Практична робота №2. Сили гідростатичного тиску

Мета: Навчитись розв'язувати задачі використовуючи формули по темі: "Тиск на плоскі та криволінійні поверхні".

Рекомендована література

1. Гідравліка та її використання в агропромисловому комплексі / В.А.Дідур, О.Д.Савченко, Д.П Журавель, С.І. Мовчан; – К.: Аграрна освіта, 2008. – 577 с. (с. 34 - 47).
2. Гідравліка, сільськогосподарське водопостачання та гідропневмопривод. / В.А.Дідур, О.Д.Савченко, С.І.Пастушенко, С.І. Мовчан; – Запоріжжя: Прем'єр, 2005. – 464 с.(с. 30 - 40).
3. Рогалевич, Ю.П. Гідравліка / Ю.П. Рогалевич; – К.: Вища школа, 1993. – 255 с. (с. 10 - 48).
4. Палишкин, Н.А. Гидравлика и сельскохозяйственное водоснабжение / Н.А. Палишкин; – М.: Агропромиздат, 1990. – 351 с. (с. 22- 34).
5. Исаев, А.П. Гидравлика и гидромеханизация сельскохозяйственных процессов / А.П.Исаев, Б.И. Сергеев, В.А.Дидур; – М.: Агропромиздат, 1990. – 400с. (с. 25 - 34).
6. Карасев, Б.В. Гидравлика, основы сельскохозяйственного водоснабжения и канализации / Б.В.Карасев;–Минск: "Вышейшая школа", 1983 – 288 с. (с. 14 - 23).
7. Костюченко, Э.В. Практикум по гидравлике и гидромеханизации сельскохозяйственных процессов / Э.В. Костюченко, В.И.Лаптев, Л.А.Холодок; – Минск, Ураджай, 1991. – 272 с. (с. 53 - 64).

1. Теоретична частина

Сила тиску рідини на поверхню в загальному випадку складається (див. рис. 1):

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \qquad (1)$$

де F_x, $F_{y,}$ F_z, $[H]$ – проекції сили тиску на відповідні осі координат.

Проекції сили тиску обраховуються за формулами:

$$F_x = (p_0 + \rho g h_{Cyz}) S_{yz}; \qquad F_y = (p_0 + \rho g h_{Cxz}) \cdot S_{xz} \qquad (2)$$

$$F_z = G + p_0 S_{xy} \qquad (3)$$

де p_0 $[Па]$ – тиск на вільній поверхні рідини;

S_{yz}, S_{xz}, S_{xy} $[м^2]$ – площі проекцій криволінійної поверхні на відповідні площини системи координат;

h_{Cyz}, h_{Cxz} $[м]$ – глибина занурення центра ваги відповідної проекції криволінійної поверхні під вільну поверхню рідини;

$G = \rho g V \quad [H]$ – вага *тіла тиску*, тобто об'єму рідини V, що обмежений криволінійною поверхнею, вільною поверхнею рідини та вертикальною поверхнею, що проходить по контуру криволінійної поверхні.

В часткових випадках формули (1)-(3) спрощувалися і знайшли широке практичне використання:

1. *Поверхня плоска (лежить в одній площині) і розміщена горизонтально:*

$$F = F_z = G + p_0 S = \rho g V + p_0 S \tag{4}$$

де $S \quad [м^2]$ – площа поверхні.

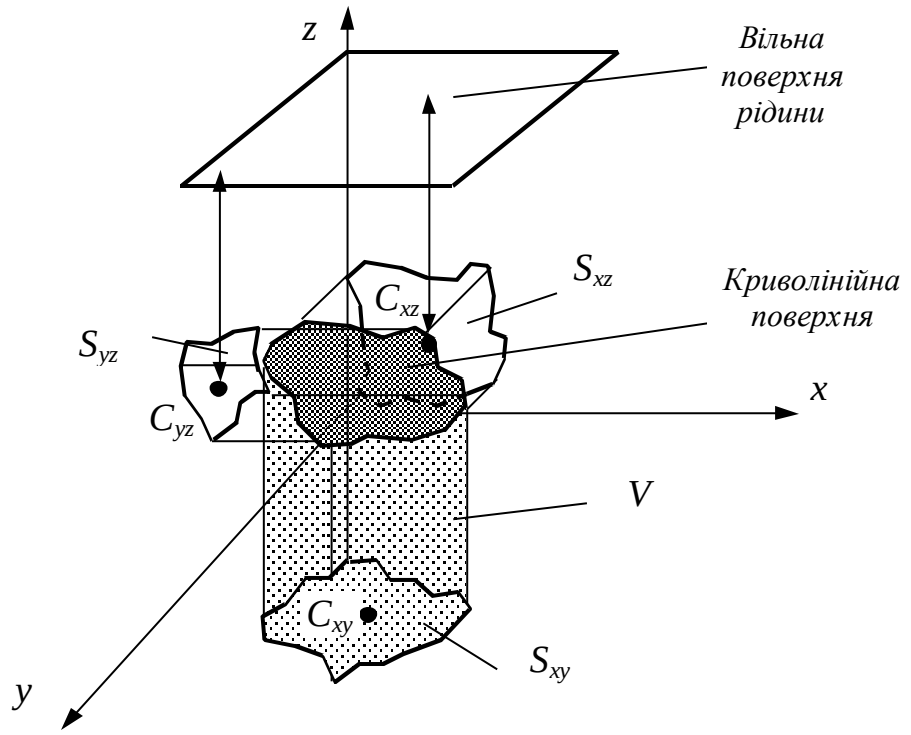


Рис. 1. Сила тиску на поверхню рідини

2. *Поверхня плоска і розміщена вертикально:*

$$F = F_г = (p_0 + \rho g h_C) S \tag{5}$$

де h_C – глибина занурення центра ваги.

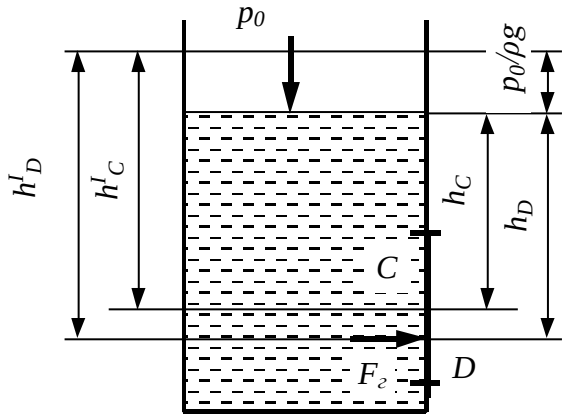


Рис. 2. Сила тиску рідини на вертикальну поверхню

Сила F, прикладена в центрі тиску D, координату якого визначають за формулою

$$h_D' = h_C' + \frac{I_C}{h_C S} \qquad (6)$$

де I_C $[м^4]$ – момент інерції плоскої фігури відносно центральної осі (для прямокутника $I_C = \frac{bh^3}{12}$, для трикутника $I_C = \frac{bh^3}{36}$, для кола $I_C = \frac{\pi d^4}{64}$.

У випадку дії на верхню поверхню атмосферного тиску ($p_0 = p_{атм}$) $h_D = h_D'$, $h_C = h_C'$.

3. *Поверхня плоска і розміщена під деяким кутом до горизонтальної площини* (див рис. 3) *або криволінійна, симетрична відносно вертикальної площини* (див рис. 4)

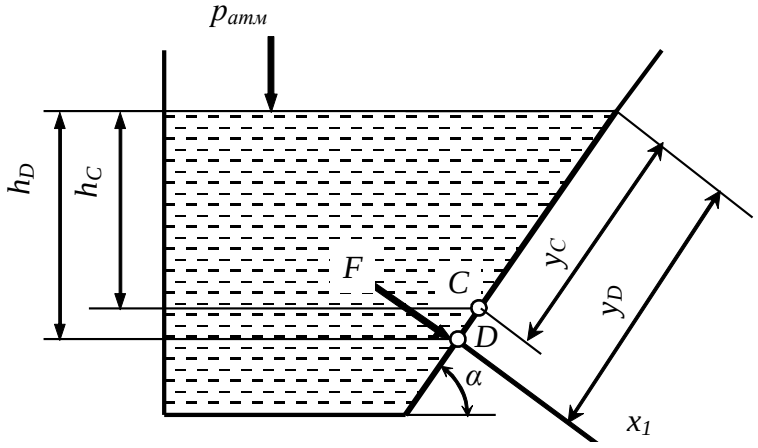


Рис. 3. Сила тиску рідини на плоску похилу стінку

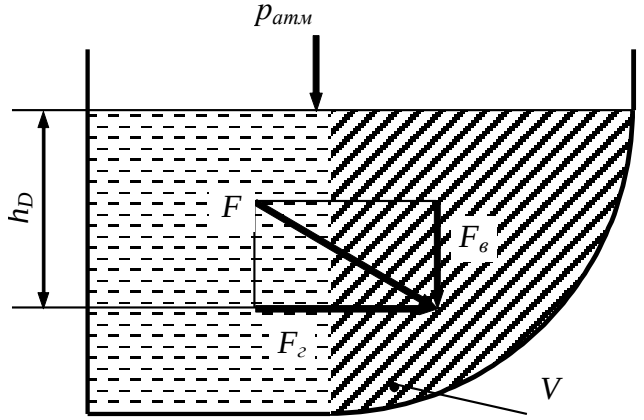


Рис. 4. Сила тиску рідини на криволінійну стінку, симетричну відносно вертикальної площини

Сила тиску складається з двох складових:

$$, \qquad F = \sqrt{F_в^2 + F_г^2} \qquad (7)$$

де $F_г$ – горизонтальна складова сили тиску

$$F_г = (p_0 + \rho g h_C) S_в, \qquad (8)$$

$S_в$ – вертикальна проекція плоскої поверхні,

$F_в$ – вертикальна складова сили тиску

$$F_в = G + p_0 S_г, \qquad (9)$$

$S_в$ – вертикальна проекція плоскої поверхні.

У випадку плоскої поверхні, розміщеної під кутом α до горизонту (див. рис. 5) силу тиску можна визначати як об'єм епюри тиску, тобто вона буде рівна об'єму призми з основою ρgH і висотою *H*:

$$F=\frac{\rho gH^2 b}{2} \tag{10}$$

де b – ширина поверхні.

Положення центра тиску в площинні стінки (рис. 3) визначається за формулою:

$$y_D=y_C+\frac{I_C}{y_C S} \tag{11}$$

де y_D, y_C – відстані від центрів тиску і центра ваги площі стінки відповідно,

I_C $[м^4]$ – момент інерції площі стінки відносно осі x_1, що проходить через центр ваги площі стінки.

При вираженні (11) через вертикальні відстані вона прийме вигляд:

$$h_D=h_C+\frac{I_C}{h_C S}sin^2\alpha \tag{12}$$

Для криволінійної стінки, симетричної відносно вертикальної осі (див. рис. 4) лінія дії $F_г$, проходить через центр тиску вертикальної проекції стінки, вертикальна складова $F_в$ проходить через центр ваги тіла тиску, і спрямована вниз, якщо об'єм розміщений зі змоченої сторони, і вверх, якщо об'єм знаходиться з незмоченої сторони.

Кут нахилу сили до горизонту

$$tg\varphi=\frac{F_в}{F_г} \tag{13}$$

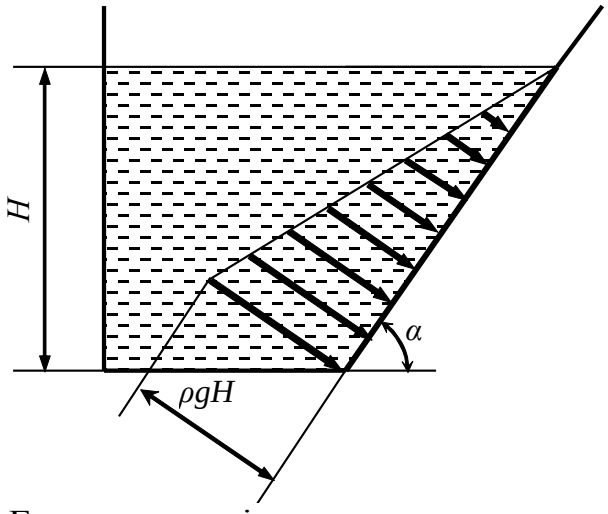


Рис. 5. Епюра тиску рідини на плоску похилу стінку

2. Порядок виконання роботи

1. При розв’язуванні задач рекомендуєтсяь застосовувати форму скороченого запису умови задачі і її розв’язку. Дана форма є універсальною, застосовується при вирішенні задач з фізики і хімії в школі, полегшує студентам розуміння задачі, формує в них системний підхід до розв’язку задач.

2. При вирішенні задач на тему “Тиск на плоскі та криволінійні поверхні” перш за все необхідно добре засвоїти такі поняття, як *сила тиску, координата цетру тиску, координата центра ваги, епюра тиску і інші,* знати основні формули, наведенні теоретичній частині.

3. Необхідно чітко знати одиниці вимірювання величин, що характеризують основні величини даної теми, вміти переводити несистемні одиниці виміру в систему СІ.

4. При розв’язуванні задач даної теми необхідно знати формули для визначення пощі і об’єму простих геометричних фігур.

3. Приклади розв’язку задач

Приклад 1.Визначити величину й точку прикладання сили тиску води на плоский щит шириною *B* = 2 *м*, висотою *h* = 3 *м*, якщо рівень води перед щитом *H* = 8 *м* (рис. 6.).

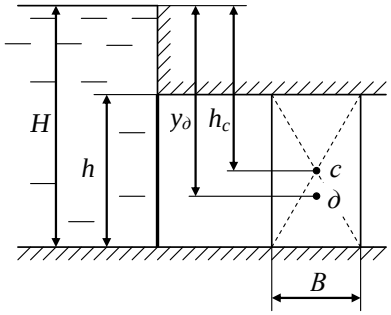


Рис. 6. Схема до прикладу 1

Рішення. **Визначаємо силу гідростатичного тиску води на щит:**

$$P = \rho_в \cdot g \cdot h_c \cdot S = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 6{,}5 \cdot 6 = 382590 \ \textit{Н},$$

де $\rho_в$ = 1000 *кг/м*^{3} – густина води;

h_c – відстань по вертикалі від вільної поверхні до центра ваги щита,м;

$$h_c = H - \frac{h}{2} = 8 - \frac{3}{2} = 6{,}5 \ \textit{м},$$

де *S* – площина поверхні щита м^2;

$$S = B \cdot h = 2 \cdot 3 = 6 \ \textit{м}^2.$$

Визначимо точку, до якої прикладено силу тиску (розташування центра тиску):

$$y_д = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c} = h_c + \frac{J_0}{S \cdot h_c} = 6{,}5 + \frac{4{,}5}{6 \cdot 6{,}5} = 6{,}615 \ \textit{м},$$

де J_0 – момент інерції щита щодо центральної осі,м^4;

$$J_0 = \frac{B \cdot h^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4{,}5 \ \textit{м}^4.$$

Приклад 2. ***Визначити величину й точку прикладання сили тиску на кришку, що перекриває круглий отвір діаметром d = 500 мм у вертикальній перегородці закритого резервуара, якщо лівий відсік резервуара заповнений нафтою (ρ = 900 кг/м^3), правий – повітрям. Надлишковий тиск на поверхні рідини $p_{ман}$ = 15 кПа, показання ртутного мановакуумметра, підключеного до правого відсіку резервуара, h = 80 мм, центр отвору розташований на глибині H =0,8 м (рис. 7), атмосферний тиск $p_{атм}$ = 100 кПа.***

Рішення. ***Знаходимо тиск повітря в правому відсіку резервуара $p_п$. Оскільки тиск в точках B и C, що належать горизонтальній поверхні, однаковий й дорівнює атмосферному тиску (100 кПа), тобто $p_C = p_B = p_{атм}$, то абсолютний тиск повітря в правому відсіку***

$$p_п = p_{атм} - \rho_{рт} \cdot g \cdot h = 100000 - 13600 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}08 = 89300 \ \textit{Па}.$$

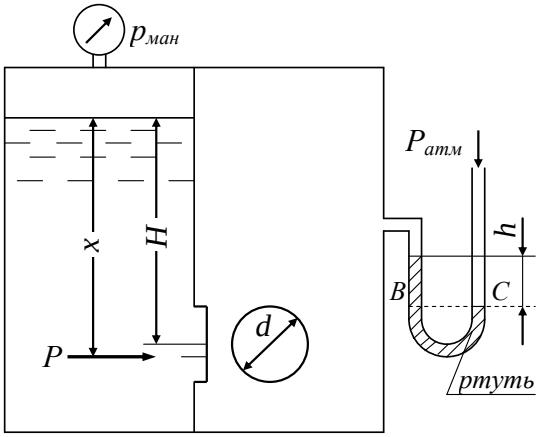


Рис. 7 Схема до прикладу 2

Сила тиску повітря на кришку праворуч

$$P_п = p_п \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 89300 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} = 17500 \ \textit{Н}.$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.
Абсолютний тиск повітря на поверхні рідини в лівому відсіку

$$p_л = p_{атм} + p_{ман} = 100000 + 15000 = 115000 \ \textit{Па}.$$

Сила тиску повітря на кришку ліворуч

$$P_л = p_л \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 115000 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} = 22600 \ \textbf{\textit{Н.}}$$

Ця сила прикладена в центрі ваги кришки.
Сила тиску рідини на стінку

$$P_р = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 900 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} = 1380 \ \textbf{\textit{Н,}}$$

де h_c – відстань від вільної поверхні рідини до центра ваги кришки; S – площина кришки.

Ця сила прикладена в центрі тиску, відстань до якого від поверхні рідини

$$y_д = y_c + \frac{J_0}{S \cdot y_c} = H + \frac{4 \cdot \pi \cdot d^4}{64 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot H} = H + \frac{d^2}{16 \cdot H} = 0{,}8 + \frac{0{,}5^2}{16 \cdot 0{,}8} = 0{,}82 \ \textbf{\textit{м,}}$$

де $J_0 = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ ***– момент інерції круглої кришки.***

Повна сила тиску на кришку

$$P = P_л + P_р - P_п = 22600 + 1380 - 17500 = 6480 \ \textbf{\textit{Н.}}$$

Відстань *x* результуючої сили *P* від поверхні рідини знайдемо, використовуючи теорему про момент рівнодіючої

$$P \cdot x = P_л \cdot H + P_р \cdot y_д - P_п \cdot H \textbf{,}$$

звідки

$$x = \frac{P_р \cdot y_д + (P_л - P_п) \cdot H}{P} = \frac{1380 \cdot 0{,}82 + (22600 - 17500) \cdot 0{,}8}{6480} = 0{,}804 \ \textbf{\textit{м.}}$$

Приклад 3. Визначити величину й напрямок дії сили гідростатичного тиску води на циліндричний затвор радіусом *r* = 1 *м* і шириною *B* = 2 *м*, розташований на глибині *H* = 6 *м* (рис. 8).

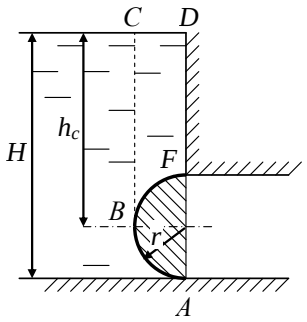


Рис. 8 Схема до прикладу 3

Рішення. **Сила гідростатичного тиску на циліндричний затвор:**

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}\ ,$$

де P_x **й** P_z **– горизонтальна й вертикальна складові сили гідростатичного тиску.**

Горизонтальна складова:

$$P_x = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_в = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 5 \cdot 4 = 196200\ \textbf{\textit{Н}},$$

де ρ **= 1000 кг/м^3 – густина води;**

h_c **– відстань по вертикалі від центра ваги вертикальної проекції циліндричного затвора до п'єзометричної поверхні;**

$S_в$ **– площина проекції циліндричного затвора на вертикальну поверхню.**

$$h_c = H - r = 6 - 1 = 5\ \textbf{\textit{м}},$$

$$S_в = 2 \cdot r \cdot B = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4\ \textbf{\textit{м}}.$$

Вертикальна складова:

$$P_z = \rho \cdot g \cdot V = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3{,}14 = 30800\ \textbf{\textit{Н}},$$

де V **– об'єм тіла тиску** ABF **шириною** B**.**

$$V = V_{ABCDFA} - V_{BCDF} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \cdot B = \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{2} \cdot 2 = 3{,}14\ \textbf{\textit{м}}^3.$$

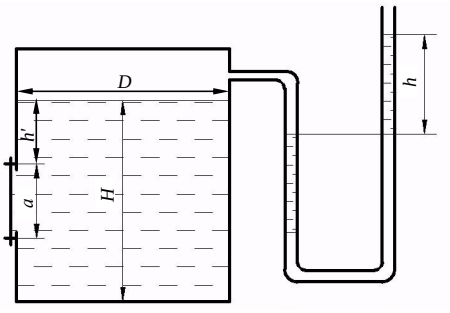
$$P = \sqrt{196200^2 + 30800^2} = 198600\ \textbf{\textit{Н}}.$$

Напрямок дії результуючої сили гідростатичного тиску визначається кутом нахилу її до горизонту:

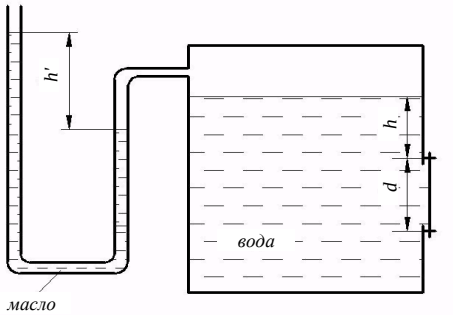
$$\alpha = arctg\frac{P_z}{P_x} = arctg\frac{30800}{196200} \approx 9^0\ .$$

4. Задачі для самостійного розв'язування

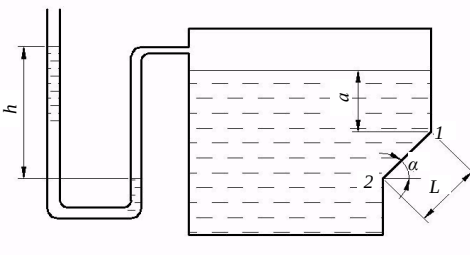
1. Резервуар діаметром $D = 2,8 м$ заповнений водою на висоту $H = 3 м$. Підключений до резервуара рідинний ртутний манометр показує тиск на вільній поверхні води, який відповідає висоті стовпчика ртуті $h = 1,1 м$. Обчисліть силу тиску на дно та на пластину, що перекриває квадратний отвір розміром $a = 0,4 м$, верхня частина якого занурена на глибину $h' = 0,7 м$ під рівень води.



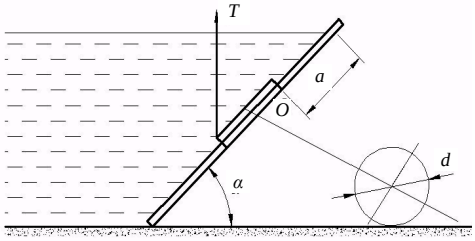
2. Обчисліть силу тиску води на кришку, що перекриває круглий отвір діаметром $d = 0,9 м$ у стінці резервуара. Кришка розміщена на глибині $h = 1,6 м$ під рівнем води. Робоча рідина в манометрі – масло питомою масою $\rho = 880 кг/м^3$, висота підняття її в трубці манометра $h' = 1,2 м$. Знайдіть також положення центра тиску.



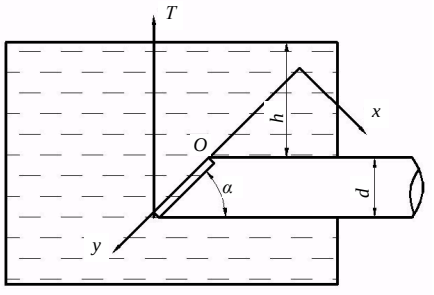
3. Обчисліть силу тиску води на частину *1-2* плоскої стінки, шириною $L = 1,2 м$ і довжиною $l = 1,6 м$. Стінка нахилена під кутом $\alpha = 30°$, а її верхнє ребро знаходиться на глибині $a = 0,9 м$ під рівнем води. Рідинний манометр, заповнений водою, показує висоту стовпчика $h = 250 мм$. Побудуйте також епюру тиску на елемент *1-2*.



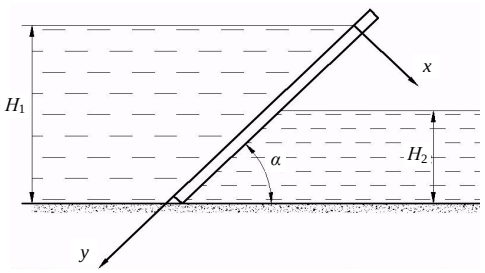
4. Визначте зусилля T, необхідне для піднімання круглої кришки діаметром $d = 0,5 м$ з метою випуску води через отвір у нахиленій стінці під кутом $\alpha = 60є$. Кришка вагою $G = 200 Н$ може повертатись на верхньому шарнірі O. Відстань від поверхні води до шарніра вздовж стінки $a = 1 м$.



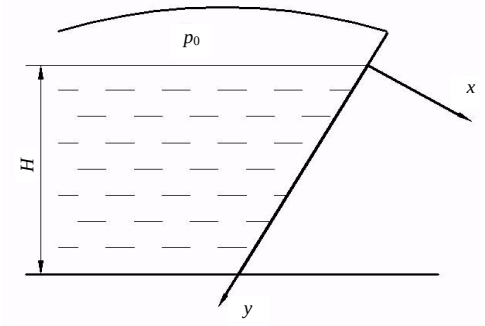
5. У вертикальній стінці резервуара з водою на глибині $h = 0,4 м$ приварена кругла труба діаметром $d = 0,6 м$. Кінець труби, що входить в резервуар, зрізаний під кутом $\alpha = 45є$ і закривається кришкою, яка може повертатись на верхньому шарнірі O. Обчисліть зусилля T, потрібне для відкривання кришки, нехтуючи її вагою і тертям у шарнірі.



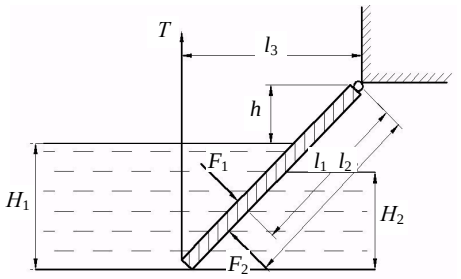
6. Обчисліть рівнодійну силу тиску на водороздільну стінку, нахилену під кутом $\alpha = 45$є, шириною $b = 1м$, а також визначте точку її прикладання, якщо $H_1 = 4,5м$, $H_2 = 2,5м$.



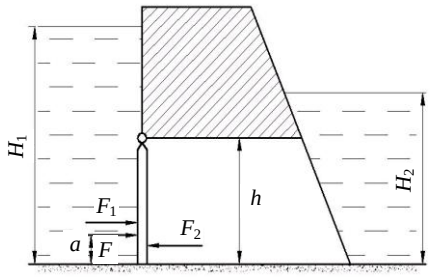
7. На нахилену під кутом $\alpha = 60$є стінку шириною $b = 2м$ діє сила тиску води, глибина якої $H = 1,8м$. Над поверхнею рідини тиск рівний атмосферному. Чому дорівнюватиме сила тиску і де вона прикладена?



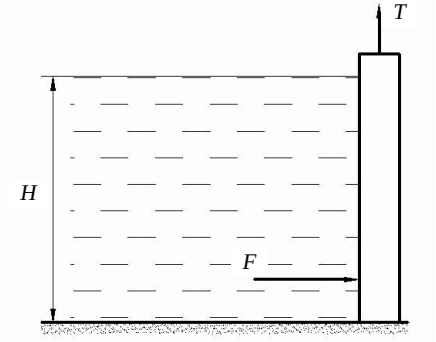
8. Щит, що перекриває канал, нахилений під кутом $\alpha = 45^\circ$ і закріплений шарнірно над високим рівнем води $h = 1м$. Обчисліть зусилля T, потрібне для відкривання щита, якщо його ширина $b = 2м$, глибина води перед щитом $H_1 = 2,5м$, а після щита $H_2 = 1,5м$. Тертям у шарнірі і вагою щита знехтуйте.



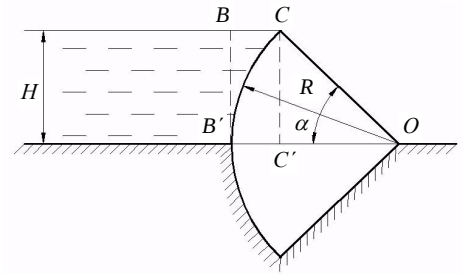
9. Обчисліть силу тиску води на засув водовипуску висотою $h = 1,5м$, шириною $b = 5м$, а також знайдіть положення центра тиску. Глибина води перед греблею $H_1 = 4м$, а після неї $H_2 = 2м$.



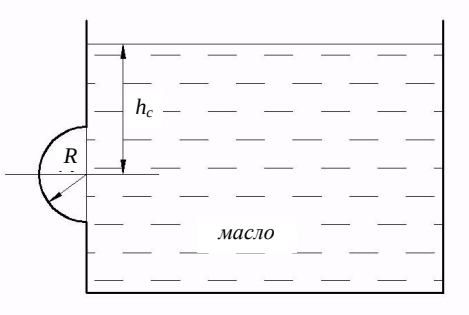
10. Обчисліть силу сумарного тиску води на плоский щит, що перекриває канал, і зусилля, яке необхідно прикласти для його підняття. Ширина каналу $b = 1,8м$, глибина води в ньому $H = 2,2м$. Вага щита $G = 15кН$. Коефіцієнт тертя щита в опорах $f_m = 0,25$.



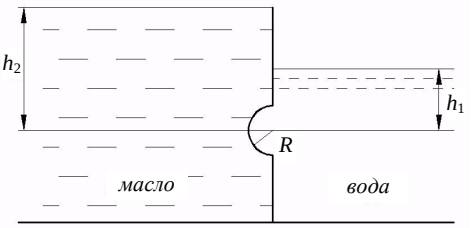
11. Обчисліть величину сили тиску води на секторний засув і кут β, що визначає напрям її дії, при таких даних: $H = 3м;\ \alpha = 45^\circ$. Ширина зсуву $b = 1,5м$.



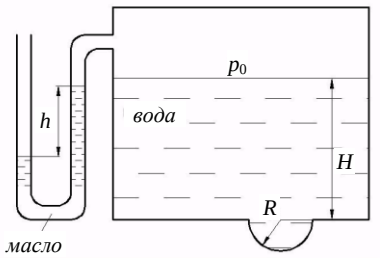
12. Обчисліть силу тиску масла на кришку у формі півциліндра радіусом $R = 1м$ і довжиною $L = 1,6м$. Глибина занурення центра ваги кришки $h_c = 3м$. Питома маса масла $\rho = 900 кг/м^3$.



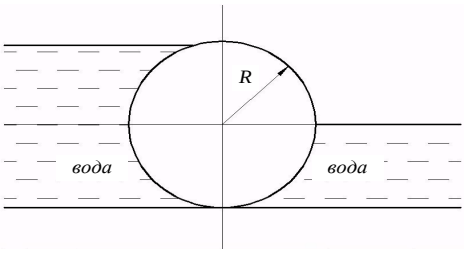
13. Визначте силу тиску води на криволінійну поверхню у формі півциліндра радіусом $R = 0,4м$ і довжиною $L = 2м$. Глибина занурення центра ваги цієї поверхні зліва $h_1 = 3м$, справа $h_2 = 2м$.



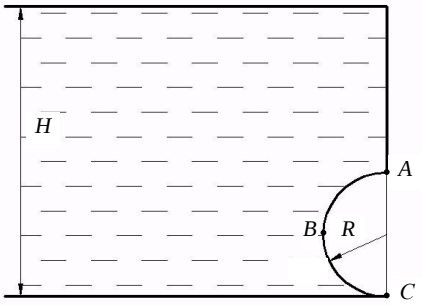
14. Яка сила тиску води діятиме на елемент у формі циліндра радіусом $R = 0,65м$, якщо глибина води у резервуарі $H = 1,8м$. Рідинний вакуумметр, заповнений маслом ($\rho = 900 кг/м^3$), показує висоту підняття стовпця масла $h = 800мм$.



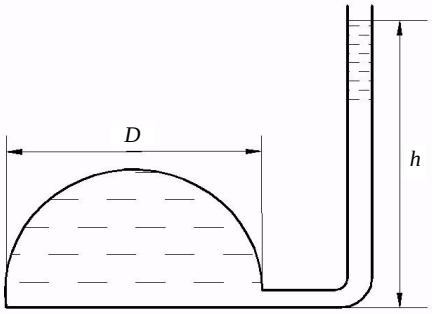
15. Упоперек водоймища укладено горизонтально сталеву трубу радіуса $450мм$ і довжиною $10м$. Обчисліть складові сили тиску – горизонтальну F_x і вертикальну F_z, що діють на поверхні циліндра.



16. На стінку підводного транспортного тунелю радіусом $R = 5м$ і глибиною занурення $H = 20м$ діє тиск води. Обчисліть тиск води у характерних точках A, B і C, обмежившись лівою половиною тунелю, оскільки розподіл тиску по правій частині аналогічний. Яка буде сумарна сила тиску на тунель?



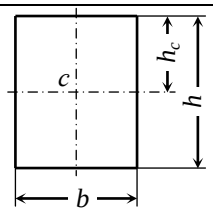
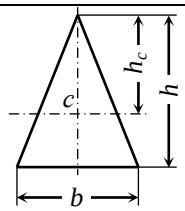
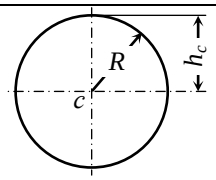
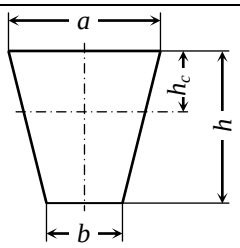
17. Півкуля діаметром $1,5м$ заповнена рідиною, питома маса якої $\rho = 850 кг/м^3$. Рівень рідини у п'єзометрі, підключеному до півкулі піднявся на висоту $h = 1,6м$. Яка буде величина вертикальної сили, що діє на внутрішню поверхню півкулі?



Додатки

Таблиця 1

Момент інерції J_0, координата центра ваги h_c і площина S найпоширеніших плоских фігур

Фігура	J_c	h_c	S
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$b \cdot h$
	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$\frac{2 \cdot h}{3}$	$\frac{b \cdot h}{2}$
	$\frac{\pi \cdot R^4}{4}$	R	$\pi \cdot R^2$
	$\frac{h^3 \cdot \left(a^2 + 4 \cdot a \cdot b + b^2\right)}{36 \cdot (a+b)}$	$\frac{h \cdot (a + 2 \cdot b)}{3 \cdot (a+b)}$	$\frac{h \cdot (a+b)}{2}$