні з отвору –

$$Q = \omega_c V_c. \tag{8}$$

Оскільки струмина в цьому перерізі стиснена, то приймемо

$$\omega_c = \varepsilon\omega, \tag{9}$$

де ε – коефіцієнт стиснення (ε = 0,61…0,64); ω – площа отвору.
Витрата через отвір з урахуванням (1.245) буде

$$Q = \varphi\varepsilon\omega\sqrt{2gH_0} \tag{10}$$

або

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}, \tag{11}$$

де $\mu = \varepsilon\varphi$ – коефіцієнт витрати, μ = 0,64 · 0,97 = 0,62 [14].

Якщо швидкість підходу мала, то $H_0 = H$, і формула (11) набере такого вигляду:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH}\,. \tag{12}$$

Якщо на поверхні закритого резервуара тиск $p_0 > p_a$, витрата рідини визначається за формулою

$$Q = \mu\omega\sqrt{2g(H + \frac{p_0}{\gamma})}\,. \tag{13}$$

Витікання через затоплений отвір у тонкій стінці (під рівень) (рис. 2). Рівні рідини в обох резервуарах залишаються постійними, а тиск на вільній поверхні атмосферний (однаковий).

Застосуємо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 і 2-2, співпадаючих відповідно з вільними поверхнями до отвору і після нього, а площину порівняння 0-0 візьмемо по осі отвору. Знехтувавши швидкісними напорами в перерізах 1-1 і 2-2, отримаємо:

$$H_1 = H_2 + \sum h_в \tag{14}$$

або $Z = \sum h_в$,

де $Z = H_1 - H_2$ – різниця рівнів рідини до отвору і після нього; $\Sigma h_в$ – втрати напору при витіканні рідини через затоплений отвір; V_c – середня швидкість руху рідини в стисненому перерізі С-С.

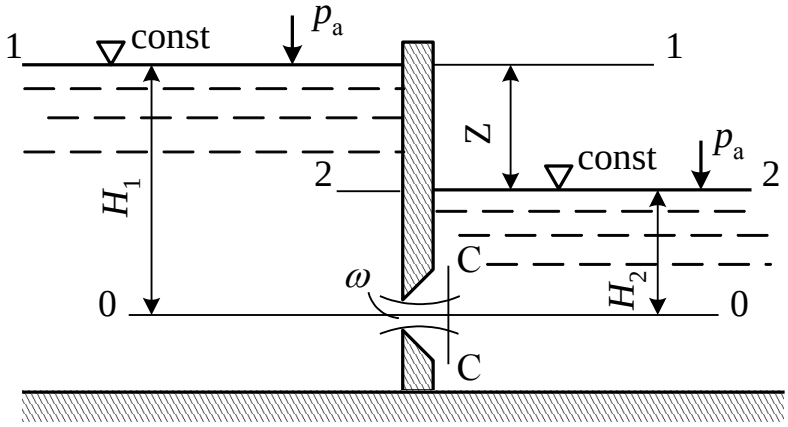

Рис. 2. Схема явища витікання рідини через затоплений отвір

Втрати напору $\Sigma h_в$ складаються з втрат між перерізами 1-1 і С-С, аналогічних втратам при витіканні в атмосферу через малий отвір $h_{отв} = \zeta_{отв} V_c^2/(2g)$, і втрат напору між перерізами С-С і 2-2, пов'язаних з раптовим розширенням струмини від стисненого перерізу до перерізу в резервуарі після отвору $h_{рр} = \alpha_c V_c^2/(2g)$.

З урахуванням сказаного,

$$\sum h_{\text{в}} = \frac{V_{\text{с}}^2}{2g}(\alpha_{\text{с}} + \zeta_{\text{от}}), \tag{15}$$

звідси швидкість у стисненому перерізі –

$$V_{\text{с}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{\text{с}} + \zeta_{\text{от}}}}\sqrt{2gz} \tag{16}$$

або

$$V_{\text{с}} = \varphi\sqrt{2gz}\,, \tag{17}$$

де $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{\alpha_{\text{с}} + \zeta_{\text{от}}}}$ – коефіцієнт швидкості.

Оскільки площа струмини в стисненому перерізі $\omega_{\text{с}} = \varepsilon\omega$, то витрата рідини, яка протікає через затоплений отвір, буде рівнятися

$$Q = \varepsilon\varphi\omega\sqrt{2gz} \tag{18}$$

або

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gz}\,. \tag{19}$$

Коефіцієнт витрати μ = 0,62 і швидкості φ = 0,97, тобто мають ті ж значення, що й при витіканні через незатоплений отвір.

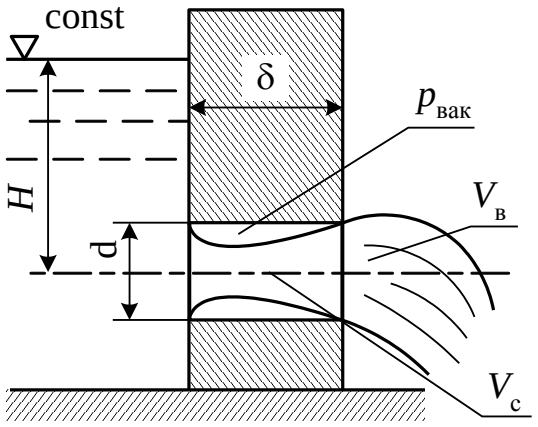

Рис. 3. Схема до обґрунтування витікання рідини через малий отвір у товстій стінці

Витікання рідини в атмосферу через малий отвір у товстій стінці й насадки при постійному напорі. Особливістю цього виду витікання рідини є те, що при ньому стиснення струмини відбувається в межах стінки, що, як буде показано, суттєво впливає на витрату рідини при її витіканні.

Розглянемо фізику явища, скориставшись схемою цього виду витікання (рис. 3).

Під дією сил інерції струмина, обтікаючи вхідні в отвір крайки, викривляється, а оскільки стінка товста, то звуження її відбувається в межах стінки (на відстані *d*/2 від входу). На виході з отвору переріз струмини дорівнює перерізу отвору, тобто витікання йде повним перерізом.

Згідно з рівнянням Бернуллі, у стисненому перерізі швидкість $V_с$ більша, ніж у вихідному $V_в$, а тиск $p_с < p_в = p_а$, де $p_с$, $p_в$, $p_а$ – тиск відповідно у стисненому перерізі, на виході і атмосферний. Відомо, що $p_а - p_с = p_{вак}$. Завдяки вакуумметричному тиску в порожнині між внутрішньою поверхнею отвору і стисненою струминою, тобто в зоні стиснення струмини, буде мати місце ефект "підсмоктування" рідини. Внаслідок цього витрата рідини збільшується, відповідно збільшується і коефіцієнт витрати μ = 0,82. Витрата рідини визначається за формулою, аналогічною формулі (12):

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH}\,, \qquad (20)$$

де μ – коефіцієнт витрати, μ = 0,82.

Якщо метою застосування товстої стінки є отримання підвищеного коефіцієнту μ, то необов'язково застосовувати саме товсту стінку, цього ж ефекту можна досягти за допомогою рівнозначної за довжиною і діаметром насадки.

Коефіцієнт μ зі значенням 0,82 може досягати як для отвору в товстій стінці, так і для насадок, при дотриманні таких умов:

1. Товщина стінки або довжина насадки повинна дорівнювати (3…5)*d* отвору чи насадки.

2. Напір на отворі чи насадці *H* при витіканні води повинен бути не більше 8 м. Для інших рідин треба робити перерахунок.

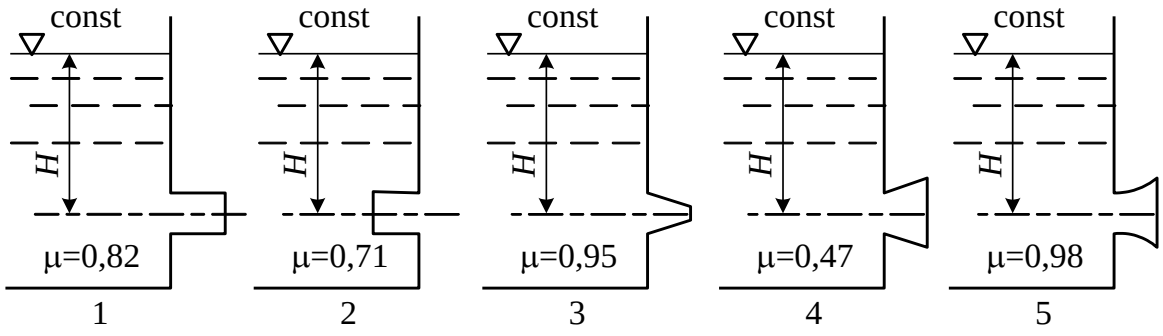

Рис. 4. Схеми насадок:
1 – зовнішня циліндрична, μ = 0,82; 2 – внутрішня циліндрична, μ = 0,71; 3 – конічно-збіжна (конфузорна), μ= 0,95; 4 – конічно-розбіжна (дифузорна), μ = 0,45…0,48; 5 – коноїдальна, μ =0,98.

Обмеження в товщині стінки (довжині насадки) обумовлене тим, що у випадку їхнього меншого значення стиснення струмини буде поза межами стінки (насадки), і таким чином буде відсутня вакуумметрична зона.

Що стосується обмеження в напорі *H* = 8 м, то його слід дотримуватися, щоб струмина не викидалась в атмосферу без стиснення.

В інженерній практиці зустрічаються насадки різної конструкції (рис. 4).

У техніці насадки застосовуються для випуску рідин із резервуарів, на дощувальній техніці, фонтанах і т. ін.

Витікання рідини через отвори й насадки при змінному напорі. На відміну від попередніх, цей вид витікання належить до несталого руху рідини (рис. 5).

Будемо розглядати призматичний резервуар, тобто такий, в якого площа перерізу по висоті залишається постійною. Найпростішим прикладом такого витікання є витікання з бака циліндричної або прямокутної форми з постійною площею перерізу Ω.

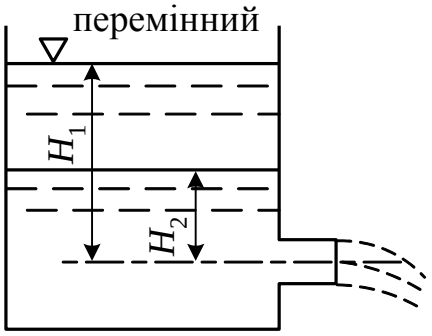

Рис 5. Схема до обґрунтування витікання рідини при змінному напорі

Основним показником цього виду витікання є час часткового або повного спорожнення бака. Хай на початку витікання напір на отворі становив H_1, а в кінці – H_2. Необхідно знайти час, за який напір від H_1 понизиться до H_2. Скористуємося рівнянням $Q = \mu\omega\sqrt{2gH}$. Оскільки це рівняння описує витрату рідини при сталому русі, то у випадку, який розглядається, воно буде давати помилку.

Отже, скористуємося методом нескінченно малих величин, при якому для нескінченно малих проміжків часу ця формула буде справедливою.

За час *dt* об'єм рідини, яка витече з бака, складе *dW*, причому

$$dW = Qdt = \mu\omega\sqrt{2gH}dt. \qquad (21)$$

Цей же об'єм можна охарактеризувати й зниженням рівня рідини в баці, тобто

$$dW = -\Omega dH. \qquad (22)$$

Знак мінус у цьому рівнянні означає зменшення об'єму рідини в баці.

Прирівняємо *dW,* визначений за формулами (21) і (22):

$$\mu\omega\sqrt{2gH}dt = -\Omega dH. \qquad (23)$$

Звідси

$$dt = -\frac{\Omega dH}{\mu\omega\sqrt{2qH}}. \qquad (24)$$

Час, протягом якого напір від H_1 знизиться до H_2, тобто час часткового спорожнення резервуара отримаємо, проінтегрувавши рівняння (24):

$$t_{\text{част}} = \int_{H_1}^{H_2} -\frac{\Omega dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}}. \qquad (25)$$

Винесемо постійні за знак інтеграла, змінивши межі інтегрування, позбавимося від знака мінус, тоді отримаємо:

$$t_{\text{част}} = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2gH}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dH}{\sqrt{H}} = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2gH}} \sqrt{H} \Big|_{H_2}^{H_1}. \qquad (26)$$

Підставимо межі інтегрування, отримаємо:

$$t_{\text{част}} = \frac{2\Omega(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu\omega\sqrt{2g}}, \qquad (27)$$

де Ω – площа перерізу бака; H_1, H_2 – напір на отворі відповідно на початку й у кінці витікання; μ – коефіцієнт витрати; ω – площа отвору.

Час повного спорожнення бака (резервуара) $t_{\text{повн}}$ настане при $H_2 = 0$, тобто

$$t_{\text{повн}} = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}}. \qquad (28)$$

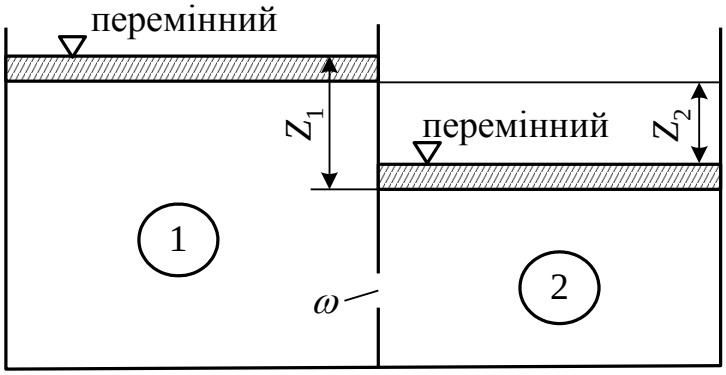

Рис. 6. Схема двох суміжних резервуарів:
1, 2 – відповідно перший і другий резервуари

Вирівнювання рівнів рідини у двох суміжних резервуарах (рис. 6). Основним показником, який характеризує явище вирівнювання рівнів рідини у двох суміжних резервуарах, є час, протягом якого відбувається вирівнювання рівнів.

Рідина через отвір у перегородці перетікає з резервуара 1 в резервуар 2.

Задача знаходження часу вирівнювання рівнів рідини у двох суміжних резервуарах розв'язується аналогічно попередній, за допомогою методу нескінченно малих величин. Отже, час, за який різниця рівнів у двох суміжних резервуарах від Z_1 стане Z_2, тобто час часткового вирівнювання рівнів $t_{\text{част}}$ визначається за формулою

$$t_{\text{част}} = \frac{2\Omega_1\Omega_2(\sqrt{Z_1} - \sqrt{Z_2})}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}}, \qquad (29)$$

де Ω_1, Ω_2 – площа поперечного перерізу відповідно першого і другого резервуарів; Z_1, Z_2 – різниця рівнів рідини в резервуарах відповідно на

початку й у кінці перетікання рідини з першого в другий резервуар; ω – площа отвору в перегородці.

Час повного вирівнювання $t_{повн}$ настане при $Z_2 = 0$ і визначається за формулою

$$t_{повн} = \frac{2\Omega_1\Omega_2\sqrt{Z_1}}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}}. \qquad (30)$$

Витікання рідини через великі отвори. При витіканні рідини через великі отвори прямокутної форми (рис.7) напори у верхній і нижній точках їх будуть суттєво відрізнятися, відповідно до цього будуть відрізнятися і швидкості руху рідини.

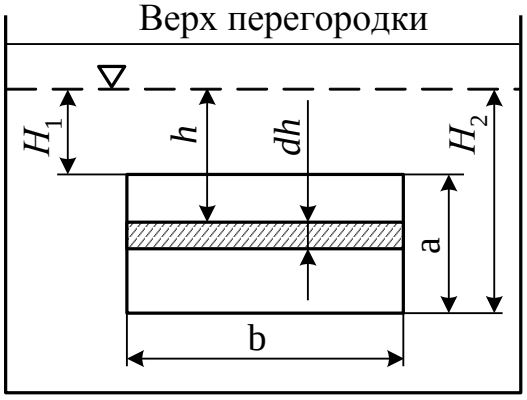

Рис. 7. Схема до витікання рідини через великий отвір

З урахуванням цього витрата рідини визначається шляхом підсумовування елементарних витрат, які проходять через елементарні смуги висотою *dh* (рис. 7), на які розбивається площа отвору.

Отже, витрата рідини через частину отвору висотою *dh* і шириною *b*, яка розташована на глибині *h* і в якій швидкість можна вважати постійною, визначиться за залежністю

$$dQ = \mu b dh\sqrt{2gh}. \qquad (31)$$

Витрата через великий отвір буде дорівнювати:

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\int_{H_1}^{H_2} h^{1/2}dh \qquad \text{або} \qquad (32)$$

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}), \qquad (33)$$

де μ – коефіцієнт витрати, при досконалому стисненні 0,65, а при недосконалому – 0,7; b – ширина отвору; H_1, H_2 – глибина занурення відповідно верху й низу отвору.

3. Рух рідин у каналах

Канали – це штучні русла, які належать до відкритих русел, тобто на вільній поверхні в них діє атмосферний тиск, а тому рух рідини в каналах безнапірний. Прикладами є меліоративні та обводнювальні канали.

До інших відкритих русел належать струмки, річки, морські протоки.

У цьому розділі розглядаються канали з рівномірним рухом рідини, умовою якого є постійність витрати рідини (Q = const), живого перерізу (ω = const), гідравлічного похилу I, однакового з похилом дна каналу, і шорсткості русла (коефіцієнт шорсткості n = const) та відсутність місцевих опорів. Цих умов можна досягти тільки в штучних руслах.

При рівномірному русі гідравлічний I, п'єзометричний $I_{\text{п}}$ та похил дна каналу i рівні між собою:

$$I = I_{\text{п}} = i. \tag{34}$$

П'єзометрична лінія потоку *П-П* співпадає з вільною поверхнею, глибина потоку називається ***нормальною глибиною***, а лінія вільної поверхні – ***лінією нормальних глибин***.

За формою поперечного перерізу канали бувають прямокутні, трикутні, трапецеїдальні, напівкруглі та параболічні (рис. 8).

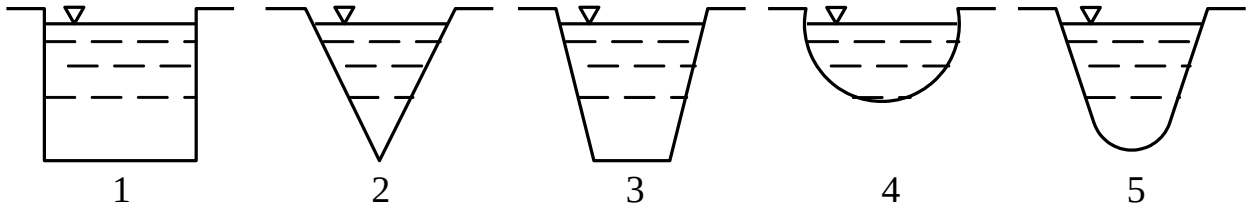

Рис. 8. Схеми поперечного перерізу каналів:

1 – прямокутного; 2 – трикутного; 3 – трапецеїдального; 4 – напівкруглого;

5 – параболічного

Поперечний переріз каналу, при якому (при ω = const) змочений периметр χ буде найменшим, а гідравлічний радіус $R = \omega/\chi$ найбільшим, називається ***гідравлічно найвигіднішим***. Такий канал, за всіх рівних умов, у порівнянні з іншими каналами забезпечує найбільшу витрату рідини.

З різних форм поперечного перерізу найбільш вигідним є напівкруглий, але побудувати канал з таким перерізом складно.

Найбільш уживаними є канали з трапецеїдальною формою поперечного перерізу (рис. 9), які порівняно легко споруджувати, і вони, за певних умов, близькі до гідравлічно найвигідніших.

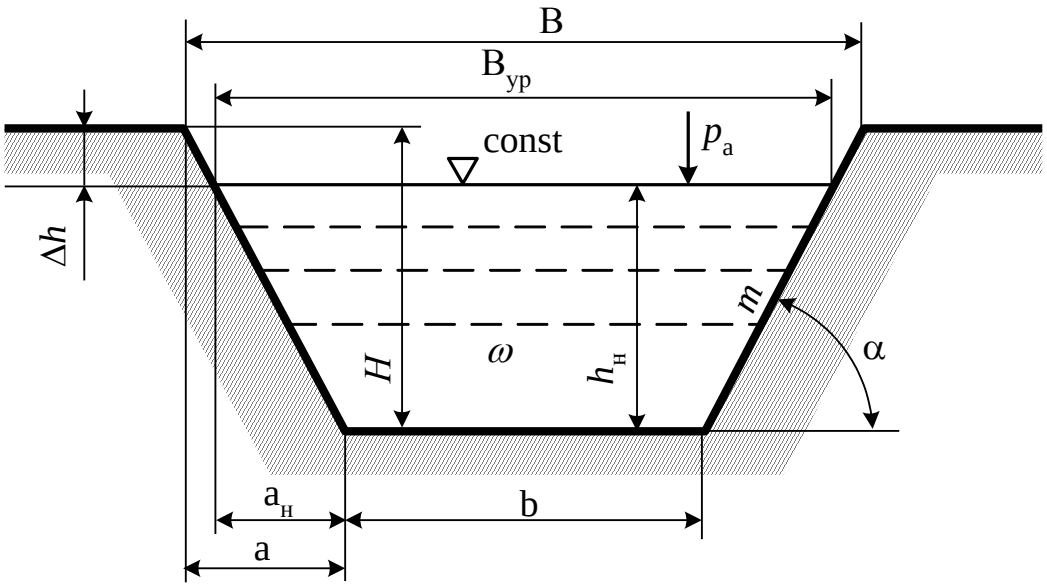

Рис. 9. Схема поперечного перерізу каналу трапецеїдальної форми: B – ширина каналу зверху; $B_{ур}$ – ширина каналу по урізу рідини (води); H – глибина каналу; $h_н$ – глибина рідини в каналі (глибина наповнення); ω – площа поперечного перерізу; a – закладення схилу каналу; $a_н$ – закладення схилу каналу, яке відповідає глибині наповнення; m – коефіцієнт закладення схилу; α – кут нахилу схилу; Δh – запас каналу в дамбах

Значення окремих елементів поперечного перерізу каналу трапецеїдальної форми (рис. 9) визначаються за такими формулами.

Площа поперечного перерізу

$$\omega = (b + mh_н)h_н, \tag{35}$$

де b – ширина каналу по дну; m – коефіцієнт закладення схилу (m = ctg $\alpha = a/H$); $h_н$ – глибина наповнення каналу.

Довжина змоченого периметра трапецеїдального каналу

$$\chi = b + 2h_н\sqrt{1+m^2}\,. \tag{36}$$

Гідравлічний радіус

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{h_н(b+mh_н)}{b+2h_н\sqrt{1+m^2}}. \tag{37}$$

Ширина каналу по урізу рідини (води)

$$B_{ур} = b + mh_н\,. \tag{38}$$

На рис. 10 показаний поздовжній переріз каналу. Згідно з рисунком, похил дна каналу i –

$$i = \frac{z_1 - z_2}{l}, \tag{39}$$

де z_1, z_2 – відмітки дна на початку і в кінці каналу, l – довжина каналу.

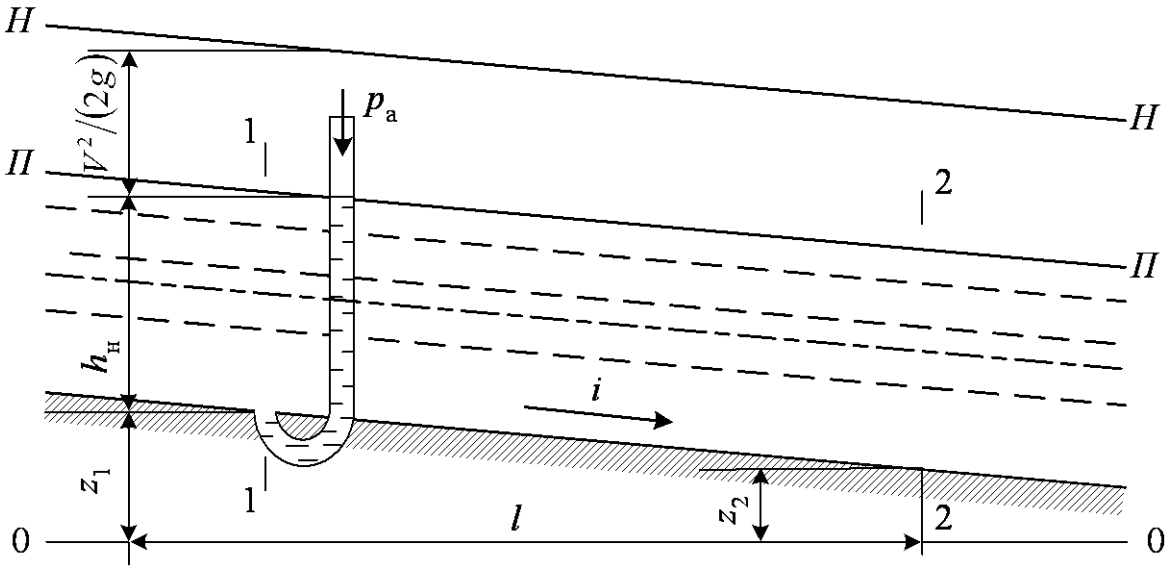

Рис. 10. Поздовжній переріз каналу з рівномірним рухом рідини (води)

При гідравлічному розрахунку каналів зустрічаються три основні задачі:

1. Знайти витрату Q, для чого спочатку знаходиться середня швидкість V при відомих похилі дна каналу i, ширині по дну b, глибині наповнення $h_н$, закладенні схилів m, шорсткості n. Задача розв'язується прямою підстановкою вирахуваних ω, R і C у формули:

$$V = C\sqrt{Ri}\,; \qquad Q = \omega C\sqrt{Ri}\,, \tag{40}$$

де C – коефіцієнт Шезі, визначається за нижченаведеними формулами; R – гідравлічний радіус, $R = \omega/\chi$; χ – змочений периметр, для трапецеїдального перерізу $\chi = b + 2h_н\sqrt{1+m^2}$; i – похил дна каналу; ω – площа поперечного перерізу каналу, для трапецеїдального каналу $\omega = (b + mh_н)h_н$.

Що стосується коефіцієнта Шезі, то він визначається за формулами

$$C = \frac{1}{n}R^y \qquad \text{або} \qquad C = \frac{1}{n}R^{1/6}, \tag{41}$$

де y – показник степеня: $y = 1{,}5\sqrt{n}$ при $R < 1$ м, $y = 1{,}3\sqrt{n}$ при $R > 1$ м; n – коефіцієнт шорсткості русла: для земляного русла n = 0,02…0,03, для облицьованого (бетонного та ін.) n = 0,012…0,03.

2. Знайти похил дна каналу i при заданих витраті Q, ширині каналу по дну b, глибині наповнення $h_н$, закладенні схилів m і шорсткості n.

Ця задача розв'язується шляхом підставлення вирахуваних величин ω, R, C за формулою

$$i = \frac{Q^2}{\omega^2 RC^2}\,. \tag{42}$$

При цьому необхідно виконати умову

$$i_{\min} \le i \le i_{\max}, \tag{43}$$

де $$i_{\min} = \frac{V^2_{\text{нзм}}}{C^2 R}; \qquad i_{\max} = \frac{V_{\text{нрз}}}{C^2 R}, \tag{44}$$

де $V_{\text{нзм}}$ – незамулююча швидкість, визначається за залежністю $V_{\text{нзм}} \ge aR^{0,5}$, де a – коефіцієнт, який залежить від виду наносів і змінюється від 0,3 до 0,7. Найменше значення $V_{\text{нзм}} = 0{,}3$ м/с. Взагалі ж незамулююча швидкість залежить від ***гідравлічної крупності*** наносів, тобто швидкості випадіння їх в осадок, а вона складає 0,4…8 мм/с; $V_{\text{нрз}}$ – нерозмиваюча швидкість, її значення наводиться в літературних джерелах залежно від виду русла і характеру потоку. Для найбільш розповсюджених каналів, облицьованих бетоном, $V_{\text{нрз}} = 10…20$ м/с.

3. Визначити розміри перерізу каналу (ширину по дну b і глибину h) при відомих: витраті Q, похилі дна i, шорсткості русла n і закладенні схилів m.

Це найбільш розповсюджена задача. Оскільки розрахункове рівняння одне – $Q = \omega C\sqrt{Ri}$, а невідомих величин дві – b і h, – то додатково використовується рівняння $\beta = b/h$. Значення величин b і h приймаються такими, щоб переріз каналу був гідравлічно найвигіднішим, що, наприклад, для трапецеїдального каналу складає

$$\beta_{\text{г н}} = 2(\sqrt{1+m^2} - m). \tag{45}$$

При цьому можливі два варіанти розв’язання задачі:

А. Задаємося значеннями b і знаходимо, відповідно до умов задачі, значення h.

Ця задача розв’язується методом підбору, тобто послідовно задаємося рядом значень глибин h і вираховуємо відповідну їм витрату Q до тих пір, доки не отримаємо потрібного значення. Відповідна цій витраті глибина h і буде пошуковою. Цю задачу можна розв’язати і графоаналітичним методом. Задаючись рядом значень глибини h, знаходимо відповідну їм витрату Q і будуємо графік $Q = f(h)$. Відклавши на осі необхідну витрату, знаходимо за графіком відшукувану глибину наповнення каналу h.

Б. Задаємося значеннями глибини h і знаходимо відповідне значення ширини каналу по дну b. Розрахунки можна вести, як і в попередньому випадку, аналітично і графоаналітично. При аналітичному методі назначається ряд значень b і розрахунок каналу повторюється до тих пір, доки розрахункова витрата Q не буде дорівнювати потрібній. Ширина b буде відшукуваною, коли розрахункова витрата буде дорівнювати потрібній. При графоаналітичному методі будується графік залежності $Q = f(b)$, тобто за рядом значень b знаходяться відповідні їм значення витрати, за якими і будується вищеназваний графік. Відклавши потрібну витрату Q за графіком $Q = f(b)$, знаходимо відшукувану ширину каналу по дну b.

При розрахунку безнапірних водоводів будь-якого профілю розв’язуються ті ж задачі, що й для каналів, а саме: знаходження витрати Q, похилу дна i, розмірів поперечного перерізу.

4. Водозливи

Водозливами називаються споруди, які перегороджують потік рідини і через які відбувається її перелив. Прикладами таких споруд є греблі, шлюзи, гідрометричні водомірні водозливи. Частина потоку, яка знаходиться перед водозливом, називається верхнім б’єфом (ВБ) (від франц. bief – млиновий потік, шлюзовий жолоб), а частина потоку, яка знаходиться за течією нижче водозливу, – нижнім б’єфом (НБ) (рис. 11). Верхня частина водозливу, через яку переливається рідина, називається порогом водозливу. Висота рівня рідини верхнього б’єфа над порогом водозливу називається напором на водозливі і позначається H.

Водозливи класифікуються: за товщиною водозливної стінки й окресленням самого порога; розташуванням і формою водозливної стінки в плані; формою водозливного отвору; умовами підходу потоку до водозливу; характером протікання рідини через водозлив; умовами спряження б’єфів.

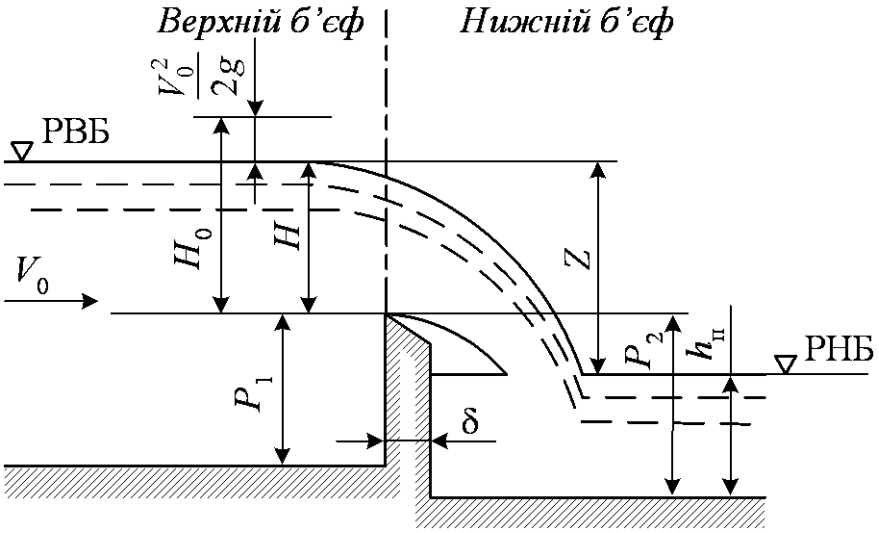

Рис. 11 Схема водозливу:

$_{\nabla}$РВБ – відмітка горизонту (рівня) верхнього б’єфа; $_{\nabla}$РНБ – відмітка горизонту нижнього б’єфа; H – напір на водозливі (геометричний); V_0 – швидкість підходу рідини (середня швидкість потоку на відстані (3…4) H від гребня водозливу); H_0 – повний напір на водозливі; P_1 – висота порогу водозливу з боку верхнього б’єфа; P_2 – висота порогу водозливу з боку нижнього б’єфа; $h_п$ – глибина рідини в нижньому б’єфі (побутова); B – ширина водозливу; δ – товщина водозливу; Z – різниця відміток горизонтів (рівнів) води у верхньому й нижньому б’єфах (гідравлічний перепад)

Таким чином, водозливи класифікуються:

1. За шириною і формою порогу:

а) з тонкою стінкою $\delta < 0{,}5\ H$ (рис. 12, а);

б) практичного профілю $0{,}5\ H < \delta < 2H$ (рис. 12, б, в);

в) з широким порогом $2H < \delta < (8\ldots10)H$ (рис. 12, г).

2. За формою вирізу: прямокутні, трапецеїдальні, трикутні.

3. За умовами спряження б'єфів: непідтоплені (рис. 12, а), підтоплені (рис. 12, б).

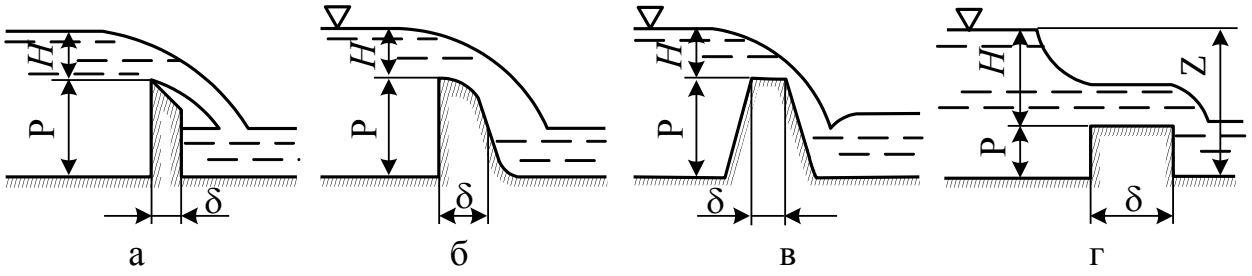

Рис. 12. Схеми водозливів:
а – з тонкою стінкою; б, в – практичного профілю; г – з широким порогом

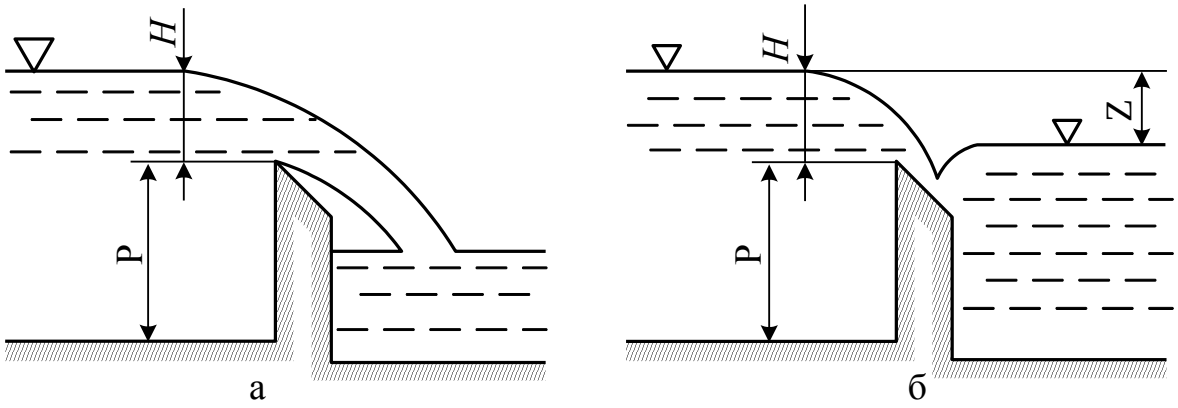

Рис. 13. Схеми непідтопленого і підтопленого водозливів:
а – непідтоплений; б – підтоплений

Непідтопленим називається водозлив, на якому рівень води (рідини) нижнього б'єфа не чинить впливу на горизонт води верхнього б'єфа. Якщо ж рівень нижнього б'єфа впливає на горизонт верхнього б'єфа, то водозлив називається підтопленим.

Основним гідравлічним показником водозливів є витрата рідини, яка для прямокутного водозливу визначається залежністю

$$Q = m_0 bH\sqrt{2gH}\,, \qquad (46)$$

де m_0 – коефіцієнт витрати водозливу, визначається за окремою формулою і залежно від типу водозливу становить 0,4...0,6; b – ширина порога водозливу; H – напір на водозливі.

Перетікання рідини через водозливи за певних умов супроводжується гідравлічним стрибком.

Гідравлічний стрибок – це явище різкого переходу потоку рідини від бурхливого до спокійного стану. Він має місце при переливі рідини через гідротехнічні споруди, зміни похилу дна русла (рис. 14).

Безстрибковий перехід потоку з бурхливого в спокійний стан неможливий. Гідравлічний стрибок складається з вальця і транзитної струмини. Він характеризується довжиною $l_{г\,с}$, за яку прийнято вважати довжину горизонтальної проекції

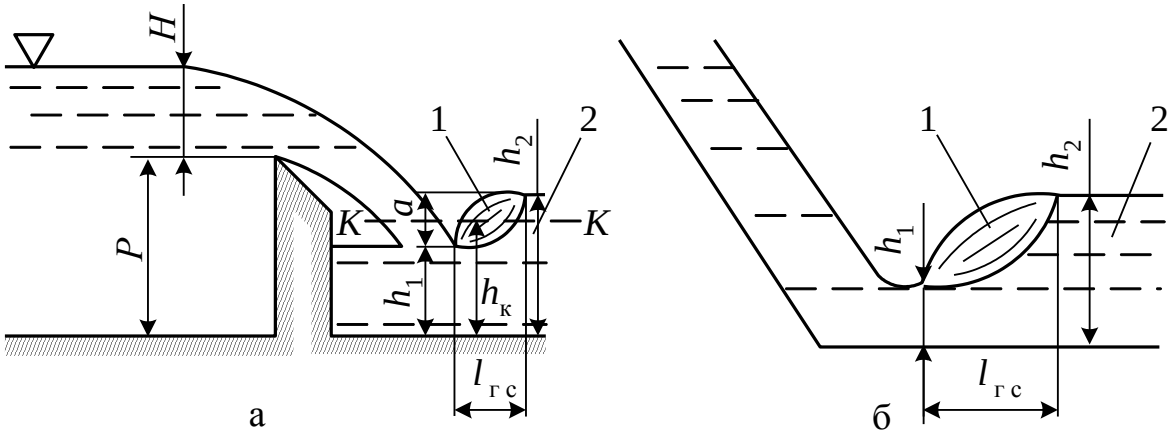

Рис. 14. Схема гідравлічного стрибка:
а – при переливі води через водозлив; б – при зменшенні нахилу дна русла; 1 – валець; 2 – транзитна струмина; h_1, h_2 – глибина води в стрибку відповідно на його початку й у кінці – взаємні, або спряжені, глибини; $h_к$ – критична глибина; $l_{г\,с}$ – довжина стрибка

поверхневого вальця і яка визначається залежністю

$$l_{г\,с} = 5(h_2 - h_1), \tag{47}$$

де h_1, h_2 – спряжені глибини води (рідини).

Висота гідравлічного стрибка визначається залежністю

$$a = h_2 - h_1, \tag{48}$$

де a – висота стрибка.

Гідравлічний стрибок буває різних видів:

1. Досконалий – це стрибок з явно вираженим поверхневим вальцем. При цьому виді стрибка $h_2/h_1 \geq 2$, або $a > h_1$ (рис. 14).

2. Хвилястий – це стрибок порівняно невеликої висоти без вальця, що набирає форми ряду поступово затухаючих хвиль (рис. 15, а). При цьому $h_2/h_1 < 2$, або $a < h_1$.

3. Підтоплений – це стрибок, який виникає перед перепоною, що не дозволяє переміщуватись гідравлічному стрибку проти течії, наприклад, при затопленому витіканні з-під щита (рис. 15, б).

4. Підпертий – це стрибок, який виникає перед перешкодою, відрізняється від досконалого стрибка меншою довжиною, викривленою транзитною струминою й наявністю під нею ще одного вальця (рис. 15, в).

5. Поверхневий – це стрибок з розширеним донним вальцем. Виникає на початку стрибка, як правило, за уступом (рис. 15, г).

Як бачимо, гідравлічний стрибок виникає при спряженні б'єфів, і його дія може викликати руйнування русла нижнього б'єфа. Тому на практиці

досягається таке спряження б'єфів, при якому стрибок був би безпечним, а цій вимозі найкраще відповідає затоплений стрибок (рис. 16).

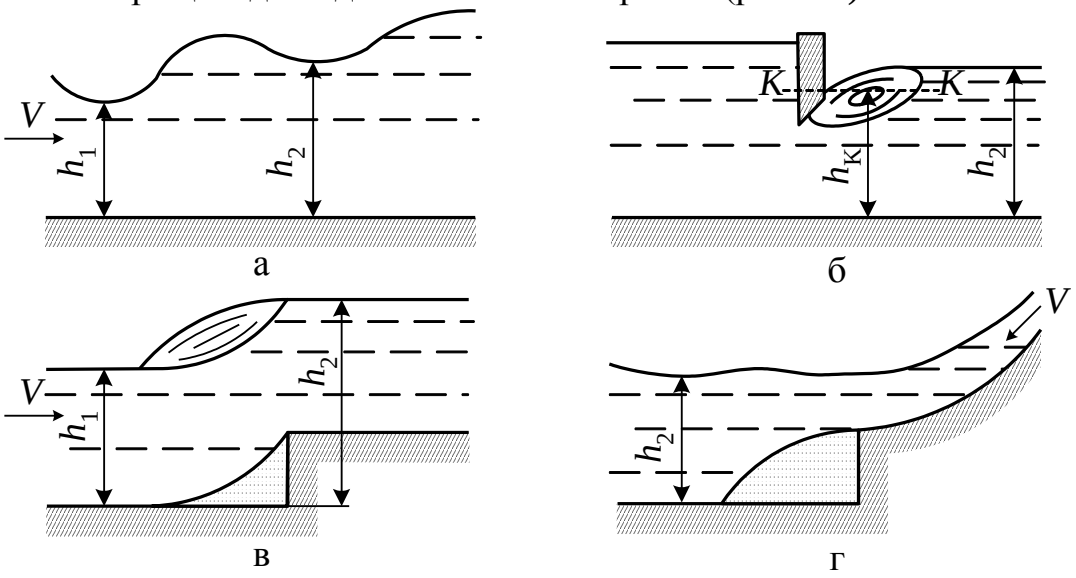

Рис. 15. Схеми гідравлічних стрибків різних видів:
а – хвилястого; б – підтопленого; в – підпертого; г – поверхневого

5. Фільтрація рідин. Закон Дарсі

Фільтрація рідин – це рух рідин у пористих середовищах. Прикладами фільтрації є рух ґрунтових і міжпластових вод, рух води через фільтри при її очищенні на очисних спорудах, рух масел у фільтрах машин і механізмів.

Фільтраційний рух рідин може бути напірним і безнапірним.

Поверхня безнапірного фільтраційного потоку називається ***депресійною поверхнею***, а крива лінія її перерізу вертикальною площиною називається ***кривою депресії*** (рис. 17).

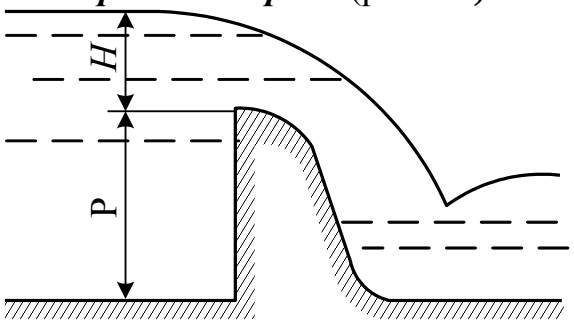

Рис. 16. Схема затопленого гідравлічного стрибка

При фільтрації рідини через пористе тіло власне рідина рухається через пори (порожнини), які мають місце між частками пористого середовища.

Пористе середовище характеризується коефіцієнтом пористості *p*, який визначається залежністю

$$p = \frac{W_{\text{пор}}}{W}, \tag{49}$$

де $W_{\text{пор}}$ – об’єм пор; W – загальний об’єм пористого середовища.

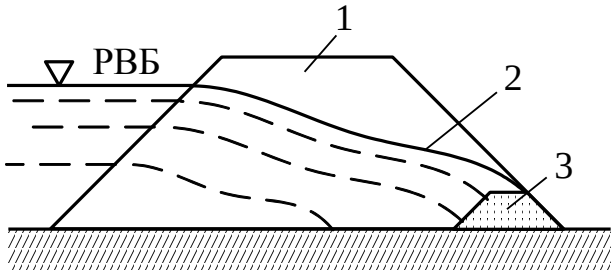

Рис. 17. Схема фільтрації води через тіло земляної греблі: РВБ – рівень верхнього б’єфа; 1 – гребля; 2 – крива депресії; 3 – дренажна призма

Чим менші зерна пористого середовища, тим коефіцієнт пористості більше: так, для піску з частками діаметром біля 1 мм p = 0,3, а для глини (частки менші) p = 0,5.

Швидкість руху рідини в порах фільтраційного середовища (наприклад ґрунту) визначається залежністю

$$V_{\text{п}} = \frac{Q}{\omega_{\text{п}}}, \tag{50}$$

де Q – витрата фільтраційного потоку; $\omega_{\text{п}}$ – площа пор у перерізі фільтраційного потоку.

У практичних розрахунках користуються умовною швидкістю $V_{\text{ум}}$, яка визначається залежністю

$$V_{\text{ум}} = \frac{Q}{\omega}, \tag{51}$$

де ω – загальна площа перерізу фільтраційного потоку.

Отже,

$$V = pV_{\text{п}}. \tag{52}$$

Оскільки $p < 1$, то швидкість фільтрації завжди менше швидкості руху рідини в порах ґрунту.

Досліди, які були проведені французьким ученим-гідравліком Дарсі (1856 р.) з піском і глиною, дозволили встановити, що швидкість фільтрації в умовах сталого руху описується залежністю, яка називається формулою Дарсі й має вигляд

$$V = K_{\text{ф}} I, \tag{53}$$

де $K_{\text{ф}}$ – коефіцієнт фільтрації, який залежить від виду середовища і температури рідини, наводиться в довідковій літературі [30]. Наприклад, $K_{\text{ф}}$ $_{\text{піску}}$ = 0,1…0,01 см/с; $K_{\text{ф}}$ $_{\text{глини}}$ = 0,00001 см/с; I – гідравлічний (п’єзометричний) похил, який показує втрати напору на шляху фільтрації

рідини, тобто $I = h_в/l$, де $h_в$ – втрата напору, l – довжина (шлях), на якому відбувається фільтрація.

Витрата фільтраційного потоку визначається залежністю

$$Q = K_ф \omega I , \tag{54}$$

де ω – площа поперечного перерізу фільтраційного потоку.

При турбулентній фільтрації швидкість фільтраційного потоку визначається залежністю

$$V = K_ф I^m , \tag{55}$$

де m – показник степеня, m = 0,5...1.

Границі застосування формул Дарсі недостатньо вивчені. Але вважається, що при $R_e = Vd/\nu < 1…7$ фільтрація ламінарна, а при $R_e > 7$ – турбулентна. Тут d – середній діаметр часток ґрунту.

Коефіцієнт фільтрації $K_ф$ – це швидкість фільтрації рідини при похилі, який дорівнює одиниці, тобто $I = 1$, має розмірність швидкості і визначається дослідним шляхом на установці Дарсі (рис. 18).

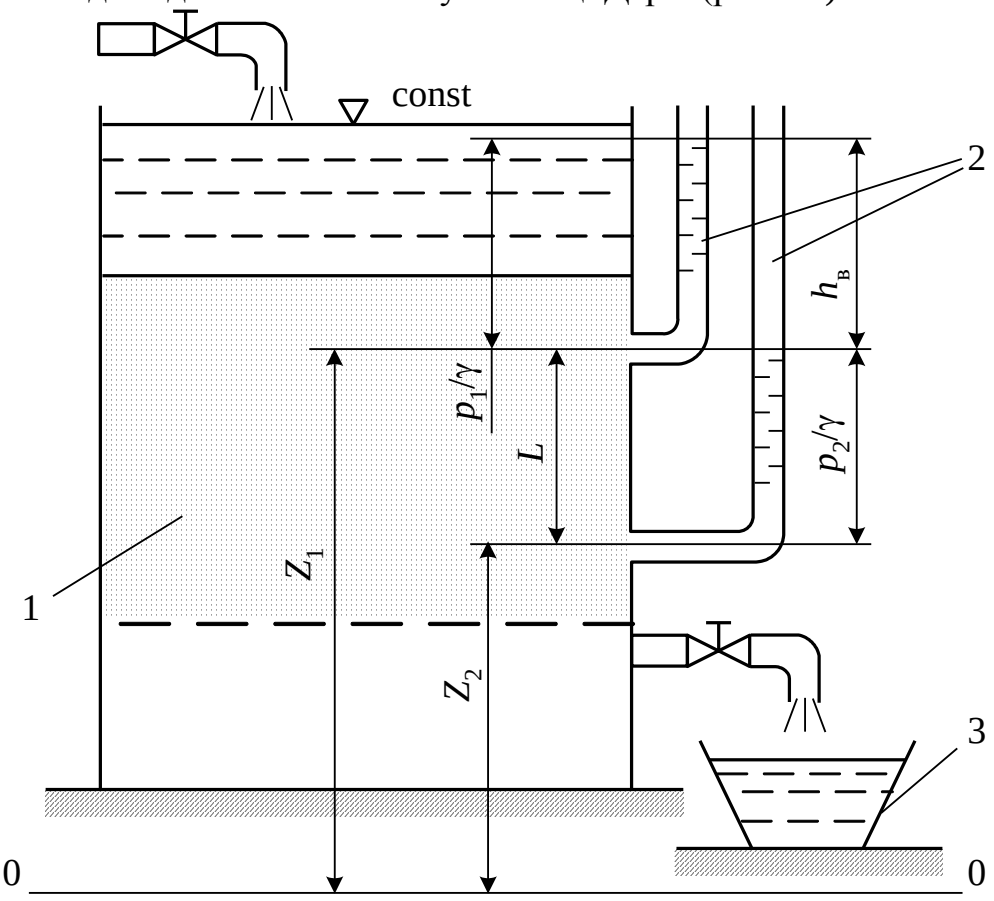

Рис. 18. Схема установки Дарсі:
1 – завантажувальна ємкість; 2 – п’єзометри; 3 – вимірювальна посудина

Коефіцієнт фільтрації при цьому визначається за формулою

$$K_ф = \frac{Q}{\omega I}, \tag{56}$$

де Q – витрата, $Q = W/t$, де W – об'єм рідини, яка надійшла в мірну посудину протягом часу t; ω – площа перерізу завантажувальної ємкості (для круглої ємкості $\omega = \pi d^2 / 4$); I – гідравлічний похил, $I = h_в/L$, де $h_в$ – втрати напору, L – відстань між точками приєднання п'єзометрів.

За законами фільтрації надходять підземні води в шахтові колодязі та свердловини.

Вони бувають ***досконалими*** (рис.19), якщо ними повністю пронизується (перетинається) водоносний пласт до водотривного пласта, і ***недосконалими***, які частково врізаються у водоносний пласт. Після буріння свердловини в ній встановлюється ***природний (статичний)*** горизонт, або рівень води.

При відкачуванні води з колодязя в ньому встановиться рівень її нижче статичного. Вода в зоні, яка прилягає до колодязя, буде рухатися до колодязя по радіальних напрямках. У колодязі після відкачування води встановиться рівень, який називається ***динамічним***. Різниця між статичним і динамічним рівнями води в колодязі називається ***глибиною відкачування S***. Перехід рівня води у водоносному пласті поблизу колодязя від статичного до динамічного відбувається по ***лінії депресії***.

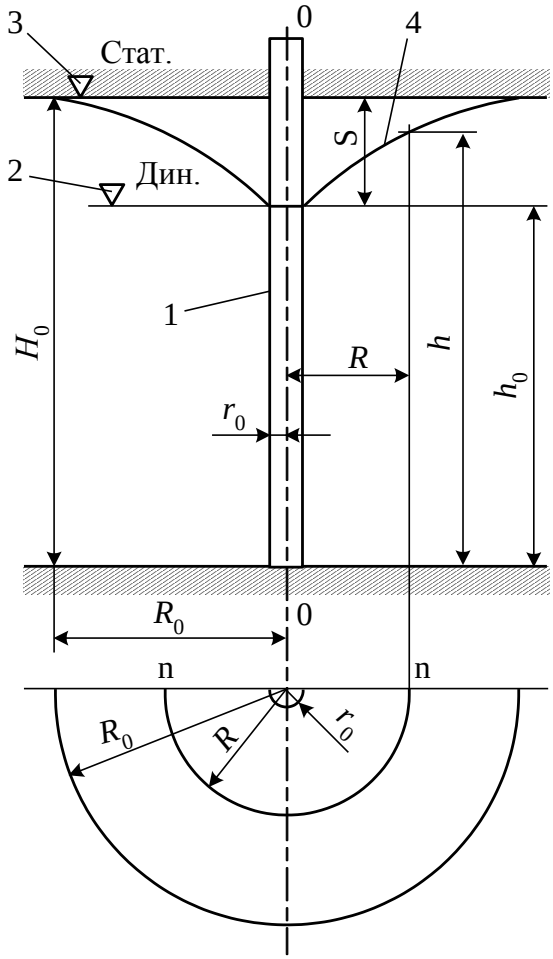

Рис. 19. Схема досконалого колодязя:
1 – свердловина; 2, 3 – відповідно динамічний і статичний рівні води; 4 – лінія депресії; S – глибина відкачування

Розглянемо роботу досконалого колодязя в безнапірному водоносному пласті. По мірі відкачування води з колодязя постійною витратою Q = const рівень води в ньому знизиться, але в той же час витрата води, яка надходить у колодязь (приток води), буде збільшуватися. Врешті-решт настане такий момент, коли витрата відкачування й надходження води вирівняються, тобто $Q_{\text{відк}} = Q_{\text{прит}}$. При цьому одержимо сталий рух води при глибині h_0 (рис. 1.74). Взагалі це явище буде характеризуватися таким чином: потік води у водоносному пласті зверху (у площі рисунка) обмежений депресійною кривою, і якщо її обертати навколо осі свердловини 0-0, то отримаємо депресійну вирву; r_0 – радіус колодязя; h_0 – глибина води в колодязі; R_0 – радіус депресійної кривої, або радіус впливу колодязя. На відстані R_0 від осі колодязя 0-0 природний рівень води в пласті не знижуватиметься. Глибина води в цьому місці буде H_0, яка дорівнює товщині водоносного пласта.

Витрати води Q, яку віддає колодязь, називається його ***дебітом (дебіт колодязя)***. ***Знайдемо дебіт колодязя*** (фільтраційну витрату води), керуючись вищеописаною картиною явища.

Тут маємо не плоску, а осьосиметричну задачу руху підземних вод. Для розв'язання її візьмемо переріз n-n, якому відповідає радіус R і глибина h, тоді $Q = \omega V$, де $\omega = 2\pi rh$.

Середня швидкість фільтрації $V = K_\text{ф} I$, де $I = dh/dR$.

Підставимо значення I, будемо мати $V = K_\text{ф} \cdot dh/dR$, а витрата $Q = 2\pi rh \cdot K_\text{ф} \cdot dh/dR$.

Розділимо змінні й отримаємо:

$$h \cdot dh = \frac{Q}{K_\text{ф}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{dR}{R}. \tag{57}$$

Проінтегрувавши це диференціальне рівняння в межах від $r = r_0$ до $R = R_0$, одержимо:

$$\frac{Q}{K_\text{ф}} \frac{1}{2\pi} \int_R^{R_0} \frac{1}{R} dR = \int_{h_0}^{H_0} h \cdot dh$$

або

$$\frac{Q}{K_\text{ф}} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{R_0}{r_0} = \frac{H_0^2 - h_0^2}{2}, \tag{58}$$

звідки

$$Q = \pi \frac{H_0^2 - h_0^2}{\ln \frac{R_0}{r_0}} K_\text{ф}. \tag{59}$$

Якщо перейти до десятинних логарифмів, то одержимо:

$$Q = 1{,}36 \frac{H_0^2 - h_0^2}{\lg \frac{R_0}{r_0}} K_{\text{ф}}. \qquad (60)$$

Останнє рівняння і є рівнянням дебіту колодязя.

Питання для самоконтролю до лекції № 6.

1. Що таке гідравлічні отвори й насадки, як вони класифікуються?

2. Поясніть явище витікання рідини в атмосферу через малий отвір у тонкій стінці при постійному напорі.

3. Поясніть явище втікання рідини під рівень.

4. Поясніть явище витікання рідини через малий отвір у товстій стінці при постійному напорі.

5. Поясніть явище витікання рідини через насадки при постійному напорі. Зробіть їхню класифікацію.

6. Поясніть явище витікання при змінному напорі (спорожнення резервуарів).

7. Поясніть явище вирівнювання рівнів у двох суміжних резервуарах.

8. Поясніть рух рідин у каналах, і за якими залежностями виконується їхній гідравлічний розрахунок?

9. Що таке водозливи, як вони класифікуються, у чому полягає їхній гідравлічний розрахунок?

10. Що таке фільтрація рідин і якими формулами це явище описується?